Émergence de la structure de l'espace-temps à partir d'un substrat logique

Le niveau informationnel du programme microGlobal

Version longue

Yves Kocher

Novembre 2026

Résumé

Cet article construit le niveau N_0 du programme microGlobal : l'arène informationnelle où émergent l'espace, le temps et la forme de la matière. Son élément est le *grain*, un tétraèdre dont les quatre faces portent les quatre flux du programme, notés R, D, H, L, et qui est déjà une association, un proto-système : la clôture du substrat logique N_{-1}. Les commutateurs de ce substrat engendrent une algèbre à trois générateurs, où l'on lit les trois dimensions (cette lecture est une interprétation) ; le niveau est quantique sans constante de Planck, mais ne fixe ni la signature ni la flèche du temps, laissées à N_1. La règle de lien n'est pas posée : c'est l'inversion du groupe $\mathbb{Z}_4$. Les grains forment un réseau de flux à trois organisations possibles, et un vide organisé dont le paramètre principal, le couplage J (la force du lien), est placé par la durabilité à environ 1,7 % au-dessus du seuil de l'ordre ; sa valeur est réglée sur les masses ($J \simeq 0{,}3451$–$0{,}3455$), au bord bas de la zone que donne la durabilité (0,3454 aux petites tailles, $0{,}3458 \pm 0{,}0003$ au grand réseau, soit environ deux erreurs plus haut). Ce vide n'est pas critique (sa longueur de corrélation vaut environ 2,6 mailles) : le continu en est une description effective, dont la métrique est exactement isotrope et où l'écart entre directions n'apparaît qu'au quatrième ordre. L'ordre et l'accumulation sont liés de façon monotone sur chaque branche ; le choix de la branche revient à N_1. La règle de Born découle du concept.

Sur ce vide, un nœud de matière — un grain qui porte une patte de plus — forme un spin $\frac{1}{2}$ de multiplicité cinq ; sous la symétrie S_4 du *point* (vingt-quatre grains), ses cinq états se rangent en $\mathbf{3}+\mathbf{2}$, la couleur et l'isospin. Lus comme cinq modes fermioniques (un postulat déclaré), ils donnent une génération complète, le **16** de $SO(10)$; la chiralité n'est pas dans N_0 et revient à N_1. Les trois familles sont les trois organisations du point, et leurs masses se lisent comme des probabilités d'équilibre : au J réglé et sans règle ajoutée, m_t/m_c et la deuxième génération tombent à moins de 0,1 en logarithme, la première génération à 0,3 en moyenne, mais m_t/m_u reste court de 0,75. Sous des règles nommées, dont le statut est déclaré une à une, un générateur porté par quatre anneaux du point, lu comme $B-L$, donne $d-e=\pm\ln 3$, et les mélanges des quarks approchent l'observé. Avec l'action de Wilson, le couplage au grain vaut $1/\alpha_0 = 67{,}0 \pm 0{,}2$ sur l'arène F_4 : lu en $\overline{\text{MS}}$, il est trop fort ($29{,}9 \pm 1{,}4$, contre 43 ± 3 demandés par la chaîne d'unification), et l'écart tient à la forme de l'action. Le principe du compromis, tiré du concept — la durabilité est le compromis entre le capital (accumuler) et la complexité (multiplier les liens) —, lu sur les quatre flux d'une plaquette (les deux mains, l'aller-retour et la frontière partagée, chacun pour un quart), fixe une action sans paramètre libre ; le flot de gradient donne alors $40{,}0 \pm 1{,}3$, dans la cible, à son bord bas (§7.2). Inversée, la chaîne d'unification en tire $\alpha_s(M_Z) = 0{,}102 \pm 0{,}010$ et un proton trop rapide au centre : le principe est en tension d'un à deux écarts type avec ces deux mesures. Pour les neutrinos, lus comme un déchet que le vide reçoit sans trier, l'ordre est normal et les mélanges sont grands sans règle ajoutée ; les angles tombent juste sous des règles de lecture ; l'échelle absolue des masses n'est pas fixée par N_0 (les seuils lourds la déplacent d'un facteur supérieur à trente) ; mais les rapports de masses le sont, et, avec l'écart de masse mesuré par les oscillations, ils donnent une somme des masses de 0,063 à 0,070 eV, à cheval sur la borne cosmologique actuelle ($< 0{,}064$ eV en ΛCDM) : c'est une prédiction que les prochaines mesures peuvent réfuter.

Avec toutes les entrées mesurées ensemble au grand réseau, au même J, l'accord global est imparfait : $\chi^2 = 61$ pour 18 grandeurs, $\sin 2\beta$ (qui suit d'un $|V_{cb}|$ trop bas de 6 %), le rapport des écarts des neutrinos et m_τ/m_e s'écartant de trois à cinq erreurs ; avec une incertitude de texture déclarée ($\pm 0{,}05$ sur les énergies libres, un choix), $\chi^2 = 25$. Lu tout entier dans un volume fermé de deux périodes du vide ordonné dans chaque direction (8^3, 3 072 grains), le modèle donne $\chi^2 = 24$ pour 18 grandeurs (réplication sur 24 graines ; 16 avec les 6 graines de l'exploration), aucune au-delà de trois erreurs ; ce volume a été retenu parmi une trentaine, et la raison de ce choix est renvoyée à N_1 et N_2. Les simulations établissent ce qui le rend particulier : le socle désordonné porte un seul mode mou, la paire hiérarchique qui fait le tour du grain en quatre mailles, d'où des épaisseurs fermées multiples de 4 et d'au moins deux périodes. Dans le cadre du programme — et c'est une lecture propre à MicroGlobal, où rien n'émergerait si tout était décidé à la base —, N_0 pose les structures et les plages de valeurs où apparaîtront les forces et les particules : une « assiette creuse ». Les valeurs précises, la sélection des formes et la valeur fine de J sont attendues des interactions de N_1 et N_2, entre particules et avec le support, sur une « assiette plate ». Les dix-huit grandeurs du modèle

tombent dans les plages de N_0 ; les hiérarchies de masse observées sont un peu plus raides que leur lecture centrale, ce qui annonce le sens des corrections attendues.

Chaque résultat porte l'une de huit catégories, du démontré au réfuté, et le bilan compte les choix : un paramètre réglé (J), quinze règles ajoutées dont sept formulées en connaissant la grandeur visée (toutes sept sont dérivées du concept : les règles 11 et 16, dont les phases sont des angles de l'arène, la règle 15, la lecture du déchet, les règles 9 et 14, la part des canaux et des axes partagés, la règle 10, le formatage par le récepteur, et la règle 1, les associations de l'arène, le point et le point de points), et des choix de lecture (volume, incertitude de texture) déclarés ; face à environ quatorze grandeurs indépendantes, les accords sur les masses et les mélanges sont des *accords*, non des prédictions. Le contenu prédictif tient dans les structures — un vide, trois familles, $\mathbf{3}+\mathbf{2}$, seize états, l'ordre normal — et dans $\sum m_\nu$ et le signe de la violation de CP des leptons par rapport à celle des quarks (opposé ; le signe global est une convention, fixée par la mesure côté quarks, $J_{\mathrm{CKM}} > 0$, et non par le choix de $\pm i$ en N_1). Huit contrôles indépendants, des réseaux jusqu'à 82 944 grains et une relecture indépendante en ont confirmé l'essentiel et corrigé le reste.

Mots-clés : fondements de la physique ; modèles prégéométriques ; réseaux de spins ; émergence de l'espace-temps ; groupe $\mathbb{Z}_4$; $SO(10)$; générations de fermions ; hiérarchie des masses ; matrice CKM ; neutrinos ; seesaw ; systémique ; durabilité.

L'IA Claude (Anthropic) a servi à écrire les codes de simulation et d'analyse, à la vérification formelle, à la relecture critique et à la traduction, car cet article a été rédigé en français. Le contenu scientifique, les thèses, les choix de recherche et les erreurs restent ceux de l'auteur.

Table des matières

1 Introduction **5**

2 Le grain et l'espace **9**
2.1 Pourquoi N_0 commence : la clôture du substrat . . . 9
2.2 Deux bits et non un quadit : l'acte du passage . . . 11
2.3 La dimension trois . . . 12
2.4 Le grain : quatre pattes et un bit . . . 13
2.5 Les assemblages : un produit fibré . . . 15
2.6 Un niveau quantique sans $\hbar$ . . . 16
2.7 Fermions et bosons depuis la parité . . . 17
2.8 Ce que N_0 ne peut pas fixer : la signature, la flèche, et l'acte de N_1 . . . 18
2.9 Information, entropie, et le paramètre d'Immirzi . . . 21
2.10 Le foncteur $\hat{\mathcal{H}} : N_{-1} \to N_0$ . . . 23
2.11 Ce qui est établi . . . 23

3 Le modèle **26**
3.1 Le grain est déjà un système . . . 26
3.2 Quatre pattes, quatre flux . . . 26
3.3 La règle de lien : l'inversion de $\mathbb{Z}_4$ . . . 28
3.4 Le réseau des flux et les trois organisations . . . 29
3.5 L'arène : grain, point, point de points . . . 30
3.6 La dynamique et son unique paramètre . . . 32
3.7 Pourquoi une simulation donne des constantes . . . 32
3.8 La matière sur l'arène . . . 33
3.9 Ce que N_0 ne distingue pas : deux axes . . . 36
3.10 L'espace et le temps en N_0 . . . 38
3.11 L'arène d'espace-temps . . . 39
3.12 Le concept et les règles de lecture qui en découlent . . . 41
3.13 Ce que le modèle pose, et ce qu'il ne pose pas . . . 43
3.14 Nomenclature . . . 45

4 Le vide organisé **46**
4.1 Le seuil de l'ordre . . . 46
4.2 La complexité à la membrane . . . 47
4.3 La complexité est une divergence . . . 48
4.4 Ce que le vide minimise . . . 49
4.5 Ce qui est établi, et la prudence . . . 50

5 Les familles et leurs masses **51**
5.1 Une famille est l'organisation d'un point . . . 51
5.2 La suppression suit les multiplets . . . 51
5.3 Quatre rapports sans paramètre . . . 52
5.4 Quarks d et leptons : $B - L$ sur quatre anneaux . . . 52
5.5 Les mélanges . . . 53
5.6 La première génération : la famille légère naît de l'intermédiaire . . . 54
5.7 Les systèmes ne sont pas seulement emboîtés : le lien direct du point au vide . . . 55
5.8 Les liens entre familles au grain . . . 57
5.9 Ce qui est établi . . . 58

6 La couleur, l'isospin et la chiralité **60**
6.1 Une génération dans un nœud . . . 60
6.2 Le groupe des opérations à deux modes . . . 60
6.3 La couleur n'est pas dans le grain . . . 63
6.4 Le point protège la couleur . . . 63
6.5 L'isospin et les réflexions . . . 64
6.6 Le doublet d'isospin est la paire des deux mains . . . 64
6.7 La chiralité n'est pas dans N_0 : le verrou achiral . . . 65

7 Les couplages et les échelles **66**
7.1 L'angle faible et la direction de brisure . . . 66
7.2 Le couplage de jauge au grain : $1/\alpha_0 = 67{,}0 \pm 0{,}2$ . . . 66
7.3 La chaîne d'unification . . . 72
7.4 La longueur d'unification et la taille de l'association . . . 73

8 Les neutrinos **77**
8.1 Le neutrino droit ne porte pas de famille . . . 77
8.2 L'ordre normal et les grands mélanges . . . 77
8.3 L'échelle : le seesaw de type I ne suffit pas . . . 78
8.4 Le neutrino comme déchet . . . 78
8.5 La famille dans le rejet . . . 80
8.6 La moitié d'identité : le facteur de $B - L$ . . . 80
8.7 Ce qui est établi . . . 82

9 Ce que les simulations ont appris : la géométrie du socle, expliquée simplement **85**
9.1 Le principe d'une simulation . . . 85
9.2 Les membranes et les flux . . . 85
9.3 L'échelle d'intégration . . . 86
9.4 La forme des grains . . . 86
9.5 La manière d'associer les grains . . . 87
9.6 La rigidité et le vide . . . 87
9.7 Les formes des volumes . . . 88
9.8 Les leviers du socle . . . 88
9.9 Pourquoi cette géométrie engendre ces particules . . . 89

10 Bilan **90**
10.1 Vue d'ensemble : les particules et les forces . . . 90
10.2 Les quatre nombres quantiques . . . 99
10.3 Le bilan des choix . . . 99
10.4 Structures, plages et valeurs fines . . . 101
10.5 Le bilan des points, et la frontière avec les niveaux suivants . . . 103
10.6 La frontière avec les niveaux supérieurs . . . 108
10.7 La limite continue, niveau par niveau . . . 109
10.8 Ce que le modèle annonce . . . 111
10.9 Statut épistémologique : dériver ce qui peut l'être, calculer le reste . . . 111
10.10 Positionnement et travaux voisins . . . 113
10.11 Conclusion . . . 114

A Reproductibilité **115**
A.1 La version de travail . . . 115
A.2 Les scripts . . . 115
A.3 Les simulations . . . 115
A.4 Le contrôle CT7 : une reconstruction indépendante . . . 115
A.5 Le contrôle CT8 : les entrées mesurées ensemble . . . 119
A.6 Épreuves écrites d'avance . . . 119
A.7 Ce qui est livré . . . 121

1 Introduction

Pour le lecteur non spécialiste : comment lire cet article

Cet article s'adresse d'abord à des physiciens. Il peut pourtant se lire sans connaître la physique quantique ni la gravité quantique. Deux sortes d'encadrés aident à le faire. Les encadrés bleus, comme celui-ci, sont écrits pour le lecteur non spécialiste : ils disent avec des mots simples ce qu'une section cherche, et pourquoi c'est important. Les encadrés verts, « pour l'étudiant », refont un petit calcul pas à pas, pour qui a des bases de physique.
L'idée générale est simple à dire. On part de ce qu'il y a de plus élémentaire, une distinction entre deux possibilités, comme oui ou non. On cherche ce qui peut se construire avec cela, sans rien ajouter qui ne soit nécessaire. Le présent niveau, N_0, montre qu'on obtient ainsi un espace à trois dimensions, fait de petits grains, et la forme de la matière connue. Il montre aussi ce qu'on ne peut *pas* obtenir à ce niveau : le sens du temps, par exemple. Chaque affirmation porte un statut (démontré, calculé, posé, accord ou prédiction), pour que le lecteur sache ce qu'elle vaut.

Convention de lecture : huit catégories

Chaque résultat porte une catégorie, notée entre crochets dans les tableaux de bilan, et une couleur : **[A] démontré** — mathématique, sans hypothèse ajoutée ; **[B] dérivé sous un postulat déclaré** — notamment le concept MicroGlobal, posé en début d'exercice comme structure du modèle : une affirmation qui en découle est une dérivation sous ce postulat, notée [B, concept] (les applications du concept ne sont pas des ajustements après coup) ; **[C] calculé par simulation** — dépend de J ; **[D] obtenu sous une règle fixée avant le calcul** ; **[E] obtenu sous une valeur ajustée, ou sous un choix formulé en connaissant la grandeur visée et non tiré du concept** ; **[F] emprunté** — un résultat ou une relation extérieurs au programme, ou des entrées mesurées ; **[G] interprétation ou analogie** ; **[H] ouvert ou réfuté**. Un résultat qui combine plusieurs sources porte la catégorie la plus faible ; les grandeurs [E], et celles qui reposent sur une règle formulée en connaissant leur cible, même tirée du concept, ne comptent pas comme prédictions. Les renvois du type (C107) désignent les sections de la version de travail complète (annexe A), où chaque calcul est décrit avec son script.

Convention de lecture : flux, axes et noms R, D, H, L

La base existe dès N_{-1}. Les quatre situations d'une frontière, 00, 01, 11, 10, décrivent quatre *flux* — émettre (01), échanger (11), capter (10), retenir (00) —, que le cycle de Gray parcourt et que g engendre dans $\mathbb{Z}_4$. *Les deux axes aussi :* émettre et capter sont inverses l'un de l'autre (g, g^3) et forment l'axe du mouvement, qui a un sens de parcours ; échanger et retenir sont des involutions (g^2, e) et forment l'axe de ce qui demeure, sans sens. *En N_0, ces deux axes restent indifférenciés* ($R = H$, $D = L$) : aucun des deux sens n'est choisi. L'égalité note ici l'indifférenciation, non une identité d'opérateurs : en N_{-1}, $H = R^{-1} \neq R$ [2]. *C'est l'acte de N_1 qui les différencie* (le choix de $\pm i$) ; alors seulement, avec une identité qui persiste, les flux deviennent des fonctions — reproduction, différenciation, hiérarchie, liaison. *Par commodité*, cet article note les quatre flux dès N_{-1} et N_0 par $R = g$, $D = g^2$, $H = g^3$, $L = e$: ces lettres y désignent des éléments de $\mathbb{Z}_4$ et des flux, non des gestes. De même, *l'« identité » d'un grain ou d'une famille* désigne en N_0 un motif d'organisation (famille, anneaux, appartenance à un système), qui ne deviendra une identité au sens propre qu'en N_1 ; et ce que l'article appelle *déchet* ou *rejet* en N_0 est la structure qui recevra le rejet : le rejet comme flux orienté dans le temps n'existe qu'à partir de N_1, et le neutrino qui le porte relève de N_2. *À N_0, il n'y a pas de transport* : les « flux » y sont des lectures de la géométrie partagée (paragraphe suivant, figure 1).

Les deux axes, lus sur la géométrie (auteur) [B, concept]. À N_0, le temps n'est qu'une dimension de plus, sans direction : il n'y a pas de transport. Les deux axes se lisent donc sur la géométrie. L'axe horizontal D–L est qualitatif : il lit la *forme*. L'axe vertical R–H est quantitatif : il lit la *grandeur*, le volume. L'identité est une structure, faite de sous-structures : les flux, qui ne prendront un sens qu'en N_1, sont en N_0 des structures décomposables, comme un système social se décompose en une multitude d'identités, c'est-à-dire d'intégrations dans des systèmes plus vastes.

Un lien entre deux structures est leur partie partagée : la frontière. Elles doivent être voisines pour interagir, car rien ne relie à distance un niveau sans flèche du temps. En N_1, la flèche permettra à des systèmes plus éloignés d'interagir par des flux. La frontière a la même forme des deux côtés : c'est la liaison L, et les éléments se lient sur une identité commune. Mais chaque grain la lit dans son propre sens, tourné par la torsion, qui est une relation et non une symétrie : c'est la différenciation D. **La même frontière est donc à la fois L, par sa forme identique, et D, par sa torsion différente : à N_0, D et L sont indissociables** — c'est

le contenu géométrique de $D = L$. La patte qui traverse une frontière en porte la quantité (comme, en gravité quantique à boucles, le lien qui perce une face en porte l'aire). À N_0, toutes les faces sont égales et chaque patte porte un spin $\frac{1}{2}$; en N_1, ces flux, déjà présents mais non orientés, prendront un sens.

Le déchet est une fuite sur l'axe D–L, que l'axe R–H compense. À N_0, ce n'est pas un processus mais un équilibre, sans succession : compensée, la structure est stable en volume ; sous-compensée, elle se dégrade ; surcompensée, elle croît. Le cas stable est le budget minimal d'une association stationnaire (§3.9) : R prélève 1 sur un capital de 2, que H reconstitue. Dégradation et croissance ne deviennent des évolutions qu'en N_1. Le lien par un volume partagé, où deux structures imbriquent leurs volumes, est une lecture des niveaux où existent des structures étendues (N_1, N_2) ; à N_0, les grains sont l'espace lui-même, et la frontière reste le lien.

Des associations, non des systèmes complexes (auteur) [B, concept]. À N_0, un « système » est une association d'éléments, un proto-système : on parlera de niveaux d'association, le mot « système » désignant ailleurs un système complexe. À ce niveau, la boucle va de l'intérieur à l'extérieur. Ce n'est pas un système complexe : l'auto-organisation demande les quatre pôles R, D, H, L différenciés, que N_0 n'a pas, puisque ses deux axes sont indifférenciés. Les identités y sont des formes, qui ne s'auto-organisent pas. Elles n'ont que deux types d'interaction : celle de l'axe vertical R–H, à double sens, et celle de l'axe horizontal D–L avec le rejet (L externe), à sens unique, de l'association vers l'environnement — une direction de l'intérieur vers l'extérieur, non une flèche du temps. Le déchet est une partie de structure que les voisins ne reconnaissent pas : un intrus dans le groupe, externalisé.

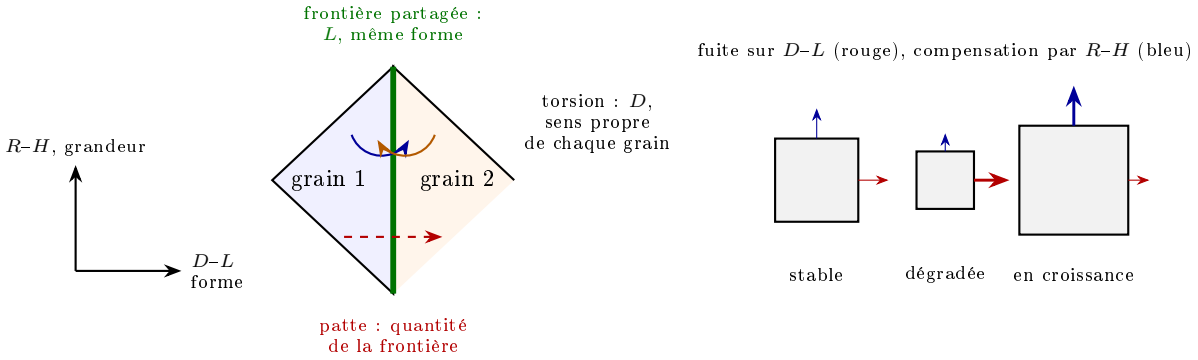


Figure 1: Lecture géométrique des deux axes à N_0 (auteur, [B, concept]). À gauche : deux grains voisins (coupe plane) partagent une frontière ; sa forme identique est la liaison L, sa lecture tournée par la torsion dans chaque grain est la différenciation D : la même frontière porte les deux, d'où $D = L$. La patte qui la traverse en porte la quantité. À droite : le déchet, fuite sur D–L, compensé par R–H ; à N_0, un équilibre sans succession (stable, dégradé, en croissance).

Situer cet article dans le programme microGlobal. Le programme microGlobal [1] lit la nature comme une suite de niveaux emboîtés, du quantum d'espace-temps au système social, tous organisés par les mêmes quatre fonctions : *Reproduction* (R), *Différenciation* (D), *Hiérarchisation* (H) et *Liaison* (L). Chaque niveau accumule un capital émergent : l'information à N_0, l'énergie à N_1, la masse à N_2, les formes à N_3, les symboles à N_4. L'article consacré à N_{-1} [2] a montré d'où viennent les quatre fonctions : sur l'espace minimal de deux bits, un seul critère combinatoire (le code de Gray) sélectionne le groupe $\mathbb{Z}_4$, et ses quatre éléments *sont* les quatre fonctions — $R = g$, $D = g^2$, $H = g^3$, $L = e$. Ses quatre fonctions s'y instancient successivement, de la porte à deux Dits [61, 62] à la boucle refermée, et c'est la quatrième, la Liaison, qui le clôt ; cette clôture est l'ouverture du niveau suivant : $Nf_{-1.4} = Nf_{0.0}$. Il forme, avec l'article N_{-1} [2], la suite du programme, dont le premier volet [1] présente l'ensemble : N_{-1} en est la première partie, celui-ci la deuxième : N_0, le niveau suivant.

N_0 est l'**arène** : le support informationnel sur lequel tout le reste se déploie. Il en attend deux choses. D'abord la *forme* : l'espace à trois dimensions et le temps, et ce qui peut y exister — avec quelles symétries, quelles charges, combien de copies. Ensuite les *nombres* : les valeurs que la durabilité retient parmi les formes possibles — les rapports de masses, les angles de mélange, les couplages.

La question de N_0. La physique décrit la matière par un contenu — trois générations de quarks et de leptons, chacune un multiplet de $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ — et par une vingtaine de nombres mesurés qu'elle ne dérive pas : les masses, les angles de mélange, les couplages. Le modèle microGlobal pose qu'un niveau est un système d'éléments du niveau inférieur, et que ce qui dure est ce qui équilibre ses quatre flux. La question est donc précise :

> *Un réseau de grains, dont chacun porte les quatre fonctions et se lie à ses voisins selon la règle que fixe N_{-1}, contient-il la forme de la matière connue ? Et sa durabilité en fixe-t-elle les nombres ?*

Ce que l'article établit. Les sections suivantes établissent, dans l'ordre :

(i) le grain et l'espace : pourquoi le niveau commence, la valence 4 et le bit du grain, les trois dimensions, l'intrication des faces, un niveau quantique sans $\hbar$, et ce que N_0 ne peut pas fixer — la signature, la flèche du temps — (section 2) ;

(ii) le modèle : le réseau des flux, ses trois organisations, l'arène, la matière (section 3) ; ce que N_0 ne distingue pas — deux axes, $R = H$ et $D = L$ — et ce qu'il en résulte pour l'espace et le temps : un espace organisé, dont la durée n'est encore ni orientée ni écoulée (§3.9, §3.10) ;

(iii) le vide organisé et la valeur de son unique paramètre (section 4) ;

(iv) les familles et leurs masses : quatre rapports sans paramètre, l'écart entre quarks d et leptons, le mélange des deux premières générations (section 5) ;

(v) la couleur, l'isospin, et la raison pour laquelle la chiralité n'appartient pas à ce niveau (section 6) ;

(vi) les couplages et les échelles (section 7) ;

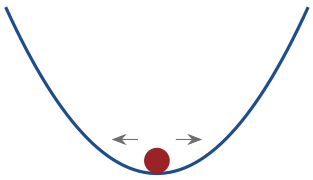
(vii) les neutrinos : rapports, mélanges et échelle, avec la lecture de leur masse comme rejet d'un déchet (section 8).

La section 9 reprend simplement, avec des schémas et sans formalisme, ce que les simulations ont appris sur la géométrie du socle et les leviers qu'il laisse aux niveaux suivants ; le lecteur qui ne connaît ni la gravité quantique ni la physique quantique peut la lire en premier. La section 10 fait le bilan : ce qui est dérivé, ce qui dépend d'une règle, ce qui reste ouvert, et combien de choix ont été faits pour combien de nombres expliqués.

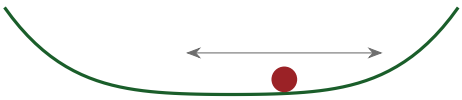
Ce que N_0 fixe, et ce qu'il laisse à N_1 et N_2. Avant les résultats, il faut dire ce qu'un socle peut donner, et ce qu'il ne peut pas donner. Cette lecture gouverne tout l'article.

Structures et plages en N_0, valeurs fines en N_1 et N_2 — une lecture propre à MicroGlobal [G]

Ce que N_0 pose. Le socle fixe des *structures* : l'arène plate, les deux axes de flux, les trois organisations d'où viennent les trois familles, la décomposition $\mathbf{3}+\mathbf{2}$ qui porte la couleur et l'isospin, les seize états d'une génération, l'ordre normal des neutrinos. La forme de l'action de jauge est fixée par un principe tiré du concept [B, concept] : le compromis entre le capital et la complexité (O21). Le couplage au grain qui en résulte, mesuré par le flot de gradient, vaut $40{,}0 \pm 1{,}3$, dans la cible, à son bord bas, quand le compromis est lu sur les quatre flux de la plaquette (les deux mains, l'aller-retour et la frontière partagée, chacun pour un quart) ; sans la frontière partagée, il donne 51 à 53. Inversée, la chaîne d'unification en tire un α_s et un proton en tension d'un à deux écarts type avec la mesure. Elle est tirée du concept ; les niveaux supérieurs en fourniront la dynamique. Il fixe aussi des *plages*, les intervalles où les grandeurs mesurées pourront apparaître (§10.4).
Ce qu'il ne pose pas. Il ne fixe pas les valeurs précises. Celles-ci naissent des *interactions* : celles des particules entre elles, et celles des particules avec le support. Or ces interactions n'existent qu'à partir de N_1, où le temps s'oriente ($D \neq L$), et de N_2, où la matière se pose sur le socle et y réagit. La physique connaît déjà ce schéma : une valeur « nue », posée par la structure, et une valeur « habillée » par les interactions, qui est celle qu'on mesure (le paramètre nu n'est pas observable ; le rapprochement est une analogie, pas une identité).
Pourquoi c'est la vision de MicroGlobal. Si tout était décidé dès la base, il n'y aurait pas d'émergence : chaque niveau ne ferait que dérouler le précédent. Dans MicroGlobal, l'élément d'un niveau est un système du niveau inférieur, et ce qui caractérise le niveau supérieur naît des interactions entre ces systèmes. L'émergence se joue précisément dans les ajustements : de faibles valeurs, de petits écarts, qui laissent place à la variabilité et à l'adaptation.
L'image de l'assiette. La structure est une assiette *creuse* : elle fixe les conditions grossières, robustes, que rien de petit ne déplace. L'ajustement est une assiette *plate* : la bille y bouge sous de faibles forces, et c'est cette liberté qui permet le réglage fin.
Ce que les simulations montrent dans ce sens. Les structures de N_0 sont des assiettes creuses : la symétrie qui protège $\mathbf{3}+\mathbf{2}$ ne se perd en aucun point du vide fluctuant ($3{,}2 \times 10^5$ points, §6.4). Les valeurs fines sont sur une assiette plate : la durabilité est plate autour de son maximum — elle fixe la zone de J, non sa valeur (§4.4) — et le vide se tient juste au-dessus du seuil de l'ordre, là où une petite perturbation déplace fortement les énergies libres ($dF/dJ \approx 150$–190). C'est la région où de faibles interactions venues de N_1 et N_2 peuvent régler les valeurs.
La condition pour que cette lecture reste réfutable. (1) Les plages de N_0 doivent contenir les valeurs mesurées ; le §10.4 les donne chiffrées. (2) Une valeur hors de sa plage est une tension réelle : N_1 et N_2 devront la corriger dans un sens annoncé d'avance, faute de quoi le modèle est en difficulté. (3) N_1 et N_2 devront *réduire* le nombre de choix, non en ajouter. En conséquence, les χ^2 et la valeur de J au 10^{-4} près qui suivent sont des mesures de *cohérence* du socle, non des prédictions.



assiette creuse : la structure (N_0)
conditions grossières, robustes :
trois familles, $\mathbf{3}+\mathbf{2}$, seize états



assiette plate : l'ajustement (N_1, N_2)
faibles valeurs, variabilité, adaptation :
le réglage fin des valeurs mesurées

La méthode. Trois principes ont guidé tout le travail, et ils conditionnent la lecture des résultats.

(1) **Les règles avant le calcul.** Le plus souvent, quand une lecture nouvelle a été nécessaire — comment une famille se forme, comment un passage devient une masse, ce que veut dire « rejeter sans contrepartie » — la règle a été fixée et écrite *avant* le calcul, d'après le cadre conceptuel, et non d'après le résultat. Les règles formulées en connaissant la grandeur visée sont recensées au §10.3 ; toutes sept découlent du concept, portent [B, concept] et sont présentées avec lui au §3.12, avant les résultats.

(2) **Petit d'abord, grand pour confirmer.** Les simulations sont d'abord faites sur 384 grains ; on ne les étend à 3 072 ou 10 368 grains que pour confirmer un résultat plausible. Plusieurs résultats de petite taille ne se sont pas confirmés ; ils sont rapportés avec leur valeur de grande taille. Huit contrôles indépendants (CT1 à CT6 : socle, moteur, vide, familles, couplages, neutrinos ; CT7 : une reconstruction complète, écrite de zéro à partir du seul texte de l'article, annexe A.4 ; CT8 : toutes les entrées mesurées ensemble au grand réseau, annexe A.5) ont refait l'ensemble avec des codes récrits, sur des réseaux allant jusqu'à 24 576 grains, et jusqu'à 82 944 pour la valeur de J ; leurs corrections sont intégrées au texte.

(3) **La méthode inverse.** Plutôt que de chercher les nombres à partir de règles supposées, on part aussi des mesures et des solutions qu'offrent les niveaux emboîtés, pour lire ce qu'elles demandent au modèle (C104). Une règle n'est retenue que si elle résout plus de contraintes qu'elle n'ajoute de choix.

Les analogies N_4/N_0 ne sont pas des preuves

Le programme microGlobal postule que les quatre fonctions opèrent à tous les niveaux. L'article fait donc souvent correspondre une règle de N_0 à une situation sociale (N_4) — par exemple, « la hiérarchie est relative : ce qui est un ordre pour l'un est une obéissance pour l'autre ». Ces correspondances guident le choix des règles et aident la lecture ; elles ne démontrent rien. Seuls les calculs démontrent, et seulement ce qu'ils calculent.

Version de référence de N_0

Cette version remplace les versions longues antérieures de N_0 (série 281 à 324) sur cinq points, que les articles des niveaux suivants reprennent : **(1)** l'arène est la triangulation de Delaunay du réseau cubique centré (des disphénoïdes), non le réseau diamant (§3.5) ; **(2)** la couleur n'est ni dans le grain ni dans ses appariements : c'est le triplet du nœud de matière, protégé au point par T_d (§6.4) ; **(3)** les trois appariements des pattes sont les trois organisations, donc les trois familles, portées par le point (§5.1), non la représentation standard de S_4 ; **(4)** le doublet d'isospin se lit comme la paire des deux mains du grain (§6.6, lecture [G]) ; **(5)** la chiralité est renvoyée à N_1, avec le choix de $\pm i$ (§6.7).

Ce que l'article ne prétend pas. Il ne prétend pas avoir dérivé la physique des particules. Il présente un modèle défini, sans paramètre libre au-delà de ceux qu'il fixe lui-même, et le confronte à des nombres mesurés. Une partie de ces nombres sort juste, une partie approche, une partie manque ; le bilan (section 10) compte les trois. Surtout, la plupart des résultats portent sur des *rapports* et des *formes* : les échelles absolues sont reliées au grain par des chaînes plus fragiles, que l'article signale comme telles. Enfin, il repose sur un seul acte non dérivé, nommé comme tel, l'enveloppe linéaire (§2.2) ; le postulat de matière (§3.8) n'est pas un second acte de ce niveau, mais l'acte du niveau de la matière, emprunté et déclaré.

2 Le grain et l'espace

Pour le lecteur non spécialiste : l'espace fait de grains

On imagine d'habitude l'espace comme un fond continu et lisse, où l'on peut toujours couper une distance en deux. Plusieurs théories cherchent au contraire un espace fait de petits éléments, comme une image est faite de pixels. La plus connue est la *gravité quantique à boucles*. Elle décrit l'espace comme un réseau : des nœuds, qui portent des petits volumes, reliés par des liens, qui portent des aires. Les aires et les volumes n'y prennent que certaines valeurs, comme les marches d'un escalier. La plus petite marche est de l'ordre de la longueur de Planck, environ 10^{-35} m, bien trop petite pour être vue.
Cette théorie part de la gravité d'Einstein et la « quantifie ». Le présent travail fait le chemin inverse : il part d'une distinction logique et retrouve le même genre de réseau. Le *grain* est un nœud à quatre liens, qu'on peut se représenter comme un petit tétraèdre (une pyramide à base triangulaire). Ses quatre faces sont les endroits où il touche ses voisins. Le chapitre montre pourquoi le grain a quatre pattes, pourquoi l'espace a trois dimensions, et ce qu'un grain peut contenir : exactement un bit.

Avant de construire le réseau des flux, il faut établir ce que N_0 reçoit de N_{-1} et ce qu'il en fait : pourquoi le niveau commence, pourquoi son élément porte quatre pattes et un bit, d'où viennent les trois dimensions, pourquoi un assemblage de grains reste tridimensionnel, en quoi ce niveau sans dynamique est déjà quantique, et ce qu'il ne peut pas fixer lui-même. Les résultats de cette section sont des résultats de structure (théorèmes et propositions) ; ils ne dépendent ni du couplage J ni d'aucune règle ajoutée. Leurs démonstrations détaillées et leurs vérifications numériques sont celles de la version longue [3] ; les énoncés qui suivent en sont la forme retenue, et les vérifications refaites pour cet article sont signalées.

2.1 Pourquoi N_0 commence : la clôture du substrat

N_{-1} est un substrat clos : deux bits, quatre flux, une boucle refermée par la Liaison [2]. Qu'est-ce qui l'oblige à s'ouvrir ? Ce n'est pas un trop-plein qui déborde, mais une *contrainte* : le site est saturé, il ne peut plus rien distinguer de neuf, et la seule réponse est de se clore et de se relier. Une distinction de N_{-1} est vraie, mais *nulle part* : elle ne peut être ni retrouvée, ni gardée, ni comparée à une autre ; il lui faut un *lieu*, où elle se dépose et d'où l'on puisse la relire. C'est ce lieu que N_0 construit.

Théorème 1 (Le substrat est saturé à quatre configurations [B]). *Trois contraintes de N_{-1} se composent : **(i)** la fidélité de l'action de $\mathbb{Z}_4$ exige au moins quatre configurations (un élément d'ordre 4 parmi leurs permutations) ; **(ii)** la binarité du Dit impose que leur nombre soit 2^n ; **(iii)** le substrat ne porte aucune distinction sans fondement, donc n est le plus petit admissible. D'où $n = 2$ et **exactement quatre** configurations : la borne est de cardinalité, et absolue.*

La troisième contrainte n'est pas un rasoir d'Occam ajouté : c'est l'engagement constitutif de N_{-1}, celui-là même qui, appliqué aux transitions plutôt qu'au registre, donne le critère de Gray (un bit par pas) [2]. Un troisième bit porterait une distinction que ni la fidélité ni la binarité n'exigent. L'article N_{-1} laissait la minimalité des deux bits sans dérivation [2] ; elle s'obtient ici en appliquant au registre le principe qu'il appliquait aux transitions.

Théorème 2 (Une traversée suffit [A]). *Le générateur g de $\mathbb{Z}_4$ est d'ordre 4 et sans point fixe sur les quatre configurations d'un site : son orbite est un 4-cycle unique. Une traversée de $R \to D \to H \to L$ visite toutes les configurations : **le site est saturé dès le premier tour**, sans accumulation ni seuil.*

La saturation n'est donc pas une condition initiale à supposer ; et, parce qu'elle est immédiate, le substrat ne fournit *aucun ordre* de remplissage de ses configurations — première forme d'un fait qui traverse tout N_0 : la structure ne se donne pas d'ordre. L'article N_{-1} posait parmi les conditions d'émergence que les distinctions s'accumulent « au-delà d'un seuil critique » [2] ; le théorème précise ce seuil : c'est le tour complet des quatre configurations, atteint dès le premier passage, si bien qu'aucune accumulation n'est requise au-delà.

Pour l'étudiant : deux bits, quatre états, un cycle

Prenons deux bits. Ils donnent quatre états : 00, 01, 11, 10. Plaçons-les aux coins d'un carré, de sorte que deux coins voisins ne diffèrent que d'un bit (figure 2). Les deux diagonales, 00–11 et 01–10, changent les deux bits à la fois.

Combien de façons de visiter les quatre états en revenant au départ ? Partons de 00. Il reste trois états à ranger, donc $3! = 6$ ordres : il y a **six cycles d'ordre quatre**. Ce sont les six permutations circulaires de quatre objets.

Le critère de Gray. Exigeons maintenant qu'un seul bit change à chaque pas. Un cycle qui emprunte une diagonale est exclu. Il ne reste que le tour du carré, parcouru dans un sens ou dans l'autre :

$$00 \to 01 \to 11 \to 10 \to 00 \qquad \text{et} \qquad 00 \to 10 \to 11 \to 01 \to 00.$$

Sur six cycles, deux seulement passent le critère. Ils sont l'image l'un de l'autre dans un miroir : échanger les deux bits ($b_0 \leftrightarrow b_1$) transforme l'un en l'autre.

Le groupe. Appelons g un pas du premier cycle. Quatre pas ramènent au départ : $g^4 = e$. Les puissances e, g, g^2, g^3 forment le groupe cyclique $\mathbb{Z}_4$. Le second cycle est engendré par $g^3 = g^{-1}$. Dans la représentation par les nombres complexes, $\mathbb{Z}_4 \simeq \{1, i, -1, -i\}$, les deux générateurs sont i et $-i$.

Rien, à ce niveau, ne dit lequel des deux sens est $+i$: les deux cycles sont équivalents. Ce choix est renvoyé à N_1.

Pourquoi pas trois bits ? Le cycle demande au moins quatre états, la binarité en impose 2^n, et le substrat ne pose aucune distinction sans fondement : $n = 2$ (Thm. 1).

En une phrase : deux bits et un pas à la fois laissent exactement deux cycles, miroirs l'un de l'autre, qui sont les deux générateurs $\pm i$ de $\mathbb{Z}_4$.

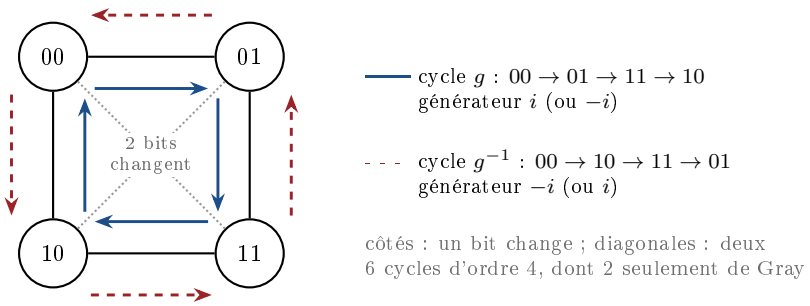
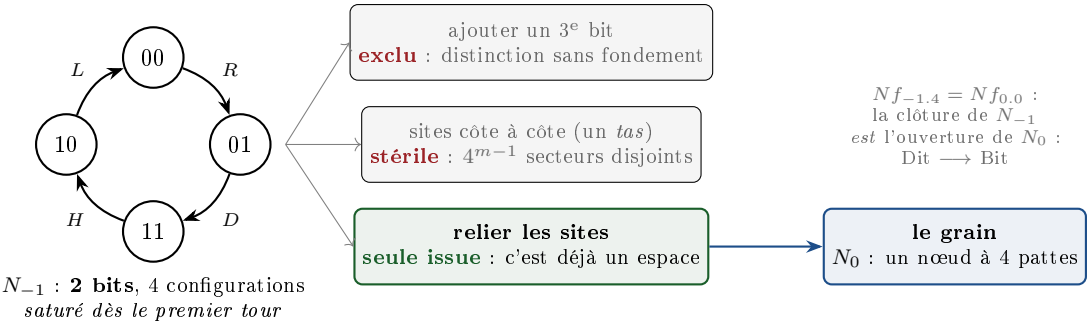


Figure 2: Les quatre états de deux bits aux coins d'un carré. Seuls les deux tours du carré, en sens opposés, changent un seul bit par pas (critère de Gray) ; ils sont miroirs l'un de l'autre (échange des bits) et correspondent aux deux générateurs g et g^{-1} de $\mathbb{Z}_4$, soit $\pm i$, sans que le niveau dise lequel est $+i$.

Trois issues, une seule ouverte. Ajouter un bit est exclu (Thm. 1). Juxtaposer des sites sans les relier ne relâche rien :

Proposition 1 (Le tas fragmente au lieu de libérer [A]). *Sur m sites indépendants, l'action diagonale du cycle a exactement $4^m/4 = 4^{m-1}$ orbites disjointes (formule de Burnside, le profil de points fixes de g, g^2, g^3 étant nul), chacune de longueur 4 : le tas* ***fragmente*** *la saturation en secteurs entre lesquels le cycle ne passe pas.*

Il ne reste que la **mise en relation** des sites — et un ensemble de sites reliés est déjà un espace (C113). Au-delà de cinq sites, ce qui se dit par les relations ($2^{m(m-1)/2}$ structures) excède d'ailleurs ce qui se dit par les états (4^m) : les deux se croisent exactement en $m = 5$. Ce décompte dit ce que la relation apporte ; c'est la Prop. 1 qui dit qu'il n'y a pas d'autre issue.



Pourquoi N_0 commence : le site sature au premier tour ; seule la mise en relation des sites est une issue.

2.2 Deux bits et non un quadit : l'acte du passage

Pour le lecteur non spécialiste : la physique quantique en trois idées

La physique quantique décrit le monde à très petite échelle. Trois idées suffisent pour suivre cet article.
La superposition. Un objet classique est dans un état ou dans un autre : une pièce posée montre pile ou face. Un objet quantique peut être dans une combinaison des deux, avec des poids. Ce n'est qu'au moment où on le mesure qu'on obtient un résultat net. Ici, le droit de superposer n'est pas dérivé : c'est l'*acte* du niveau, le seul ingrédient ajouté.
L'ordre compte. Mettre ses chaussettes puis ses chaussures ne donne pas le même résultat que l'inverse. En physique quantique, deux opérations faites dans un ordre ou dans l'autre peuvent aussi donner des résultats différents. On dit qu'elles ne commutent pas. C'est de là que vient l'incertitude : deux grandeurs qui ne commutent pas ne peuvent pas être fixées en même temps.
L'intrication. Deux objets peuvent former un tout qu'on ne peut pas décrire en décrivant chacun séparément. Ici, deux grains qui partagent une face sont dans ce cas.
L'article montre que les deux dernières idées viennent déjà du substrat logique : elles ne sont pas propres à la matière.

Théorème 3 (La factorisation binaire donne l'algèbre $\mathfrak{su}(2)$ [A]). ***(i)*** *Quatre états indivisibles (un « quadit ») n'engendrent aucune algèbre : sans factorisation, les seules opérations sont les puissances du cycle, qui commutent ($\mathbb{Z}_4$ est abélien), et l'algèbre de leurs commutateurs est de dimension 0.* ***(ii)*** *Deux bits portent des primitives — NOT sur un bit, XOR d'un bit sur l'autre — qui* ***ne commutent pas****.*

Les primitives sont des permutations des quatre configurations. Leur commutateur de groupe, $ABA^{-1}B^{-1}$, reste une permutation ; leur commutateur de Lie, $AB - BA$, ne l'est plus :

$$[\mathrm{NOT}_1, \mathrm{XOR}_{10}] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

(configurations rangées $|b_1 b_0\rangle = 00, 01, 10, 11$). **Aucune réorganisation de configurations n'a de coefficient négatif** : pour que l'algèbre existe, il faut admettre les *combinaisons linéaires* de configurations, c'est-à-dire la superposition.

L'acte de $N_{-1} \to N_0$, et sa forme algébrique

L'acte du passage est celui que le §3.9 nomme : **le Dit devient Bit** — les quatre configurations se lisent comme deux bits (Thm. 3), et chaque lien porte l'un des deux axes, R/H ou D/L, sans que N_0 en distingue le sens. Sa forme algébrique est l'**enveloppe linéaire** : sans elle, le commutateur (1) n'existe pas, et il n'y a ni algèbre, ni espace. L'acte est nécessaire ; il ne crée pas la superposition de rien : il réalise *dans un lieu* la cohérence de phase que N_{-1} établit par le Dit partagé (parité $\mathbb{Z}_4 \to \mathbb{Z}_2$ et produit fibré) [2]. Il n'est aucune des quatre fonctions : une combinaison linéaire n'est pas une permutation du cycle — N_0 est l'*arène* où les fonctions opèrent.

2.3 La dimension trois

Proposition 2 (Les primitives suffisantes [A]). *L'échange n'est pas une primitive (*$\mathrm{SWAP} = \mathrm{XOR}_{01} \circ \mathrm{XOR}_{10} \circ \mathrm{XOR}_{01}$*). Parmi les sous-ensembles de* $\{\mathrm{NOT}_0, \mathrm{NOT}_1, \mathrm{XOR}_{01}, \mathrm{XOR}_{10}\}$*, l'algèbre de Lie engendrée par les commutateurs est de dimension 0 pour les deux* NOT*, 1 pour un* NOT *et le* XOR *qui lit le bit qu'il inverse (0 avec l'autre), 1 pour les deux* XOR *ou les deux* NOT *avec un* XOR*, et* ***3 exactement quand le sous-ensemble contient les deux directions de*** XOR *et un* NOT*. Les deux ensembles minimaux sont échangés par la transposition des bits* $\psi : b_0 \leftrightarrow b_1$*, qui à* N_{-1} *conjugue* g *en* g^{-1}*. (Convention :* XOR_{ij} *lit* b_i *et écrit sur* b_j*.)*

Théorème 4 ($\mathfrak{so}(3)$ depuis les commutateurs [A]). *L'algèbre de Lie engendrée par les commutateurs de* NOT *et des deux* XOR *est*

$$\mathfrak{g}_{N_0} \;\cong\; \mathfrak{so}(3) \;\cong\; \mathfrak{su}(2), \tag{2}$$

de dimension 3, ***compacte****, irréductible sur un espace de dimension 3.* La compacité vient de l'involutivité *: les primitives vérifient* $A^2 = \mathbb{1}$*, donc* $A^{\mathsf{T}} = A$*, et* $[A,B]^{\mathsf{T}} = -[A,B]$ *: les commutateurs d'involutions sont antisymétriques. Les matrices elles-mêmes engendrent une algèbre de dimension 10,* $\mathfrak{gl}(1) \oplus \mathfrak{gl}(3)$*, non compacte (vérifié), dont l'algèbre dérivée* $\mathfrak{sl}(3)$ *n'est pas compacte non plus ; on ne ferme ici que les commutateurs des primitives, ce qui donne* $\mathfrak{so}(3)$*. La compacité tient donc à ce choix de construction : sans le passage aux commutateurs, il n'y aurait pas de distance.*

Vérifié pour cet article : les dimensions des onze sous-ensembles de deux primitives ou plus, et l'antisymétrie des commutateurs.

Ce que le théorème établit exactement. Toute permutation des quatre configurations fixe le vecteur $\mathbf{1} = (1,1,1,1)$; les commutateurs vivent donc dans $\mathfrak{so}(\mathbf{1}^{\perp}) \cong \mathfrak{so}(3)$. La dimension 3 est ainsi *l'identité* « quatre configurations moins la direction invariante » : le théorème **rencontre** $\mathfrak{so}(3)$, il ne le sélectionne pas parmi d'autres algèbres possibles. Ce qui le rend non trivial est en amont : **quatre configurations, et deux bits** — avec trois bits, les commutateurs engendreraient une algèbre de dimension 21, $\mathfrak{so}(7)$. Le dernier pas — lire ces trois générateurs comme les trois directions de l'espace — est une interprétation, non un calcul.

Pour l'étudiant : deux opérations qui ne commutent pas

Rangeons les états dans l'ordre $00, 01, 10, 11$ (le premier chiffre est le premier bit). Prenons deux opérations. X bascule le premier bit. C est un OU exclusif : il bascule le second bit *si* le premier vaut 1. Ce sont des permutations, donc des matrices de 0 et de 1 :

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

L'ordre compte. Partons de 00 (figure 3). X puis C : $00 \to 10 \to 11$. C puis X : C ne fait rien (le premier bit vaut 0), puis X donne $00 \to 00 \to 10$. Les deux chemins n'arrivent pas au même endroit : $XC \neq CX$.

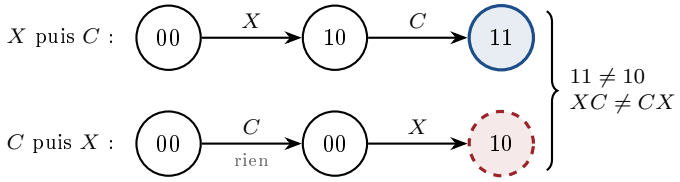
Le commutateur. On mesure l'écart par $[X,C] = XC - CX$. C'est la matrice (1). Elle a des coefficients -1 : ce n'est plus une permutation. Pour la manipuler, il faut admettre des combinaisons linéaires d'états.

On ferme. On prend les commutateurs, puis les commutateurs de commutateurs, jusqu'à ce que rien de nouveau n'apparaisse. On compte la dimension de l'espace vectoriel obtenu :

- X et C seuls : dimension 1 (un seul commutateur, qui ne produit rien d'autre) ;
- X et les deux OU exclusifs (C et celui qui lit le second bit) : dimension 3. C'est $\mathfrak{so}(3) \cong \mathfrak{su}(2)$, l'algèbre des rotations.

X et C sont des involutions, donc des matrices symétriques ; leurs commutateurs sont antisymétriques : ce sont des générateurs de rotations. Si l'on fermait sur les matrices elles-mêmes, on obtiendrait une algèbre de dimension 10, non compacte.

Attention. Le calcul donne trois générateurs. Les lire comme les trois directions de l'espace est une *interprétation*, non un calcul.
En une phrase : deux bits et deux OU exclusifs de sens opposés suffisent pour que les commutateurs ferment sur $\mathfrak{so}(3)$, de dimension 3.



on ferme	dim.
commutateurs de X, C	1
commutateurs de X et des 2 OU excl.	**3**
les matrices elles-mêmes	10

Figure 3: À gauche : appliquées à 00, les deux opérations donnent 11 ou 10 selon l'ordre ; elles ne commutent pas. À droite : dimension de l'algèbre obtenue en fermant sous le commutateur. Avec une seule opération conditionnelle (C, qui lit le bit que X bascule), dimension 1 ; avec les deux, dimension 3, $\mathfrak{so}(3) \cong \mathfrak{su}(2)$; en fermant sur les matrices elles-mêmes, dimension 10 (non compacte). Avec l'autre OU exclusif seul, qui lit le second bit, X commute et la dimension est 0.

Proposition 3 (Le revêtement double : SU(2) plutôt que SO(3) [B])**.** *L'algèbre $\mathfrak{g}_{N_0}$ ne fixe pas le groupe :* SO(3) *et son revêtement double* SU(2) *ont la même. Deux conditions de N_0 choisissent* SU(2)*.* ***(i) Le bit.*** *À spins égaux j, un nœud de valence 4 a un espace d'entrelaceurs de dimension $2j+1$: il porte exactement un bit si et seulement si $j = \frac{1}{2}$, spin que seul* SU(2) *représente fidèlement ; avec les spins entiers de* SO(3)*, la dimension vaut $3, 5, \ldots$, jamais un bit.* ***(ii) La parité.*** *Dans* SU(2)*, tout élément d'ordre 4 a pour carré $-\mathbb{1}$: une image fidèle de $\mathbb{Z}_4$ envoie les éléments pairs $\{e, g^2\}$ exactement sur le centre $\{\pm\mathbb{1}\}$, et les impairs $\{g, g^3\}$ hors du centre. Dans* SO(3)*, g^2 serait un demi-tour, qui n'est pas central : la parité de $\mathbb{Z}_4$ n'y serait portée par aucun centre.*

Statut [B] : sous la binarité du Dit, transmise de N_{-1}, et pour un grain à spins égaux (§2.4). C'est ce revêtement que supposent le spin $\frac{1}{2}$ des pattes, la Prop. 10 et le foncteur (§2.10). *Vérifié pour cet article* : les dimensions $1, 0, 2, 0, 5$ ($j = \frac{1}{2}$) et $1, 1, 3, 6, 15$ ($j = 1$) pour 2 à 6 pattes.

Proposition 4 (La décomposition $\mathbf{1} \oplus \mathbf{3}$ [A])**.** *Sous $\mathfrak{g}_{N_0}$, l'espace des configurations d'un grain se décompose canoniquement en*

$$\mathbb{R}^4 \;=\; \underbrace{\langle \mathbf{1} \rangle}_{\mathbf{1}} \;\oplus\; \underbrace{\mathbf{1}^{\perp}}_{\mathbf{3}}, \tag{3}$$

et aucune transformation ne mélange les deux blocs. Le bloc **3** *est l'espace ; le bloc* **1** *est une direction invariante, que les rotations n'atteignent pas.*

Proposition 5 (Le contenu observable d'un grain est de dimension deux [A])**.** *Le commutant de $\mathfrak{g}_{N_0}$ est de dimension 2 (lemme de Schur, les blocs* **1** *et* **3** *étant inéquivalents), engendré par les projecteurs $P_{\mathbf{1}}$ et $P_{\mathbf{3}} = \mathbb{1} - P_{\mathbf{1}}$.* ***Un grain n'a que deux observables invariantes*** *— « combien de direction invariante » et « combien d'espace » —, symétriques, paires sous le renversement, achirales.*

Vérifié pour cet article : dimension du commutant égale à 2. Le niveau est *pauvre* : c'est de cette pauvreté que suivent le no-go de signature et le verrou achiral (§2.8).

2.4 Le grain : quatre pattes et un bit

Le grain est un nœud dont les pattes portent chacune un spin $\frac{1}{2}$ et une phase ; il se referme si ses pattes forment un singulet. Le nombre de façons de le refermer (la dimension de son espace d'entrelaceurs) vaut

$$0,\ 1,\ 0,\ 2,\ 0,\ 5 \qquad \text{pour 1 à 6 pattes.}$$

Proposition 6 (Valence quatre, et un bit [B])**.** *Le grain élémentaire est un nœud de valence 4 — le dual d'un tétraèdre : c'est la plus petite valence où il porte de l'information, et il en porte* ***exactement un bit****. Au-delà, il porterait des distinctions que rien n'exige (6 pattes :* $\log_2 5 \approx 2{,}3$ *bits).*

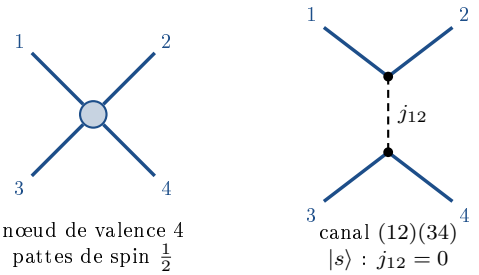
Deux autres critères accompagnent celui-ci sans le contredire : la réalisabilité (valence paire) et la rigidité des assemblages (valence ≥ 3, §2.5). Seul le critère d'information fixe la valence.

Pour l'étudiant : un nœud à quatre pattes porte un bit

Un nœud de *valence* 4 est un point d'où partent quatre pattes. Chaque patte porte un spin $\frac{1}{2}$, comme un électron : deux états, $\uparrow$ et $\downarrow$. Les quatre pattes ensemble ont $2^4 = 16$ états.
Un entrelaceur est un état du nœud invariant sous les rotations : un état de spin total nul. Le nœud « se referme » quand ses pattes forment un tel singulet. Combien y en a-t-il ? On compose les spins deux à deux, comme en cours : $\frac{1}{2} \otimes \frac{1}{2} = 0 \oplus 1$. On recommence et on obtient

$$\tfrac{1}{2} \otimes \tfrac{1}{2} \otimes \tfrac{1}{2} \otimes \tfrac{1}{2} \;=\; 2 \cdot (0) \;\oplus\; 3 \cdot (1) \;\oplus\; (2), \qquad 2 + 3 \cdot 3 + 5 = 16.$$

Le spin 0 apparaît deux fois : l'espace des entrelaceurs a **dimension 2**. C'est un bit quantique.
Deux façons d'apparier. Construisons ces singulets à la main (figure 4). On peut coupler les pattes 1 et 2 en un singulet, et 3 et 4 en un autre : c'est le canal (12)(34), état $|s\rangle$. On peut aussi coupler 1 avec 3 et 2 avec 4 : canal (13)(24), état $|t\rangle$. Les deux sont invariants et indépendants. Mais ils ne sont pas orthogonaux : $|\langle s|t\rangle| = \frac{1}{2}$. Ce sont deux façons de décrire le même plan de dimension 2.
Pourquoi quatre pattes ? Avec un nombre impair de pattes, le spin total est demi-entier et ne peut pas être nul : dimension 0. Avec deux pattes, il y a un seul singulet : une seule façon de refermer, donc aucun choix, aucune information. Avec quatre, deux façons : un bit, exactement. Avec six, cinq façons, soit $\log_2 5 \approx 2{,}3$ bits, plus que rien n'exige.
En une phrase : la valence 4 est la plus petite où le nœud a plus d'une façon de se refermer, et il en a exactement deux.



nœud de valence 4, pattes de spin $\frac{1}{2}$ — canal (12)(34), $|s\rangle$: $j_{12} = 0$ — canal (13)(24), $|t\rangle$: $j_{13} = 0$

$|\langle s|t\rangle| = \frac{1}{2}$: non orthogonaux

pattes	dim.	bits
2	1	0
3	0	–
4	**2**	**1**
5	0	–
6	5	$\approx 2{,}3$

Figure 4: À gauche : un nœud de valence 4. Au centre et à droite : ses deux façons d'apparier les pattes. Le trait tireté est le spin intermédiaire du couple ; les singulets $|s\rangle$ et $|t\rangle$ correspondent à la valeur 0. Ils engendrent ensemble l'espace des entrelaceurs, de dimension 2, sans être orthogonaux. À droite : dimension de l'espace des entrelaceurs (pattes de spin $\frac{1}{2}$) et nombre de bits, $\log_2(\text{dim})$; la valence 4 est la première à porter de l'information.

Théorème 5 (Un grain générique est une superposition [A])**.** *Les deux dimensions de l'espace d'entrelaceurs sont deux canaux de recouplage — apparier les pattes* (12)(34) *ou* (13)(24)*. Un grain générique,* $a\,|s\rangle + b\,|t\rangle$ *avec* $a, b \neq 0$*, n'existe pas sans superposition.*

Proposition 7 (Canal défini et volume défini s'excluent [A])**.** *Les deux canaux ne sont pas orthogonaux (*$|\langle s|t\rangle| = \frac{1}{2}$*) ; dans une base orthonormée réelle de l'espace d'entrelaceurs, l'opérateur de volume orienté s'écrit* $\hat{q} = \frac{\sqrt{3}}{4}\,\sigma_y$ *: trace nulle, spectre* $\pm\frac{\sqrt{3}}{4}$*. Un canal pur, réel, a un volume moyen nul et une variance maximale* (3/16) *; un état de volume défini est une combinaison* complexe *de canaux. Les deux signes du volume sont les deux* ***mains*** *du grain (§3.2).*

Aire du canal et volume *orienté* ne commutent pas (le volume habituel de la gravité quantique à boucles, $\sqrt{|\hat{q}|}$, vaut $(\sqrt{3}/4)^{1/2}$ sur les deux états : il est proportionnel à l'identité sur l'espace d'entrelaceurs du grain, et commute avec l'aire) : **un principe d'incertitude existe sur des grandeurs purement géométriques**, dans un niveau sans dynamique ni constante de Planck. Ce n'est pas $\hbar$ qui le produit, mais la non-commutativité héritée des primitives.

Pour l'étudiant : aire et volume ne se mesurent pas ensemble

L'aire. Une surface traversée par une patte de spin j a une aire proportionnelle à $\sqrt{j(j+1)}$, la racine du casimir de $\mathfrak{su}(2)$:

$$A_j \;=\; 8\pi\gamma\,\ell_P^2\,\sqrt{j(j+1)}.$$

La forme $\sqrt{j(j+1)}$ est dérivée ; l'unité $8\pi\gamma\,\ell_P^2$ est une échelle calibrée (la valeur de γ est renvoyée à N_1 et

N_2). Pour $j = \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}$, on trouve 0,866, 1,414, 1,936 unités : le spectre est discret (figure 5).
L'aire d'un canal. Dans le canal (12)(34), la surface qui sépare la paire (12) de la paire (34) est traversée par le spin intermédiaire j_{12}, qui vaut 0 ou 1. Son aire vaut donc 0 ou $\sqrt{2}$ unités. Les deux états où elle est définie sont $|s\rangle$ ($j_{12} = 0$) et l'état orthogonal ($j_{12} = 1$).
Le volume orienté. Sur l'espace des entrelaceurs, de dimension 2, on choisit une base orthonormée réelle. L'opérateur de volume orienté y vaut $\hat{q} = \frac{\sqrt{3}}{4}\,\sigma_y$: valeurs propres $\pm\frac{\sqrt{3}}{4}$. Ses vecteurs propres sont complexes.
La sphère de Bloch. Tout état d'un espace de dimension 2 est un point d'une sphère. L'aire du canal est diagonale dans la base réelle : ses deux états définis sont les pôles. Le volume est σ_y : ses deux états définis sont sur l'équateur. Or σ_y ne commute avec aucun opérateur diagonal non proportionnel à l'identité. Un état ne peut pas être à la fois au pôle et sur l'équateur. Au pôle $|s\rangle$, le volume moyen est nul et sa variance maximale (3/16). Sur l'équateur, j_{12} vaut 0 ou 1 avec probabilité $\frac{1}{2}$ chacun.
Ce qu'il faut retenir. Il n'y a ici ni hamiltonien, ni évolution, ni $\hbar$: seulement deux opérateurs qui ne commutent pas. Le volume habituel de la gravité quantique à boucles, $\sqrt{|\hat{q}|}$, est proportionnel à l'identité sur ce plan et commute avec l'aire ; c'est le volume *orienté* qui porte l'incertitude.
En une phrase : sur le nœud à quatre pattes, l'aire d'un canal et le volume orienté sont deux axes perpendiculaires de la même sphère, et aucun état ne les fixe ensemble.

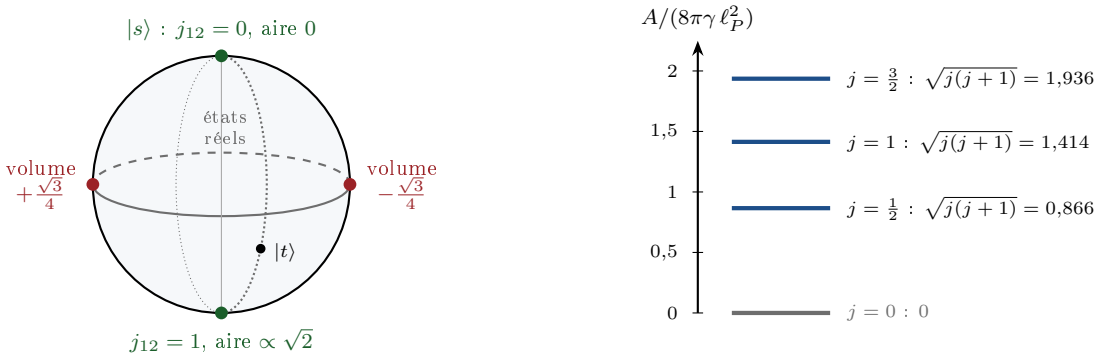


Figure 5: À gauche : l'espace des entrelaceurs du nœud de valence 4, vu comme une sphère de Bloch. Aux pôles, l'aire du canal (12)(34) est définie ($j_{12} = 0$ ou 1) ; sur l'équateur, le volume orienté est défini ($\pm\sqrt{3}/4$). Le cercle pointillé porte les états réels, dont les deux canaux $|s\rangle$ et $|t\rangle$ (à 120° l'un de l'autre, $|\langle s|t\rangle| = \frac{1}{2}$) ; le volume y a une moyenne nulle. Aucun point n'est à la fois pôle et équateur. À droite : spectre de l'aire, $\propto \sqrt{j(j+1)}$, en unités de $8\pi\gamma\,\ell_P^2$ (échelle calibrée).

2.5 Les assemblages : un produit fibré

Pour le lecteur non spécialiste : recoller deux grains

Prenez deux dés et collez-les par une face. Ils ne sont plus libres : la face commune doit être la même des deux côtés, et les deux dés ne peuvent plus que tourner l'un par rapport à l'autre autour de cette face. Les mathématiciens appellent un tel assemblage un *produit fibré* : deux objets liés par ce qu'ils ont en commun. Pour les grains, cette contrainte a deux conséquences. D'abord, l'assemblage devient rigide dès qu'il est fermé : c'est ce qui fait tenir l'espace. Ensuite, les deux grains ne peuvent plus être décrits séparément : ce que l'un porte sur la face dit quelque chose de l'autre. C'est l'intrication. Elle n'est donc pas une propriété mystérieuse réservée aux particules : ici, elle est la façon même dont l'espace tient ensemble. Une face partagée porte exactement un bit d'information commune.

Proposition 8 (Dimension d'un assemblage [B]). *Un assemblage de grains n'est pas leur produit cartésien mais leur* ***produit fibré*** *au-dessus des données de face : recoller deux grains par une face impose le stabilisateur de la normale partagée, de codimension* $\dim \mathrm{SO}(3) - \dim \mathrm{Stab}(n) = 3 - 1 = 2$. *Pour m grains et E faces recollées,*

$$\boxed{\dim \;=\; \max\bigl(3,\; 3m - 2E\bigr)} \tag{4}$$

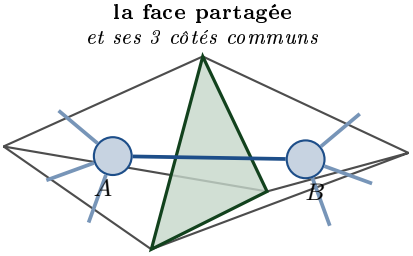
Sur un réseau fermé où chaque patte est recollée ($E = 2m$ en valence 4), la dimension vaut 3 : ***l'espace reste tridimensionnel****. Une chaîne ($E = m - 1$) porte $m + 2$ directions et, dès $m \geq 2$, dépasse 3.*

Des grains simplement posés côte à côte donneraient $3m$ dimensions ; le recollement en retire deux par face. Deux grains partageant 0, 1 ou 2 faces conservent 3, 1 ou 0 libertés au-delà de la rotation d'ensemble ; le résidu

unique du cas à une face est la rotation autour de la normale partagée — la *torsion*, variable conjuguée de l'aire [26].

Proposition 9 (L'état minimal de deux grains recollés est une paire de Bell [A]). *L'entropie de coupure minimale de deux grains recollés par une face vaut* $S_{\min} = \ln 2$ *: tout état invariant de deux grains recollés est au moins aussi intriqué qu'une paire maximalement intriquée ; avec tous les opérateurs réels sur les entrelaceurs, la violation de CHSH atteint* $2\sqrt{2}$*. Une face ayant deux côtés, l'intrication est* monogame *: une face ne s'intrique qu'avec son vis-à-vis.*

Ce que voient les observables du niveau. Si l'on n'admet que les observables invariantes d'un grain (le commutant de sa symétrie), elles se réduisent à deux projecteurs qui commutent, et CHSH entre deux grains ne dépasse pas 2. La contextualité suit la même règle (`contextualite`). L'absence de racine de -1 n'y fait pas obstacle : le carré de Peres–Mermin s'écrit avec des opérateurs réels. Ce qui décide est l'invariance. Le commutant de la symétrie d'un assemblage a toujours un bloc de dimension un ; il existe donc un état invariant sans dispersion, et aucune preuve de contextualité indépendante de l'état n'est possible, quel que soit le nombre de grains. Pour deux grains recollés, sous la seule rotation d'ensemble, le commutant vaut $M_2(\mathbb{R}) \oplus M_3(\mathbb{R}) \oplus M_1(\mathbb{R})$; son bloc de dimension trois porte une contextualité dépendante de l'état (KCBS : $\sqrt{5}$ contre 2), car la torsion n'est pas une symétrie de l'assemblage. Avec tous les opérateurs réels, Peres–Mermin s'applique pour tout état. N_0 n'ayant pas de mesures séquentielles, ces énoncés portent sur l'algèbre. **La torsion n'est pas une symétrie** (auteur) : c'est une relation, qui différencie les grains. Les assemblages sont donc contextuels pour certains états ; avec des observables invariantes, il n'existe pas de preuve indépendante de l'état, et CHSH reste ≤ 2 avec des observables invariantes.
Faire de l'espace et intriquer sont un seul fait : le produit fibré qui retire deux dimensions par face est aussi ce qui rend l'état de deux grains non factorisable. C'est la règle de lien vue du côté de l'état : une face partagée est une seule face (§3.3).



produit fibré : une contrainte, non une juxtaposition

état minimal : **paire intriquée**
1 bit d'intrication : $\ln 2$

deux dimensions retirées par face : $\dim = \max(3, 3m - 2E)$

Deux grains recollés par une face : une contrainte (deux dimensions retirées) et une paire intriquée ($\ln 2$).

2.6 Un niveau quantique sans $\hbar$

Pour le lecteur non spécialiste : quantique, mais sans constante de Planck

La constante de Planck, notée $\hbar$, est le nombre qui fixe la taille des effets quantiques en unités ordinaires. Elle relie par exemple l'énergie d'une lumière à sa couleur. On la croit souvent indispensable à la physique quantique.
Ce n'est pas tout à fait vrai. La structure quantique, c'est-à-dire la superposition et le fait que l'ordre des opérations compte, n'a pas besoin d'unité. $\hbar$ n'apparaît que lorsqu'on veut convertir cette structure en énergie et en temps. Or N_0 n'a ni énergie ni temps orienté. Il est donc quantique, mais sans $\hbar$: la constante n'aura de rôle qu'au niveau suivant, quand le temps et l'énergie apparaîtront. C'est comme une partition de musique, qui fixe déjà les intervalles avant qu'on choisisse le tempo.

N_0 n'a ni dynamique ni constante de Planck ; il est pourtant quantique de part en part.

La règle de Born. Une probabilité sur les effets qui est additive est homogène, donc linéaire ; une forme linéaire sur les matrices hermitiennes s'écrit $\mu(A) = \mathrm{Tr}(MA)$, et M est l'état ρ : c'est la règle de Born, obtenue sous l'hypothèse d'additivité sur les effets [6], plus faible que celle de Gleason [7]. **Sur les observables invariantes d'un grain, la règle de Born est dérivée sans condition** : leur commutant (Prop. 5) est commutatif, et la non-contextualité y est automatique. Pour les autres observables, les deux propriétés que demande la voie de Busch découlent du concept [B, concept]. *L'additivité.* Le poids d'un résultat de mesure est un capital, et le capital s'accumule : il est additif, alors que la complexité se multiplie (§3.12). C'est la même lecture qui donne l'action de jauge, dont le capital est la moyenne additive des quatre canaux de l'accord. *L'indépendance du contexte.* Une mesure est une réception, et c'est le récepteur qui donne à ce qu'il reçoit son sens et sa valeur : la valeur d'un effet est fixée par ce qui est reçu et par celui qui le reçoit, non par les autres effets qui auraient pu être émis avec lui. C'est la non-contextualité des probabilités. *Ce qu'elle n'est pas.* Le

principe du récepteur fixe la valeur d'un effet reçu ; il ne donne pas une valeur cachée à chaque observable avant toute mesure. Il ne contredit donc pas le théorème de Kochen et Specker, qui interdit les valeurs déterministes non contextuelles et s'applique dès que deux grains sont recollés. En dimension finie, l'additivité finie suffit. **La règle de Born générale est donc dérivée sous le concept** ; l'hypothèse d'additivité n'est pas importée.

La figure 6 résume cette dérivation et la distingue de l'énoncé de Kochen et Specker.

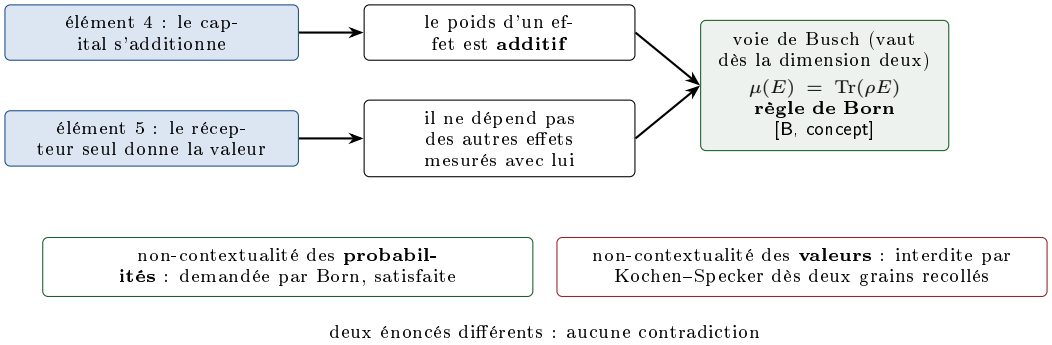


Figure 6: La règle de Born tirée du concept. L'additivité vient du capital, qui s'additionne ; l'indépendance du contexte vient de ce que le récepteur seul donne sa valeur à ce qu'il reçoit. La voie de Busch en tire la forme $\mathrm{Tr}(\rho E)$, y compris en dimension deux, celle d'un grain. Born demande la non-contextualité des probabilités ; Kochen et Specker interdisent celle des valeurs.

La décohérence est le produit fibré appliqué à l'environnement. Une superposition survit tant qu'aucun degré de l'environnement ne distingue ses branches ; dès qu'il en partage une donnée de face, l'état du couple est un produit fibré, et la cohérence décroît comme r^N (avec un recouvrement $r = 0{,}9$ par degré : 0,35 pour $N = 10$, $2{,}7 \times 10^{-5}$ pour $N = 100$). Il ne faut pas un environnement *grand*, il faut qu'il *distingue*. N_0 fournit le mécanisme ; seul le sens d'un enregistrement (lequel des partenaires garde la trace de l'autre) est renvoyé à N_1, car il demande un temps orienté. La question du résultat unique reste hors de portée : une flèche du temps ne la règle pas.

2.7 Fermions et bosons depuis la parité

Pour le lecteur non spécialiste : deux familles de particules

Toutes les particules connues se rangent en deux familles. Les *fermions* (l'électron, les quarks) refusent de partager le même état : deux électrons ne peuvent pas être exactement au même endroit avec les mêmes propriétés. C'est ce qui donne aux atomes leurs couches et à la matière sa solidité. Les *bosons* (la lumière, par exemple) peuvent au contraire s'empiler en grand nombre dans le même état : c'est ce qui permet le laser.
Pourquoi deux familles, et pas trois ? D'habitude, la réponse passe par la relativité. Ici, elle vient d'une propriété du substrat logique : ses quatre opérations se rangent en deux classes, paires et impaires. Cette séparation en deux se transmet au grain. Le niveau ne contient pas encore de particules ; il fixe seulement qu'il y aura deux classes. Une troisième classe de particules élémentaires, observée dans notre espace à trois dimensions, réfuterait ce résultat.

Proposition 10 (La dichotomie vient de la parité du substrat [B])**.** *La parité $\varepsilon : \mathbb{Z}_4 \to \mathbb{Z}_2$ sépare les quatre fonctions en deux classes : $\{R, H\}$ impaires, $\{D, L\}$ paires. Transmise à N_0, elle se réalise comme l'action du* ***centre*** *$\{\pm\mathbb{1}\}$ du groupe de structure* SU(2) *(Prop. 3), qui agit par $(-1)^{2j}$: d'où deux comportements sous échange, et l'antisymétrie du cas impair.*

Les deux classes de parité sont exactement **les deux axes** que N_0 ne différencie pas : $R = H$ et $D = L$ (§3.9). Le résultat s'obtient sans les ingrédients du théorème spin-statistique usuel — invariance de Lorentz, positivité de l'énergie, causalité —, dont ce niveau ne dispose pas. Il est corroboré en partie, indépendamment : en dimension $d \geq 3$, les statistiques sont celles du groupe symétrique, dont les représentations de dimension 1 sont exactement deux ; la topologie exclut donc les anyons, mais elle laisse ouvertes les parastatistiques (représentations de dimension plus grande). Des parastatistiques non triviales sont possibles comme quasi-particules émergentes de modèles de spin à une et deux dimensions [78] ; elles ne concernent pas les excitations élémentaires de ce niveau. Une parastatistique d'excitations élémentaires en dimension trois, qui ne se ramène pas à des bosons ou des fermions munis de degrés internes, réfuterait la dichotomie. **Statut** : la dichotomie est *transmise* de N_{-1} ; que les modes du nœud de matière soient des fermions reste la lecture conditionnelle de C18 (§3.8).

2.8 Ce que N_0 ne peut pas fixer : la signature, la flèche, et l'acte de N_1

Pour le lecteur non spécialiste : ce que ce niveau ne peut pas faire

Une théorie gagne à dire clairement ce qu'elle ne peut pas faire. Cette section le démontre pour deux choses.
La signature. Dans la relativité, le temps n'est pas une direction comme les autres : une distance dans le temps se compte avec un signe opposé à une distance dans l'espace. C'est ce qu'on appelle la signature. Le niveau N_0 fournit trois directions d'espace et une direction d'ordre, mais rien en lui ne dit comment les combiner. Trois choix restent également possibles.
La flèche du temps. Un film d'une toupie qui tourne, passé à l'envers, montre une toupie qui tourne dans l'autre sens : rien ne permet de dire lequel est l'original. N_0 est dans ce cas. Ses deux sens de parcours sont des images miroir exactes, et aucune grandeur du niveau ne peut les distinguer. C'est le *verrou achiral*.
Ces deux absences ne sont pas des oublis : ce sont des théorèmes. Pour les lever, il faut un choix nouveau, que seul le niveau suivant fait.

Théorème 6 (La signature n'est pas dérivable à N_0 [A]). *Les formes bilinéaires symétriques invariantes sous $\mathfrak{g}_{N_0}$ forment un plan, $G = a\,P_{\mathbf{1}} + b\,P_{\mathbf{3}}$ ($b > 0$ pour que l'espace ait une longueur). Trois cas y sont également admissibles :*

$a > 0$	$(+,+,+,+)$	*euclidienne : la direction invariante serait une quatrième dimension d'espace*
$a < 0$	$(-,+,+,+)$	*lorentzienne : elle serait le temps*
$a = 0$	$(0,+,+,+)$	***dégénérée** : elle ordonne sans mesurer*

Rien dans N_0 ne les départage : l'indétermination porte sur la nature *de la direction invariante, non sur un signe.*

C'est la forme algébrique de « le temps n'est pas différencié en N_0 » (§3.10) : la **lecture propre à N_0 est la lecture dégénérée** — une direction qui ordonne sans avoir de longueur, comme l'axe réciproque indifférencié $D = L$ sépare sans durée. Le choix appartient à N_1, où l'adjonction des boosts ne laisse qu'une forme invariante, $\eta = \mathrm{diag}(-1,+1,+1,+1)$ [4].

Pour l'étudiant : la signature, un choix que rien ne dicte

L'espace d'un grain se décompose en $\mathbf{1} \oplus \mathbf{3}$: une direction invariante (l'axe d'ordre) et trois directions qui tournent entre elles. Cherchons une « règle de longueur » compatible avec cette symétrie, c'est-à-dire une forme bilinéaire symétrique invariante G. Le lemme de Schur ne laisse qu'un nombre par bloc :

$$G = a\,P_{\mathbf{1}} + b\,P_{\mathbf{3}}, \qquad G(v,v) = a\,t^2 + b\,(x^2+y^2+z^2),$$

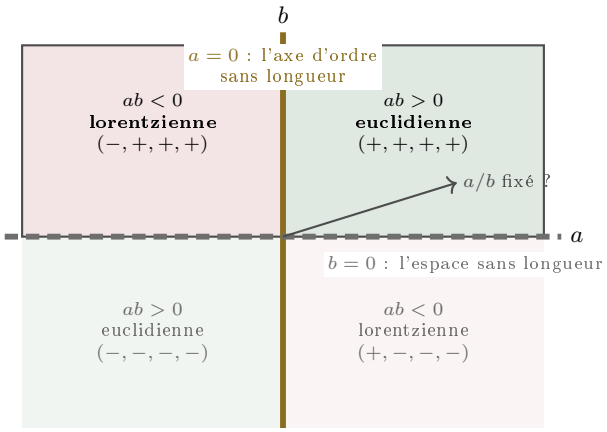
où t est la composante de v sur l'axe d'ordre et (x,y,z) ses composantes d'espace.
Toutes les formes invariantes vivent donc dans le plan (a,b) (figure 7). Lisons-le.

- a et b de même signe ($ab > 0$) : tous les carrés comptent avec le même signe, signature $(+,+,+,+)$; c'est la géométrie *euclidienne*, l'axe d'ordre serait une quatrième dimension d'espace.
- a et b de signes opposés ($ab < 0$) : $(-,+,+,+)$, la géométrie *lorentzienne* ; l'axe d'ordre serait le temps.
- $a = 0$: l'axe d'ordre n'a pas de longueur, il *ordonne sans mesurer* ; $b = 0$: c'est l'espace qui n'a plus de longueur.

Changer G en $-G$ ne change que la convention, et multiplier G par un nombre positif ne change que l'unité de longueur : seul compte le rapport a/b. Le texte principal impose $b > 0$, pour que l'espace ait une longueur ; restent $a > 0$, $a < 0$, $a = 0$.
Or aucune grandeur du niveau ne fixe a/b : la symétrie autorise toute la droite. La signature n'est donc pas dérivable à N_0. Ce n'est pas un signe qu'on aurait oublié de calculer : c'est la *nature* de l'axe d'ordre, espace, temps ou ordre pur, qui reste ouverte. Le choix appartient à N_1.

Théorème 7 (Verrou achiral [A]). *Le renversement du temps est antiunitaire, $\Theta = K \circ U$ (en mécanique quantique, c'est ce qu'impose une énergie bornée inférieurement ; N_0 n'a pas d'énergie, et cette forme y est prise comme définition du renversement). À N_0, la conjugaison K n'est pas brisée — les deux caractères fidèles de $\mathbb{Z}_4$, $\pm i$, y sont interchangeables —, et l'on considère les observables invariantes sous U (le commutant est de dimension 2, Prop. 5). Toute observable F de cette classe vérifie donc $F(\Theta\psi) = F(\psi)$: elle est T-**paire**.* Aucune grandeur de N_0 construite sur ces observables ne peut orienter la direction invariante *(énoncé restreint : l'invariance sous U est une hypothèse sur la classe des observables, non une conséquence).*

Le verrou a une seconde preuve, combinatoire, à N_{-1} [2]. Deux conséquences : **(1)** l'annulation du générateur temporel n'est pas une pathologie mais l'énoncé correct pour un niveau sans temps orienté — N_0 y parvient sans



cadre épais : le demi-plan $b > 0$ (l'espace a une longueur) ; bas : même géométrie au signe global près

Figure 7: Le plan des formes invariantes $G = a\,P_{\mathbf{1}} + b\,P_{\mathbf{3}}$. Les quadrants $ab > 0$ donnent une géométrie euclidienne, les quadrants $ab < 0$ une géométrie lorentzienne ; sur l'axe $a = 0$ (trait plein) l'axe d'ordre n'a pas de longueur, sur l'axe $b = 0$ (tirets) l'espace n'en a pas. Seule la direction du rayon, le rapport a/b, a un sens géométrique ; aucune grandeur de N_0 ne la fixe.

l'invoquer, non par la seule parité (un hamiltonien pair sous renversement peut être non nul, e^{-iHt} demandant une racine de -1 choisie), mais par deux prémisses : (P1) aucune racine de -1 n'est choisie, de sorte qu'aucun générateur anti-hermitien n'est rendu observable et qu'un générateur devrait être réel et antisymétrique ; (P2) il devrait appartenir au commutant, qui n'en contient aucun (Prop. 5) ; et la gravité quantique rencontre indépendamment un énoncé de même forme, la contrainte $\hat{H}\,|\Psi\rangle = 0$ [8] ; l'accord porte sur la forme de l'énoncé, non sur l'identité des opérateurs. Les deux énoncés sont pourtant distincts. Ce qui s'annule en N_0 est le générateur lui-même, et c'est cette annulation que l'acte de N_1 lève : avec une racine choisie, $-i(a\,P_{\mathbf{1}} + b\,P_{\mathbf{3}})$ est un générateur admissible et non nul, qui commute avec $\mathfrak{g}_{N_0}$ et ne mélange donc pas les deux blocs (le gel est levé sans mélange). La contrainte $\hat{H}\,|\Psi\rangle = 0$ porte sur les états du tout ; elle demeure en N_1, où la dynamique est relationnelle (une partie du tout sert d'horloge au reste) [4]. **(2)** Toute flèche du temps importe soit une phase complexe choisie, soit une condition aux limites.

Pour l'étudiant : le verrou achiral, ou la toupie filmée à l'envers

Filmez une toupie qui tourne, puis passez le film à l'envers : elle tourne dans l'autre sens. Si rien dans l'image ne distingue les deux films — ni ralentissement, ni inscription sur la toupie —, personne ne peut dire lequel est l'original. Le verrou achiral dit que N_0 est dans cette situation.

En mécanique quantique, renverser le temps ne se fait pas avec une matrice ordinaire. Si $\psi(t)$ résout l'équation de Schrödinger, c'est $\psi^*(-t)$, et non $\psi(-t)$, qui la résout aussi : il faut conjuguer. Wigner l'a formulé en général : le renversement est *antiunitaire*, $\Theta = K \circ U$, où K est la conjugaison complexe. À N_0, sans énergie, cette forme est prise comme définition (Thm. 7).

Sur le carré des quatre états, $00 \to 01 \to 11 \to 10$, la boucle peut se parcourir dans deux sens, $RDHL$ et $RLHD$. Les deux parcours portent des phases opposées : à chaque pas, l'amplitude est multipliée par $+i$ dans un sens, par $-i$ dans l'autre,

$$\psi_{\pm} = \tfrac{1}{2}\textstyle\sum_{k=0}^{3} (\pm i)^k\ |k\rangle\,, \qquad K\psi_{+} = \psi_{-}.$$

La conjugaison échange donc les deux sens (figure 8).

Supposons maintenant deux choses : la conjugaison n'est pas brisée (aucune racine de -1 n'est choisie, c'est la prémisse (P1)) ; et l'on regarde des observables invariantes sous U (une hypothèse sur la classe des observables). Une telle observable F est réelle, et l'on trouve $F(\Theta\psi) = F(\psi)$: elle prend la même valeur sur les deux sens. Elle est *paire*.

Conclusion. Aucune grandeur construite sur ces observables ne peut orienter l'axe d'ordre. Pour avoir une flèche, il faut choisir $+i$ ou $-i$, ou imposer une condition aux limites (le frottement de la toupie) ; ce choix est renvoyé à N_1.

Ordre et accumulation [A]. L'axe d'ordre et ce qui s'accumule sont pourtant liés. Soit q le poids d'une région de N grains sur l'axe d'ordre (le poids moyen de ses grains sur la direction invariante). Son entropie,

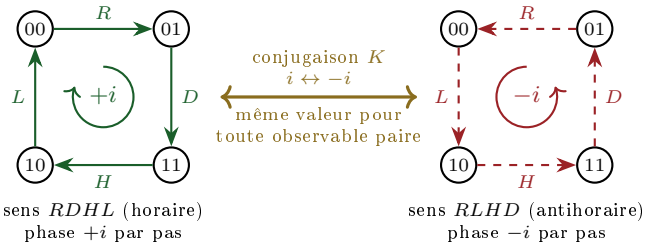


Figure 8: Le verrou achiral sur le carré des quatre états. Les deux parcours miroirs de la boucle, $RDHL$ (trait plein, phase $+i$) et $RLHD$ (tirets, phase $-i$), sont échangés par la conjugaison complexe K. Tant que K n'est pas brisée, une observable invariante leur donne la même valeur : rien à N_0 ne choisit le sens.

comme celle de toute partie qu'on en coupe avec le poids de cette partie, vérifie

$$S \le N\, s(q), \qquad s(q) = -q \ln q - (1-q) \ln \frac{1-q}{3}. \tag{5}$$

La sous-additivité donne $S \le \sum_i S(\rho_i)$; la moyenne sur la symétrie garde chaque q_i, ne fait pas baisser l'entropie et rend $\rho_i = q_i P_{\mathbf{1}} + (1-q_i)P_{\mathbf{3}}/3$, d'entropie $s(q_i)$; la concavité de s donne $\sum_i s(q_i) \le N s(q)$. L'égalité vaut pour un grain et pour un produit de grains invariants. Le calcul le confirme sur 2 à 5 grains, pour l'entropie de la région (états invariants sous la symétrie locale ou globale) et pour l'entropie d'une coupure (états purs invariants) ; pour deux grains, l'entropie de coupure vaut exactement $s(q)$ (`ordre_accumulation`). La fonction s croît jusqu'à $q = \frac{1}{4}$, l'état complètement mélangé ($S = \ln 4$), puis décroît : l'ordre et l'accumulation sont liés de façon monotone sur chaque branche. Quelle branche est celle de l'ordre croissant est une orientation de l'axe d'ordre, que le verrou interdit à ce niveau : le choix revient à N_1.

La figure 9 montre les deux branches de cette relation.

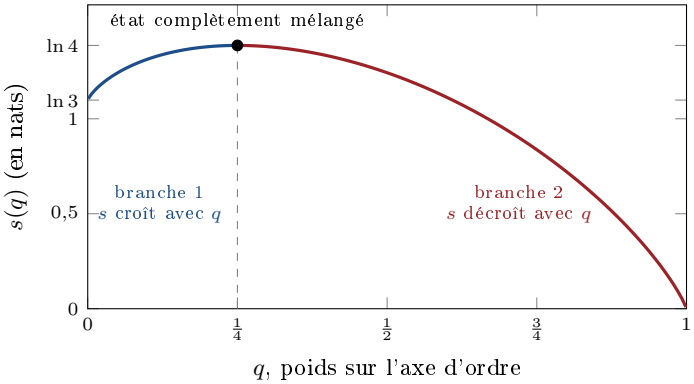


Figure 9: Ordre et accumulation. L'entropie d'une région de N grains est bornée par $N\, s(q)$, avec égalité pour un grain. Sur chaque branche, la relation entre le poids q sur l'axe d'ordre et l'entropie est monotone. Laquelle des deux branches est celle de l'ordre croissant est une orientation de l'axe : le verrou achiral l'interdit à N_0, et le choix revient à N_1.

Proposition 11 (La géométrie naît dans le secteur anti-hermitien [A])**.** *Les primitives sont des involutions, donc des matrices symétriques ; leurs commutateurs sont antisymétriques. L'algèbre $\mathfrak{g}_{N_0}$ — celle qui donne les trois dimensions — est donc tout entière* anti-hermitienne*, alors que les primitives dont elle sort sont hermitiennes : la géométrie du niveau n'est pas observable au niveau qu'elle engendre.*

Théorème 8 (Habiliter et sélectionner sont un seul acte [A])**.** *Pour X réel antisymétrique, $K(X) = X$ mais $K(iX) = -iX$. Rendre observables les générateurs anti-hermitiens par une racine choisie (les opérateurs iX, qui sont hermitiens), c'est donc à la fois **habiliter** — l'algèbre, le volume, les commutateurs deviennent lisibles — et **briser** K — $+i$ et $-i$ donnent des valeurs opposées. L'un ne va pas sans l'autre.*

Les manques de N_0 — orientation du temps, signature, boosts, cône, dynamique, sens de la décohérence, latéralité : les sept manques — sont ainsi levés par **un seul choix nouveau**, dont l'existence habilite et dont le signe sélectionne : **le choix de $+i$ ou $-i$**, l'acte unique de N_1 (§3.9). Ce choix ne les lève pas seul : chacun l'utilise avec des acquis du niveau (la réalité des configurations, l'état initial pur, le produit fibré). Que ce soit le seul remède reste une conjecture, que l'article N_1 nomme ainsi [4].

Le choix de $\pm i$ a deux effets distincts. **(i)** Des observables symétriques déjà admises ($a\,P_{\mathbf{1}} + b\,P_{\mathbf{3}}$ sur un grain) deviennent des générateurs, $-i(a\,P_{\mathbf{1}} + b\,P_{\mathbf{3}})$: c'est la dynamique, et elle ne mélange pas les blocs, car

ce générateur commute avec $\mathfrak{g}_{N_0}$. **(ii)** Les générateurs antisymétriques déjà présents ($\mathfrak{g}_{N_0}$) deviennent des observables iX ; leur seule réalisation réelle sur les configurations est celle des boosts, qui mélangent les deux blocs : ce sont les changements de référentiel, avec la signature et le cône, et ce ne sont pas des générateurs temporels. On dit souvent que le générateur d'un boost est i fois celui d'une rotation ; c'est juste dans la représentation spinorielle, qui n'a pas les blocs $\mathbf{1} \oplus \mathbf{3}$. Sur $\mathbb{R}^4$, où les blocs existent, un multiple d'une rotation ne mélange rien, et c'est la réalité des configurations qui force le mélange des boosts.
Les sélections disponibles sont les orientations des deux blocs de $\mathbf{1} \oplus \mathbf{3}$; K les retourne ensemble, de sorte qu'elles font *un* bit, et que leur signe relatif est invariant. Et cet acte crée l'horloge :

Théorème 9 (L'horloge n'appartient à aucune enveloppe de permutations [A])**.** *L'opérateur* $Z = \mathrm{diag}(1, i, -1, -i)$ *n'appartient à aucune enveloppe linéaire, réelle ou complexe, de matrices de permutation — ni à celle des quatre fonctions* R, D, H, L*, ni à celle des vingt-quatre permutations des configurations.* Preuve *: toute combinaison linéaire de permutations a des sommes de lignes égales ; celles de* Z *valent* $1, i, -1, -i$*.*

L'enveloppe linéaire, acte de $N_{-1} \to N_0$, ne contient donc pas l'horloge : **l'horloge Z appartient à N_1** (l'horloge Z_ι de l'article N_1), et avec elle la succession des phases. C'est la raison algébrique de la régularité « un acte par niveau » (observée sur les cinq passages décrits par le programme) pour les deux premiers passages seulement : le premier fournit l'enveloppe, le second le choix de la racine, qui rend Z disponible.

2.9 Information, entropie, et le paramètre d'Immirzi

Pour le lecteur non spécialiste : l'information sur la surface d'un trou noir

L'*entropie* mesure ce qu'on ignore d'un système : le nombre de façons dont il peut être arrangé sans que cela se voie de l'extérieur. On la compte en bits. Dans les années 1970, Bekenstein et Hawking ont montré qu'un trou noir a une entropie, et qu'elle est proportionnelle à l'*aire* de sa surface, et non à son volume, comme si l'information était écrite sur la surface.
Si l'espace est fait de grains, on peut tenter de compter cette information : chaque face de grain qui perce la surface porterait un bit. La gravité quantique à boucles fait un calcul de ce genre. Pour retrouver le bon résultat, elle doit fixer un nombre qu'elle ne sait pas prédire, le *paramètre d'Immirzi*, noté γ.
Ce niveau fixe l'unité du comptage : un bit par face. Il ne fixe pas la valeur de γ, car un trou noir n'est pas un objet de ce niveau : il demande un temps orienté et une masse. Cette valeur est renvoyée aux niveaux suivants.

L'unité du capital. Le capital de N_0 est l'information : une distinction gravée en un lieu, c'est-à-dire devenue forme ; son unité est le bit d'une face partagée, $\ln 2$ (Prop. 9). L'entropie de coupure d'une région est bornée par $\ln 2$ fois le nombre de faces coupées : elle croît comme une **aire**, sans dynamique — c'est un décompte (sur un réseau de côté L, l'entropie de coupure croît comme L^2, pente logarithmique 2, contre 3 pour un volume).

Monotone, sans direction. Sous une prémisse d'*emboîtement* — les ensembles de couplages sont totalement ordonnés par inclusion, dans un sens ou dans l'autre —, l'entropie d'une région et le volume n'ont aucun extremum intérieur. L'énoncé est T-pair (Thm. 7) : le *sens* de la variation n'est pas déterminable à N_0. La prémisse doit être énoncée ainsi, et non « un couplage ne se défait pas », qui est T-impaire. L'état initial est **pur** : N_{-1} n'ayant pas d'extérieur, rien n'est tracé.

Pas d'énergie du vide informationnelle. Un bit par face, à l'échelle de la maille, donnerait une densité d'énergie de Landauer de l'ordre de $10^{114}\,\mathrm{J/m^3}$ — plus de 120 ordres de grandeur de trop. Mais le principe de Landauer [9] facture l'*effacement*, non le stockage : le plancher d'information de N_0 ne se convertit pas en énergie, et N_0 n'a d'ailleurs pas d'énergie (§3.8).

L'aire d'une face est un opérateur. L'aire d'une face est portée par la patte qui la traverse. C'est un opérateur, de spectre $8\pi\gamma\,\ell_P^2\sqrt{j(j+1)}$, sur la plage $j \geq \frac{1}{2}$. La règle « un bit par face » (toutes les pattes en $j = \frac{1}{2}$) est celle de l'état de référence de l'arène, et c'est sur cet état que portent les calculs de cet article. N_0 fixe donc la structure (le spectre de l'aire et sa plage). La dynamique des aires (quelle valeur prend chaque face, et comment elle change) est fixée aux niveaux supérieurs, à partir de N_1.

Ce spectre porte sur toutes les faces de l'arène prise dans l'espace-temps, et pas seulement sur les faces des grains. Dans l'arène d'espace-temps (§3.11), on compte 32 triangles d'arête a par sommet (96 touchent chaque sommet), et aucun n'est contenu dans une couche de temps : tous relient deux couches, y compris les faces des grains, qui vivent entre deux couches. Ce sont les aires de ces triangles qui portent un spectre. Quelles aires suffisent à fixer la géométrie dépend de la manière de découper les cellules de l'arène d'espace-temps, et relève de N_1. Le graphe reste celui de l'arène : N_0 n'introduit aucun recâblage. Un recâblage pourrait servir en N_3, pour des déformations finies de la géométrie.

Le paramètre d'Immirzi. Une face coupée par un horizon a un bout libre : une condition de bord y fixe une normale, et la projection du spin sur cette normale, m avec $|m| \le j$, étiquette des états distincts ; les faces du volume, contractées des deux côtés, n'en portent aucune. L'entropie d'un horizon compte donc des **modes de bord**. Dans N_0, toutes les pattes portent le spin $\frac{1}{2}$, et chaque face est percée par une seule patte. Une perforation faite de ces liens n'a donc que deux états, $m = \pm\frac{1}{2}$, et elle apporte $\ln 2$ (un bit par face). C'est **l'unité du comptage**. Les deux poids de la littérature coïncident sur elle ($w = 2$ pour Domagała–Lewandowski et Meissner, $w = 2j+1$ pour Ghosh–Mitra, tous deux égaux à 2 en $j = \frac{1}{2}$). L'équation de comptage

$$\sum_{j \ge 1/2} w(j)\, e^{-2\pi\gamma\sqrt{j(j+1)}} \;=\; 1 \tag{6}$$

se réduit alors à un seul terme, $2\,e^{-\pi\gamma\sqrt{3}} = 1$, d'où $\gamma = \ln 2/(\pi\sqrt{3}) \simeq 0{,}127$. C'est la valeur d'Ashtekar, Baez, Corichi et Krasnov [22], abandonnée parce qu'un horizon réel comporte des perforations de tous spins. Avec des perforations de tous spins $j \ge \frac{1}{2}$, le poids $w = 2$ donne $\gamma \simeq 0{,}23753$ (Domagała et Lewandowski [20], Meissner [21]), et le poids $w = 2j+1$ donne 0,27407 (Ghosh et Mitra [18] ; plusieurs travaux retiennent 0,274 [19]). Ces deux valeurs supposent une répartition des spins sur l'horizon que N_0 ne fournit pas. **Cette répartition est empruntée**, comme l'équation et la condition de bord.

N_0 ne fournit pas non plus le schéma de comptage. Le poids 2 se lit sur le résidu U(1) d'une face (à charge m fixée, l'aire $\propto \sqrt{j(j+1)}$ est minimale en $j = |m|$, avec exactement deux états). Mais le pas « $j = |m|$ » est la prescription de Domagała et Lewandowski elle-même, et la fermeture du grain en singulet SU(2) plaiderait aussi bien pour le poids $2j+1$. Le poids 2 est donc une **lecture** [G]. Un horizon n'est d'ailleurs pas un objet de N_0, car il demande un temps orienté et une vitesse limite (N_1), et une masse (N_2). **La valeur de γ est renvoyée à N_1 et N_2** (O19). Ou bien ces niveaux font apparaître sur un horizon des spins effectifs plus grands que $\frac{1}{2}$ (par regroupement de grains), et l'on retrouve 0,2375 ou 0,274 (le mode de regroupement dira lequel). Ou bien l'horizon reste fait de liens de spin $\frac{1}{2}$, et $\gamma \simeq 0{,}127$, avec un quantum d'aire différent. N_0 fixe la structure (le bit par face, une assiette creuse), et la valeur se règle plus haut (une assiette plate). *Recalculé pour cet article* (somme tronquée à $j = 200$).

La figure 10 sépare l'unité du comptage, fixée ici, de la valeur de γ, renvoyée.

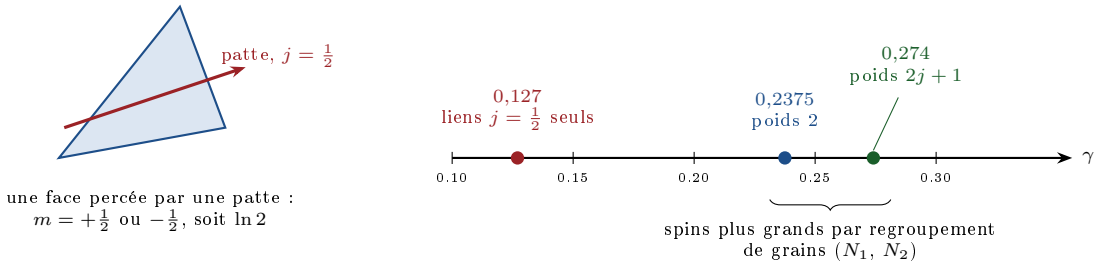


Figure 10: Ce que N_0 fixe pour un horizon, et ce qu'il renvoie. À gauche, l'unité du comptage : une face, une patte de spin $\frac{1}{2}$, deux états, un bit. À droite, les valeurs du paramètre d'Immirzi selon ce que porte un horizon : des liens de spin $\frac{1}{2}$ seuls, ou des spins plus grands, venus d'un regroupement de grains, que seuls les niveaux suivants peuvent faire. La valeur de γ est renvoyée à N_1 et N_2.

Ce que l'on ne peut pas écrire

On ne peut pas écrire que N_0 donne $\gamma \simeq 0{,}2375$ (ni 0,274). Ces valeurs supposent que l'horizon somme sur tous les spins $j \ge \frac{1}{2}$, spins que le substrat ne fournit pas (toutes ses pattes portent $j = \frac{1}{2}$). On ne peut pas écrire non plus que N_0 impose 0,127. Pris à la lettre, « un bit par face minimale » ($S = N\ln 2$, $A = Na_{\min}$, $S = A/4$) donnerait bien $a_{\min} = 4\ln 2\,\ell_P^2$, donc $\gamma = \ln 2/(\pi\sqrt{3}) \approx 0{,}127$. Mais un horizon n'est pas un objet de N_0, et rien ne dit encore de quels liens il sera fait. Avec $\gamma = 0{,}2375$, la face minimale a une aire $8\pi\gamma\,\frac{\sqrt{3}}{2}\,\ell_P^2 \approx 5{,}2\,\ell_P^2$ et porte 1,29 unité naturelle d'entropie d'horizon, parce que l'horizon somme alors sur tous les spins. Avec $\gamma \simeq 0{,}127$, elle aurait une aire $\approx 2{,}8\,\ell_P^2$ et porterait exactement $\ln 2$. Le bit d'intrication d'une face du volume et le décompte des modes d'un bord ne coïncident donc que si l'horizon reste fait de liens de spin $\frac{1}{2}$. C'est la question transmise à N_1 et N_2.

Ce qui reste emprunté est nommé : la condition de bord, l'équation (6) elle-même, qui encode le facteur $\frac{1}{4}$ de Bekenstein–Hawking [10, 11], et la répartition des spins sur l'horizon. Le cadre en fournit l'unité (deux états par perforation de spin $\frac{1}{2}$, $\ln 2$ par face) et une lecture du schéma (les modes de bord, le poids 2). Il ne fournit ni ce facteur, ni cette répartition, ni la valeur de γ, renvoyée à N_1 et N_2. Et $8\pi\gamma\,\ell_P^2$ est une *unité* : la forme de l'aire est dérivée, son échelle calibrée.

2.10 Le foncteur $\hat{\mathcal{H}} : N_{-1} \to N_0$

Pour le lecteur non spécialiste : une recette de traduction

Un *foncteur* est un mot de mathématicien pour une recette de traduction qui respecte les liens. Une carte routière en est un bon exemple : elle traduit des villes en points et des routes en traits, et deux villes reliées par une route restent reliées sur la carte.
Ici, la recette traduit le substrat logique (des configurations et des opérations entre elles) en un espace quantique (des états et des grandeurs mesurables). Elle se fait en quatre étapes. Trois sont des théorèmes connus. Une seule est ajoutée : le droit de superposer, l'acte du niveau. La recette transmet des *places* vides : la place d'un bit, sans dire s'il vaut 0 ou 1 ; la place d'un sens de rotation, sans dire lequel. Remplir ces places est le travail du niveau suivant.

Le programme exige à chaque passage un foncteur explicite, sans lequel « N_{-1} engendre N_0 » ne serait qu'une manière de parler. Il se construit en quatre pas, dont aucun ne présuppose la géométrie :

1. **une catégorie $\mathbf{C}_{N_{-1}}$** : les configurations de distinctions et les opérations du substrat ;
2. **un corps** : l'algèbre réelle du groupe est semi-simple (Maschke), et
$$\mathbb{R}[\mathbb{Z}_4] \;\cong\; \mathbb{R} \oplus \mathbb{R} \oplus \mathbb{C}, \tag{7}$$
les deux caractères fidèles $\pm i$ se regroupant en un facteur $\mathbb{C}$: *les complexes ne sont pas une réparation, ils sont un bloc de la décomposition* ;
3. **une algèbre et son spectre** : le groupe de structure des faces est SU(2) (Thm. 4, Prop. 3) ; l'algèbre commutative des fonctions des holonomies, une par face, a pour spectre de Gel'fand l'espace des connexions généralisées $\overline{\mathcal{A}}$ — seul pas qui repose sur deux théorèmes importés, Gel'fand–Naimark [23] et Peter–Weyl [24] ;
4. **un espace d'états** : $L^2(\overline{\mathcal{A}}, d\mu_{\mathrm{AL}})$, celui de la gravité quantique à boucles [25], restreint au *secteur simplicial* (nœuds de valence 4) que la Prop. 6 sélectionne.

Le bloc $\mathbb{C}$ de (7) porte trois résultats à la fois : l'existence des complexes, les deux racines $\pm i$ que N_0 ne départage pas, et le verrou achiral, qui repose sur leur interchangeabilité. Le foncteur transmet ainsi des *emplacements* binaires sans leur occupant : l'espace du bit du grain (la main) sans sa valeur, les deux racines sans le choix — exactement ce que l'acte de N_1 remplit.

La figure 11 dessine ses quatre étapes.

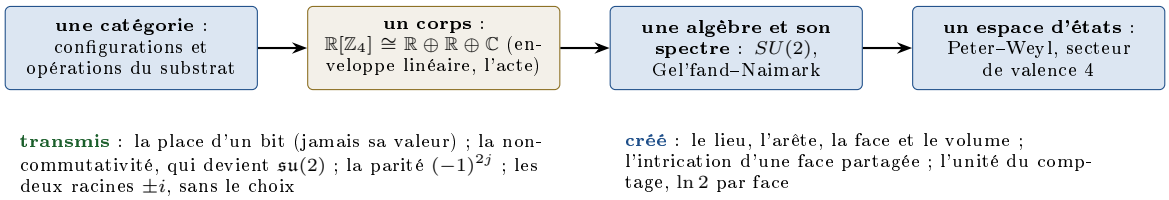


Figure 11: Le foncteur du passage $N_{-1} \to N_0$, en quatre étapes. La deuxième repose sur l'acte du niveau, l'enveloppe linéaire ; la troisième et la quatrième sur deux théorèmes importés. Le foncteur transmet des emplacements sans leur occupant ; le choix de l'occupant est la dette remise à N_1.

Le tableau 1 résume ce que le foncteur transmet et ce qu'il crée.

2.11 Ce qui est établi

Le tableau 2 fait le bilan du chapitre, et le tableau 3 en donne les correspondances N_4/N_0.

structure de N_{-1}	**ce qu'elle devient en N_0**	**statut**
binarité du Dit	deux bits ; le bit du grain, sa main : son espace est transmis, sa valeur non	**transmis** (espace)
non-commutativité de NOT, XOR	$\mathfrak{so}(3)$, donc l'espace	**créé**
involutivité des primitives	commutateurs antisymétriques : compacité, métrique ; géométrie anti-hermitienne	**transmis**
parité $\mathbb{Z}_4 \to \mathbb{Z}_2$	les deux axes $\{R, H\}$, $\{D, L\}$; fermions et bosons	**transmis** (parité) ; lien à la statistique établi ici
le cycle $\mathbb{Z}_4$	les quatre pattes, la règle de lien, l'escalier interne	construits ici à partir du cycle
les deux racines $\pm i$	présentes, non départagées	**en attente de** N_1

Tableau 1: Ce que le foncteur $\hat{\mathcal{H}}$ transmet, et ce qu'il crée.

résultat	**statut**	**remarque**
saturation à quatre configurations, au premier tour ; le tas fragmente	**[A]** ; **[B]** pour la minimalité	la mise en relation est la seule issue
deux bits, non un quadit ; enveloppe linéaire	**[A]** ; acte **posé**	le Dit devient Bit
$\mathfrak{so}(3)$, compacte ; $\mathbf{1} \oplus \mathbf{3}$	**[A]** ; lecture [G]	rencontré, non sélectionné ; lecture « espace » interprétative
revêtement double SU(2)	**[B]**	sous la binarité et les spins égaux (Prop. 3)
valence 4, un bit ([B], sous $j = \frac{1}{2}$) ; volume $\pm\sqrt{3}/4$ ([A])	**[B]**	le bit est la main du grain
deux observables invariantes	**[A]**	commutant de dimension 2
$\dim = \max(3, 3m - 2E)$; $\ln 2$ par face	**[A]**	espace et intrication, un seul fait
Born, incertitude, décohérence	**[A]** Born invariant, incertitude ; [B, concept] Born général ; **[G]** décohérence	sans $\hbar$; $r = 0{,}9$ illustratif
fermions et bosons	**[B]** transmis	les deux axes ; lecture fermionique conditionnelle (C18)
no-go de signature ; verrou achiral	**[A]**	lecture de N_0 : dégénérée ; choix à N_1
un acte unique ; horloge hors de l'enveloppe	**[A]**	le choix de $\pm i$, à N_1
entropie d'aire, monotone sans direction	**[A]** ; **[B]** sous emboîtement	état initial pur
ordre et accumulation : $S \leq N\, s(q)$, monotone par branche	**[A]**	le choix de la branche revient à N_1
unité du comptage d'horizon : deux états par perforation, $\ln 2$ par face	**[B]** (sous $j = \frac{1}{2}$) ; **[G]** lecture du schéma (poids 2) ; **[F]** répartition des spins et comptage	valeur de γ renvoyée à N_1 et N_2 (O19) : 0,127 si l'horizon reste en spin $\frac{1}{2}$; 0,2375 (poids 2) ou 0,274 (Ghosh–Mitra [18, 19]) si des spins effectifs plus grands y apparaissent
foncteur $\hat{\mathcal{H}}$	**[F]** deux théorèmes importés	secteur simplicial de la gravité à boucles

Tableau 2: Le grain et l'espace : ce qui est démontré, transmis, posé.

la règle	N_4 **: la société**	N_0 **: le grain et l'espace**
quand on a tout dit, on ne peut que se relier	un mot seul ne dit rien de plus ; il ne signifie davantage qu'en s'assemblant en phrase	le site saturé, clos, ne s'ouvre que par la relation
des voisins qui s'ignorent ne font pas une société	une rue de maisons fermées n'a pas de vie commune	le tas fragmente le cycle
ce qui se partage lie	deux familles qui partagent un mur ne sont plus indépendantes	une face partagée : $\ln 2$, et deux dimensions retirées
un groupe pauvre en règles ne peut pas trancher	une assemblée sans règlement ne sait pas dans quel ordre voter	deux observables : ni signature, ni flèche
une seule décision en emporte plusieurs	adopter un calendrier fixe à la fois l'ordre des jours et le sens de la semaine	le choix de $\pm i$: horloge, signature, latéralité

Tableau 3: Correspondances N_4/N_0 pour le grain et l'espace.

3 Le modèle

3.1 Le grain est déjà un système

Dans microGlobal, l'élément d'un niveau est un système du niveau inférieur. Le grain de N_0 n'échappe pas à la règle : il est la boucle $RDHL$ de N_{-1} refermée, dotée d'une métrique. Le niveau N_0 se développe alors en un **escalier interne** de cinq échelons, du grain isolé jusqu'à l'ensemble qui, en se refermant, ouvre N_1 (tableau 4).

D'où vient le grain. Le site de N_{-1} sature au premier tour ; la seule issue est de *relier* les sites, et un ensemble de sites reliés est déjà un espace (§2.1). Le grain est le premier objet de cet espace : un nœud de valence 4, qui porte un bit (§2.4).

échelon	**flux**	**objet du réseau**	**ce qui s'y forme**
$N_{0.0}$	— (clôture de N_{-1})	le nœud : le grain (§3.2)	le point sans dimension ; le grain porte ses quatre pattes et le $\overline{\mathbf{5}}$ de la matière
$N_{0.1}$	émettre, 01 (R)	le lien, porté par une patte (§3.3)	la ligne ; la hiérarchie se transmet d'un grain à l'autre
$N_{0.2}$	échanger, 11 (D)	la boucle : les anneaux (§3.4)	la surface ; les anneaux internes d'un point (4 ou 6)
$N_{0.3}$	capter, 10 (H)	le réseau : point, point de points (§3.5)	le volume ; le point (24 grains) porte le **10**, la couleur et les familles
$N_{0.4} = N_{1.0}$	retenir, 00 (L)	la mousse	la durée, née de la fermeture ; la liaison interne referme le niveau et ouvre l'onde

Tableau 4: L'escalier interne de N_0. Les échelons reprennent la séquence point, ligne, surface, volume, temps du programme ; la colonne « objet du réseau » dit ce qui les réalise dans le modèle de cet article. Chaque échelon répond à un flux (signature $\dim g^k = k$) ; la durée répond à retenir, qui referme le cycle. Cette correspondance entre flux et dimension est une lecture [G], non une dérivation.

Deux remarques fixent la portée de cet escalier. **(1)** Il est *interne* : tous ses échelons appartiennent à N_0, et c'est au dernier seulement que le capital change de nature. **(2)** La taille physique du grain se lit sur le comptage de ses faces. Chaque face est traversée par une patte de spin $\frac{1}{2}$; si l'on égale son aire, $a^2\sqrt{2}/4$, au quantum d'aire de ce spin, $4\sqrt{3}\,\pi\gamma\,\ell_P^2$ (§2.9), on trouve $a = \sqrt{8\sqrt{6}\,\pi\gamma}\;\ell_P \approx 7{,}85\sqrt{\gamma}\;\ell_P$. Avec les valeurs de γ de la littérature (0,127, 0,2375, 0,274), la maille vaut $a \approx 2{,}8$ à $4{,}1$ longueurs de Planck, et la distance entre grains voisins $\ell = a\sqrt{2}/4 \approx 1{,}0$ à $1{,}45\,\ell_P$. C'est conditionnel au comptage (une patte par face, posé) et à la valeur de γ, renvoyée à N_1 et N_2 (O19). La taille du grain est donc fixée par ce que portent ses faces.

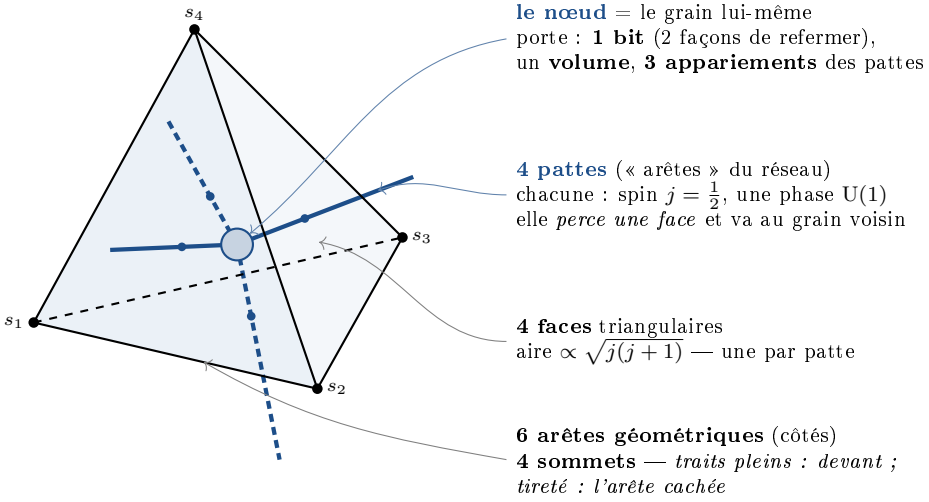
3.2 Quatre pattes, quatre flux

Le grain est un tétraèdre. Chacune de ses quatre faces, que traverse l'une de ses quatre *pattes*, porte l'un des quatre éléments de $\mathbb{Z}_4$:

$$R = g, \qquad D = g^2, \qquad H = g^3, \qquad L = g^4 = e. \tag{8}$$

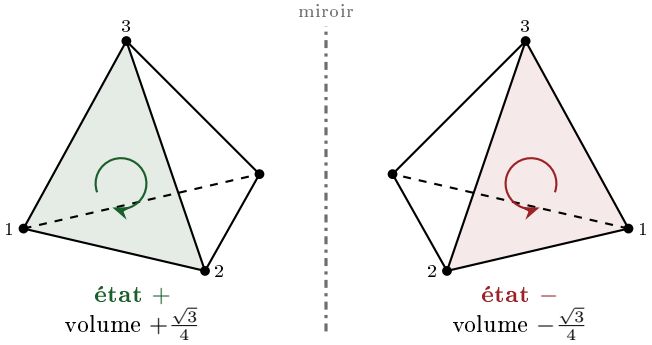
Chaque grain porte la boucle entière, une patte de chaque fonction : c'est la condition E1 du grain-système (C113, vérifiée sur tous les grains de toutes les configurations simulées, C114). Les deux bits de N_{-1} se lisent sur ces pattes, à condition de lire chaque fonction comme un *pas* du cycle de Gray $00 \to 01 \to 11 \to 10 \to 00$, et non comme l'élément du groupe qui agit sur les quatre configurations : les pas R et H changent le même bit — le **bit hiérarchique** —, les pas D et L l'autre — le **bit réciproque**. Comme éléments de $\mathbb{Z}_4$, g et g^3 changent les deux bits, et $L = e$ n'en change aucun [2].

Anatomie du grain. Le nœud est le grain lui-même ; ses quatre pattes percent ses quatre faces et vont aux grains voisins. Le mot « arête » est piégé : le réseau appelle *arête* le lien entre deux grains (quatre par grain, une par face), quand le tétraèdre a six *côtés* géométriques. On dit *patte* pour le premier et *arête géométrique* pour le second.



Pourquoi quatre pattes. Le plus petit grain qui porte une information est le tétraèdre, et il en porte exactement un bit (Prop. 6).

Le bit du grain : deux chiralités miroir. Ce bit est la *main* du grain : le sens dans lequel on lit trois de ses sommets, qui donne au volume le signe $\pm\frac{\sqrt{3}}{4}$.



En N_0, les deux mains restent superposées, de même poids : **la chiralité n'appartient pas à N_0** ; d'où vient la main, et pourquoi la chiralité est renvoyée à N_1 : §6.6 et §6.7.

grandeur	valeur minimale	statut
forme	tétraèdre (régulier à spins égaux)	**établi** : valence 4 (C1) ; forme par le volume maximal
pattes (liens)	4	**établi** : seule valence donnant exactement 1 bit
faces / côtés / sommets	4 / 6 / 4	**géométrie du tétraèdre dual**
spin par patte	$j = \frac{1}{2}$	**établi** (secteur minimal)
aire d'une face	$8\pi\gamma\,\ell_{\mathrm{P}}^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 5{,}2\,\ell_{\mathrm{P}}^2$	**forme dérivée**, **échelle calibrée** ($\gamma \simeq 0{,}2375$, valeur empruntée ; $\approx 2{,}8\,\ell_{\mathrm{P}}^2$ si $\gamma \simeq 0{,}127$, §2.9) ; *soit* $\sim 10^{-69}\,m^2$ — *estimation*
volume du grain	spectre $\pm\frac{\sqrt{3}}{4}$, volume $\sqrt{\lvert\hat{q}\rvert} \approx 0{,}66$ (unités réduites)	**forme dérivée** ; **en unités physiques : de l'ordre de dix ℓ_{P}^3, soit $\sim 10^{-104}\,\mathrm{m}^3$ — estimation, facteur de convention non fixé ici**
bit du grain	1 bit (chiralité)	**place établie** ; **valeur non choisie à N_0**
bit par face partagée	$\ln 2$	**établi** (paire de Bell)

Les quatre flux, du point de vue de l'identité

L'auteur précise le sens des quatre fonctions comme des échanges d'identité entre un système et son environnement :

- en R, le système **transmet** son identité, même si l'environnement n'en porte aucune trace : c'est le but de la reproduction ; il ne s'en vide pas, il la *démultiplie* : une moitié passe, l'autre reste en lui ;
- en D, il **échange** une partie de son identité contre une identité différente de l'environnement, de même valeur en information ou en énergie ;
- en H, il **prélève** dans l'environnement une partie de l'identité dont il a besoin et qu'il ne possède pas ;
- en L *déchet*, il **externalise** ce qui ne correspond pas à son identité, sans contrepartie ;
- en L *interne*, ses éléments s'échangent des identités diverses sur la base de leur identité commune.

Un lien entre deux systèmes porte donc *une part venue de chaque côté* ; un côté sans identité n'y apporte rien (§8.6). Un système qui engage plus de H que l'environnement n'en engage chez lui grandit ou évacue ses déchets ; dans le cas contraire il se vide, sauf si R compense (C105).

3.3 La règle de lien : l'inversion de $\mathbb{Z}_4$

Deux grains voisins partagent une face. Dans N_{-1}, un Dit partagé par deux assemblages est *un seul* Dit : une frontière qui n'appartient à aucun des deux côtés. La règle de lien en découle (C114) :

Règle de lien [B]

Ce qui traverse une face se lit, de l'autre côté, comme son **inverse** dans $\mathbb{Z}_4$: $x \mapsto x^{-1}$. D'où

$$R = g \longleftrightarrow g^{-1} = g^3 = H, \qquad D = g^2 \longleftrightarrow g^2 = D, \qquad L = e \longleftrightarrow e = L.$$

La règle n'est pas posée : c'est la seule opération du groupe qui échange les deux côtés d'une frontière. Elle a deux conséquences, qui sont, au niveau le plus bas, la distinction de microGlobal entre dépendance et cohérence :

- **la hiérarchie est relative** : le bit hiérarchique se lit inversé de l'autre côté — ce qui est un R pour l'un est un H pour l'autre ;
- **la réciprocité est absolue** : D reste D et L reste L — un échange est le même vu des deux côtés.

Une face partagée est une seule face. Recoller deux grains par une face n'est pas les juxtaposer : c'est poser une contrainte, qui retire deux dimensions et dont l'état minimal est une paire intriquée, $\ln 2$ (§2.5). Le réseau des grains est *biparti* : deux grains voisins sont toujours de sous-réseaux opposés — une distinction de support, non un espace de représentation.

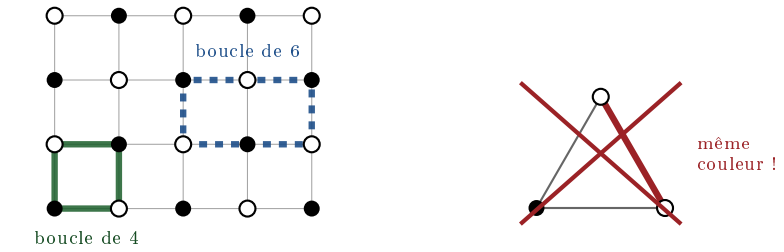
Pour l'étudiant : ce que veut dire « biparti »

Un graphe est *biparti* si l'on peut colorier ses nœuds en deux couleurs, disons noir et blanc, de sorte que deux voisins soient toujours de couleurs opposées. L'échiquier en est l'exemple type : une case noire n'a que des voisines blanches.
Un critère simple dit quand c'est possible. Faisons le tour d'une boucle : à chaque pas, la couleur change. Pour revenir à la couleur de départ, il faut un nombre *pair* de pas. Un triangle (3 pas) est donc impossible à colorier : deux de ses sommets voisins auraient la même couleur. Réciproquement, si toutes les boucles sont paires, le coloriage existe. D'où l'équivalence (figure 12) :

$$\text{biparti} \iff \text{toutes les boucles sont de longueur paire.}$$

Dans l'arène (§3.5), les nœuds sont les grains, et deux grains sont voisins s'ils partagent une face. Les boucles élémentaires sont les anneaux de 4 grains (autour d'un côté long) et de 6 grains (autour d'un côté court) : elles sont paires, et le graphe est biparti. Les deux *sous-réseaux* ont la même taille : 192 et 192 grains sur 384, 648 et 648 sur 1 296.
Le sous-réseau ne coûte aucune information. Choisissez la couleur d'un grain : toutes les autres en découlent, de proche en proche. C'est une propriété de la position du grain, pas un degré de liberté qu'il porterait : une distinction de support, non un espace de représentation.

Le sous-réseau ne cache pas non plus une orientation. Le point (24 grains autour d'un sommet) a la symétrie géométrique du cube, 48 opérations. Parmi elles, 24 échangent les deux sous-réseaux : 12 rotations et 12 réflexions. Échanger les sous-réseaux ne dit donc rien de la main : savoir à quel sous-réseau appartient un grain ne distingue pas la gauche de la droite.



biparti : chaque pas change la couleur, toutes les boucles sont paires

boucle impaire (3 pas) : le coloriage échoue

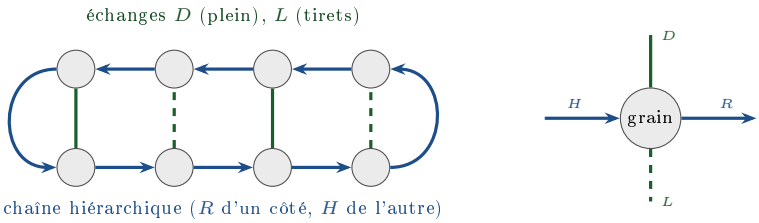
Figure 12: Analogue plan de la bipartition. À gauche, un réseau carré colorié en deux couleurs (nœuds pleins et vides) ; une boucle de 4 (trait plein) et une boucle de 6 (tirets) sont surlignées : comme les anneaux de 4 et de 6 grains de l'arène, elles sont paires. À droite, un triangle : après trois pas on revient sur un voisin de même couleur, ce qui casserait la bipartition. L'arène n'a aucune boucle impaire.

3.4 Le réseau des flux et les trois organisations

Si chaque grain porte une patte de chaque fonction et que chaque lien obéit à la règle d'inversion, alors, sur tout l'ensemble des grains (C78) :

- les liens hiérarchiques forment des **chaînes fermées orientées** : chaque grain en a une entrante (H) et une sortante (R) ;
- les liens réciproques forment deux appariements complets des grains, qui s'enchaînent en **boucles alternées** $D, L, D, L, \ldots$

Un grain a donc toujours une *paire hiérarchique* de pattes et une *paire réciproque*. Mais *quelles* pattes forment la paire hiérarchique n'est pas fixé : il y a trois façons de partager quatre pattes en deux paires. Ce choix est la place du grain dans le réseau, et c'est un état physique.



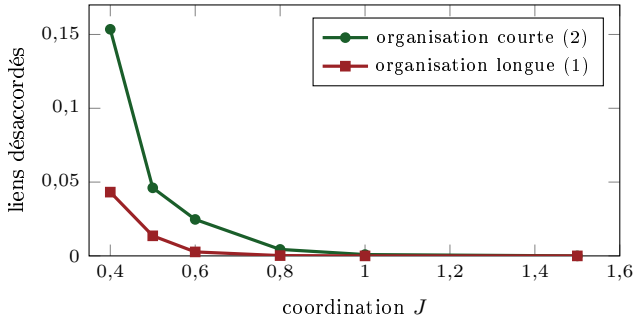
une paire hiérarchique, une paire réciproque

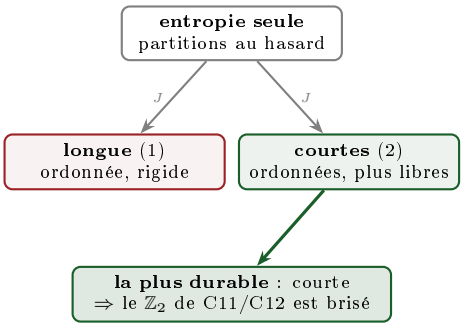
Le réseau des flux : la hiérarchie forme des chaînes fermées, l'échange des boucles alternées D/L.

Les trois organisations. Parce que le transport des partitions d'un grain à l'autre est plat (C77), on peut donner la même partition à tous les grains : il y a exactement **trois organisations homogènes** du réseau. Dans l'une, la paire hiérarchique de chaque grain est son appariement *long* ; dans les deux autres, un appariement *court*. L'arène distingue donc une organisation et en laisse deux jumelles (structure $\mathbf{1+2}$). Ce transport est indispensable : les pattes de deux grains voisins se correspondent par les sommets de leur face partagée, et c'est ainsi qu'un appariement passe d'un grain au suivant. Un étiquetage des deux courtes par une règle géométrique propre à chaque grain (l'axe de l'appariement) les rend inéquivalentes, ce que le contrôle CT7 a montré ; le transport plat donne deux courtes jumelles, que les anneaux de 4 grains échangent et que les anneaux de 6 relient chacune à la longue (C79). À coordination égale, les organisations courtes tolèrent plus de désaccords : elles ont plus d'entropie de configuration (+0,026 par grain ; l'entropie de l'état global, elle, reste nulle). **L'organisation la plus durable est une organisation courte** : le vide en choisit une, et brise ainsi la symétrie entre les deux jumelles (C78). Par rapport à ce vide, les trois organisations qu'un grain peut porter sont désormais toutes différentes :

- a : l'organisation du vide (courte, dominante) ;
- s : l'autre organisation courte ;

- l : l'organisation longue.





À gauche : à coordination égale, l'organisation courte tolère plus de désaccords — plus de liberté, plus d'entropie (384 grains). À droite : ce que choisit la durabilité.

Ce sont les trois **familles** : a la troisième génération (la plus lourde, alignée sur le vide), s la deuxième, l la première (section 5).

3.5 L'arène : grain, point, point de points

Les grains pavent l'espace. Parmi les arènes examinées (diamant, cube en six, tétraèdres et octaèdres, disphénoïdes), celle qui satisfait à la fois les exigences d'identité des grains et d'isotropie collective est la **triangulation de Delaunay du réseau cubique centré**, dont tous les grains sont le même tétraèdre — un *disphénoïde*, à quatre faces identiques (§K2 de la version de travail). Chaque nœud du réseau (chaque maille primitive) en porte six ; les réseaux simulés comptent L^3 mailles primitives, soit $6L^3$ grains (384 pour $L = 4$, 3 072 pour $L = 8$, 10 368 pour $L = 12$, 24 576 pour $L = 16$ dans les contrôles).

Pourquoi pas le diamant. Le réseau diamant est le seul réseau régulier tridimensionnel de figure tétraédrique [30] : si chaque grain devait voir le groupe S_4 complet de ses quatre voisins, l'arène serait le diamant. Mais les permutations de noms que le grain admet forment $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ (§6.3) ; la symétrie S_4 appartient au *point*, non au grain, et la prémisse tombe. Le diamant a de plus un défaut décisif ici : il n'est le graphe dual d'aucune triangulation — il n'a pas de sommets autour desquels former un point, et les déficits d'angle de Regge [27] n'y sont pas définis. La triangulation de Delaunay du réseau cubique centré est une triangulation : chaque sommet porte un point de 24 grains, et la courbure s'y lit par les déficits de Regge.

Quatre propriétés de l'arène (C152). **(1)** Le graphe des grains est **biparti** : deux sous-réseaux égaux (192 et 192 sur 384 grains, 648 et 648 sur 1 296). **(2)** Les **charnières de Regge sont les anneaux internes** : autour de chaque arête courte de l'arène (la demi-diagonale du cube) tournent 6 grains, autour de chaque arête longue (l'arête du cube) 4 — les anneaux de 6 et de 4 sur lesquels vit $B - L$ (section 5). Avec les disphénoïdes, les angles dièdres valent 60° et 90°, et **tous les déficits sont nuls** : le vide est plat au sens de Regge. Posés sur la même combinatoire, des tétraèdres réguliers (spins égaux) donneraient $-63{,}2°$ et $+77{,}9°$: *c'est la forme du grain qui rend le vide plat.* **(3)** L'**isotropie du continu est d'un ordre plus haute que sur le diamant** : pour un champ scalaire sur le graphe des grains, ω^2 ne dépend de la direction qu'à l'ordre $(k\ell)^4$ (écart relatif de ω^2 entre [100] et [111] $\approx -0{,}0025\,(k\ell)^4$, ℓ la distance entre grains voisins ; l'écart maximal, atteint en [110] et mesuré par rapport à [111], vaut $\approx 0{,}0062\,(k\ell)^4$, environ 2,5 fois le précédent), quand le diamant, au même calcul, montre un écart d'ordre $(k\ell)^2$ ($+0{,}037\,(k\ell)^2$) ; les écarts relatifs de fréquence en sont la moitié. À l'échelle de Planck, l'anisotropie est hors de toute portée : de l'ordre de 2×10^{-33} pour la sonde la plus énergétique observée (un rayon cosmique d'environ 3×10^{20} eV). **(4)** Les **mesures comptées** (`aire_isotropie`, critère écrit d'avance) : le volume compté en grains est isotrope (sphères et cubes tournés d'environ 3 000 grains : écart moyen $< 0{,}02\,\%$, dispersion 0,3 à 0,4 %) ; l'aire d'une surface fermée comptée en faces l'est aussi (4,24 faces par a^2 pour une sphère, quel que soit son centre, égal à la moyenne sur les directions) ; mais l'aire d'une surface *plane* comptée en faces dépend de son orientation à l'ordre zéro : 4,00 en [100], 3,46 en [111], 4,47 en [210], soit 24 % entre les extrêmes (diamant 34 %, cubique simple 48 %). C'est le problème de l'escalier de tout réseau fixe ; l'arène de disphénoïdes est la moins anisotrope des trois.

Pour l'étudiant : pourquoi le vide est plat : compter des angles

Partons du réseau cubique centré : les sommets de cubes de côté a, plus le centre de chaque cube. On relie les points voisins de façon à remplir l'espace de tétraèdres : c'est la triangulation de Delaunay. Tous les tétraèdres obtenus sont identiques (figure 13). Deux côtés opposés sont *longs*, de longueur a : l'un est une arête du cube, l'autre joint les centres de deux cubes voisins. Les quatre autres sont *courts* : ils joignent un sommet à un centre, demi-diagonale du cube, $a\sqrt{3}/2 \approx 0{,}866\,a$. Ce tétraèdre est un disphénoïde tétragonal.

L'*angle dièdre* est l'angle entre les deux faces qui se rejoignent le long d'un côté. Coupons perpendiculairement au côté et mesurons : on trouve 90° sur un côté long, 60° sur un côté court. Autour d'un côté long tournent 4 grains, autour d'un côté court 6. D'où

$$\varepsilon_{\text{long}} = 360° - 4 \times 90° = 0, \qquad \varepsilon_{\text{court}} = 360° - 6 \times 60° = 0.$$

La quantité ε est le *déficit de Regge* : ce qui manque (ou déborde) pour faire un tour complet autour d'un côté. Un déficit nul partout, c'est la version discrète d'une courbure nulle : l'espace est plat.
Comparons avec le tétraèdre régulier. Son angle dièdre vaut $\arccos(1/3) \approx 70{,}53°$. Avec 5 tétraèdres autour d'un côté, il reste $360 - 5 \times 70{,}53 \approx 7{,}4°$ de vide ; avec 4, $+77{,}9°$; avec 6, $-63{,}2°$ (recouvrement). Aucun nombre entier ne donne zéro : on ne pave pas l'espace avec des tétraèdres réguliers. Posés sur la combinatoire de l'arène (4 et 6 grains), ils donneraient justement $+77{,}9°$ et $-63{,}2°$.
À retenir. L'arène est choisie (§K2 de la version de travail) ; sa platitude, elle, se vérifie par un calcul d'angles : c'est la forme du grain qui rend le vide plat.

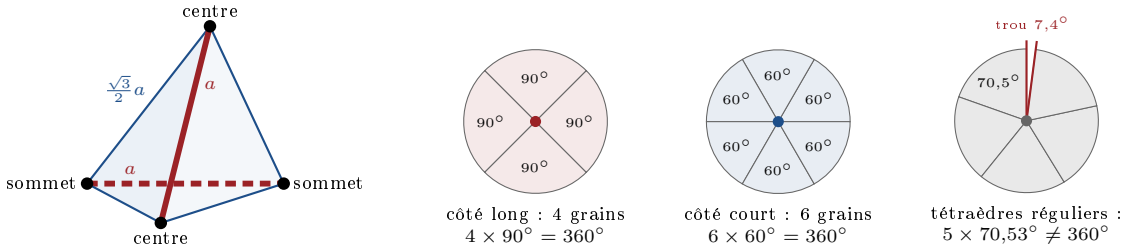


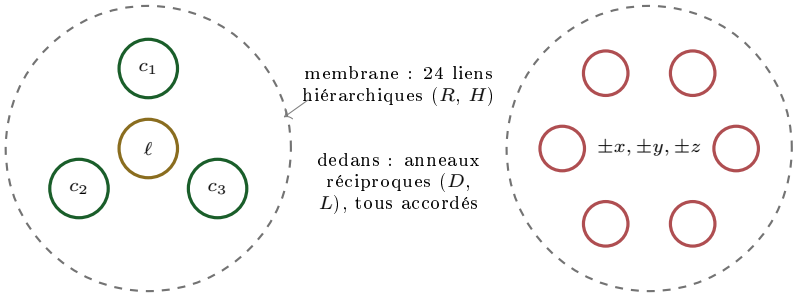
Figure 13: Le grain de l'arène et le déficit de Regge. À gauche, le disphénoïde tétragonal du réseau cubique centré : deux côtés longs opposés (traits épais, longueur a ; celui du dessous, caché, en tirets), quatre côtés courts (traits fins, $a\sqrt{3}/2$). Au centre, vues en bout d'un côté : 4 dièdres de 90° autour d'un côté long, 6 dièdres de 60° autour d'un côté court ; le tour est exactement complet, le déficit est nul. À droite, des tétraèdres réguliers (70,53°) ne referment pas le tour : avec 5, il reste 7,4°.

Trois amas jouent un rôle dans tout l'article (C92, C93) :

- le **grain** ;
- le **point** : les **24 grains** qui entourent un sommet ; la symétrie qui préserve ses sous-réseaux est $T_d \simeq S_4$ (24 des 48 opérations du cube, C117) ; il contient 4 ou 6 *anneaux internes* selon son organisation (C103) ;
- le **point de points** : le point et ses 14 voisins, **192 grains** ; sa membrane compte 96 liens.

Le point et le point de points sont les deux niveaux d'agrégation qui « voient » l'ordre du vide : ce sont eux qui fixent le couplage J (section 4). Au-delà (648 grains et plus), les amas deviennent aveugles à l'ordre (C93).

Les anneaux internes d'une famille. Quand les 24 grains d'un point portent la même organisation et que sa membrane est toute hiérarchique, tous ses liens réciproques se referment à l'intérieur en anneaux entièrement accordés : c'est sa cohésion. Dans les familles a et s, **quatre anneaux de six grains**, le long des quatre diagonales d'un cube — équivalents, ils se décomposent en $\mathbf{1+3}$; dans la famille l, **six anneaux de quatre grains**, le long des trois axes ($\mathbf{1+2+3}$) (C103). C'est sur ces anneaux que vit la charge $B-L$ (section 5). **Ils forment un seul bit** (CT8) : dans tout point uniforme, les quatre anneaux internes, un par diagonale, sont présents ensemble ou absents ensemble, à parts égales ; jamais un motif qui privilégie une diagonale (de 10^4 à 2×10^5 points par série, 12^3 et 20^3).



Familles fermées hiérarchiques : 2 246 (a), 64 (s), 6 (l) sur 1 600 mesures ; la structure ne varie jamais (W1).

3.6 La dynamique et son unique paramètre

L'état du réseau est la donnée, pour chaque lien, de son caractère hiérarchique ou réciproque ; il détermine la partition de chaque grain. Un lien est dit **accordé** quand les deux grains qu'il relie portent la même organisation. Le poids d'une configuration est

$$W = e^{J N_{\mathrm{acc}}}, \tag{9}$$

où N_{acc} est le nombre de liens accordés et J le **couplage** (la force du lien). Les mouvements élémentaires renversent un anneau alterné du réseau, ce qui préserve en chaque grain une patte de chaque fonction ; ils sont acceptés selon la règle de Metropolis — un instrument d'échantillonnage des états, non un temps physique.

J est le seul paramètre du modèle. La **durabilité** — le compromis entre la complexité et l'entropie —, mesurée sur le point et le point de points (section 4), le place à environ 1,7 % au-dessus du seuil ; sa valeur est réglée sur les masses (§10.3), au bord bas de cette zone. Le résultat, $J \approx 0{,}345$, est juste au-dessus du seuil où l'ordre apparaît ($J_c = 0{,}3395 \pm 0{,}0005$, C89, CT3).

Proposition 12 (Consentement et réversibilité : pas de flèche à N_0 [A])**.** *Ajoutons à la dynamique un* initiateur *: à chaque mouvement, un grain proposeur est tiré sur l'anneau, et il paie un coût $\varepsilon \geq 0$ si sa patte donneuse (R) change ; l'acceptation par les partenaires reste gratuite (variante inspirée de la règle du consentement de l'article N_4, posée ici comme une simple variante de la dynamique). Alors, **pour tout ε, le bilan détaillé tient** par rapport à la mesure $e^{J N_{\mathrm{acc}}}$, et la circulation nette des chaînes hiérarchiques orientées est nulle.*

Proof. Chaque grain porte une patte de chaque fonction, et les mouvements la préservent (E1, C113) : tout grain est donneur sur exactement une patte, avant comme après. Le mouvement inverse, proposé par le même grain, change la même patte en sens inverse et coûte le même ε ; les probabilités de proposition sont symétriques. Le rapport des taux est donc $e^{J\,\Delta N_{\mathrm{acc}}}$, comme à $\varepsilon = 0$: le coût orienté se réduit à un coût uniforme, qui ne change que l'échelle de temps. □

Remarque 1 (Statut, et ce que la proposition apprend)**.** ***dérivé**, exactement, sans paramètre. Les prédictions avaient été écrites avant le calcul (registre N0-C) : le contrôle à $\varepsilon = 0$ et la variante à coût uniforme tiennent ; la prédiction d'une flèche née du coût porté par le donneur est **réfutée**.* Lecture *: à N_0, chaque grain donne une fois et reçoit une fois ; cet équilibre de flux local interdit toute flèche, quel que soit le coût d'initier. Les chaînes fermées orientées ont deux sens de même poids : la circulation nette est nulle : les flux existent, mais sans sens ; les deux sens de la boucle, celui qui construit (RDHL) et celui qui défait (RLHD), ne se distinguent pas encore. Une flèche exige soit un choix global du sens, celui que l'article N_1 attribue au choix de i, soit des grains en déséquilibre de flux — des sources et des puits —, ce qui est la règle B retenue pour N_1. Le programme y ajoute une lecture : trois des quatre flux déploient l'espace et un seul noue le temps, si bien que la dispersion dispose de trois canaux contre un ; cette lecture s'ajoute à l'explication physique usuelle (l'état de très faible entropie du début de l'univers) sans la remplacer. Le moteur n'a pas à stocker l'orientation : elle ne pèse pas dans W.*

3.7 Pourquoi une simulation donne des constantes

La figure 14 résume la chaîne que cette section justifie.

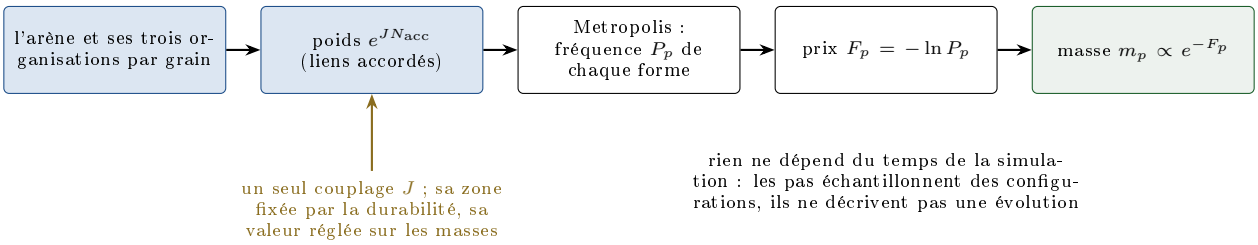


Figure 14: Pourquoi une simulation donne des constantes. Le réseau n'a qu'une règle de poids et un couplage. La simulation mesure la fréquence de chaque forme ; son logarithme est un prix, et ce prix se lit comme une masse. Plus une forme est coûteuse, plus elle est légère.

Les valeurs du modèle sont obtenues par des tirages au hasard (méthode de Monte-Carlo) et des moyennes sur des graines indépendantes. On peut s'étonner qu'une méthode statistique donne des constantes précises, reproductibles, et les mêmes pour toutes les particules. Trois remarques le justifient.

Le hasard est dans l'instrument, non dans la grandeur. Une masse se lit comme une énergie libre, $m \propto e^{-F}$ (section 5). L'énergie libre n'est pas une propriété d'une configuration du vide, mais de l'ensemble de toutes ses configurations pondérées par (9) : c'est un nombre défini, comme la température de fusion de la

glace est fixée alors que chaque molécule s'agite au hasard. La simulation tire un échantillon de configurations pour approcher ce nombre ; son erreur décroît comme l'inverse de la racine du nombre de tirages, et l'effet de la taille finie du réseau disparaît à la limite du grand réseau, où l'on extrapole (C203–C206). C'est la méthode de la chromodynamique sur réseau, qui obtient ainsi la masse du proton ; en théorie quantique des champs, l'intégrale de chemin a la forme d'une somme statistique.

Ce qui se fige est un choix, non une valeur. Quand le substrat s'ordonne — dans l'image cosmologique, quand l'univers refroidit, ce qui relève déjà de N_1 —, le vide choisit l'une des deux organisations courtes, et N_1 choisit le signe de la phase. Ces choix sont tirés et figés. Les valeurs, elles, ne le sont pas : elles découlent de la géométrie de l'arène et de J. Aussi J ne peut-il pas être la température du moment : les masses dériveraient avec le refroidissement. **La durabilité fixe une zone où le vide se tient** (section 4), un optimum et non un thermomètre ; J y est réglé sur les masses.

Toutes les particules d'une espèce ont la même masse. La masse n'est pas attribuée à chaque particule au moment du figement : c'est le prix d'une organisation du point dans le vide, et le vide, ordonné à longue portée, est le même partout. Chaque électron paie la même énergie libre, comme tous les atomes d'hydrogène ont les mêmes niveaux malgré l'agitation thermique. Si deux régions avaient figé des choix différents, les masses y seraient encore les mêmes : les deux organisations courtes sont équivalentes (l'arène les traite pareil), et choisir l'une ou l'autre donne les mêmes énergies libres. Seul le signe de la phase pourrait différer d'une région à l'autre ; les masses n'en dépendent pas.

Le tableau 5 donne les correspondances N_4/N_0 de cette lecture.

la règle	N_4 **: la société**	N_0 **: les constantes**
une moyenne sur beaucoup d'individus est une donnée stable	chaque client achète au hasard, mais le chiffre d'affaires d'une saison se prévoit	chaque configuration est tirée au hasard, l'énergie libre est un nombre
ce qui se fige est une convention, non un prix	le côté de la route est un choix d'histoire ; le coût d'un trajet n'en dépend pas	le vide choisit une organisation courte ; les masses n'en dépendent pas
un même marché donne le même prix à tous	le pain coûte le même prix à chaque client du même boulanger	tout électron paie la même énergie libre dans le même vide

Tableau 5: Correspondances N_4/N_0 : pourquoi une simulation donne des constantes. Les analogies illustrent, elles ne prouvent rien.

3.8 La matière sur l'arène

Le postulat de matière : un acte emprunté au niveau de la matière

Chaque niveau du programme pose un acte, et un seul (une régularité observée sur cinq passages, Thm. 9) ; celui de N_0 est l'enveloppe linéaire, acte du passage $N_{-1} \to N_0$ (§2.2). Le **postulat de matière** n'est donc pas un second acte de ce niveau : c'est la forme élémentaire de l'acte du niveau de la matière, la clôture d'une configuration, que cet article emprunte et déclare pour demander ce que le vide de N_0, et en particulier son point, fait à un tel objet. Il s'énonce ainsi : *la matière est un grain qui porte une patte de plus.* Il n'est pas tiré du vide, fait de grains refermés ; il en est le plus petit excès. Ses conséquences, elles, sont calculées : cinq pattes de spin $\frac{1}{2}$ ne peuvent pas se refermer en singulet, leur nombre étant impair, si bien que **la matière porte un spin $\frac{1}{2}$ de multiplicité cinq** [A] ; sous S_4, ces cinq états se séparent en $\mathbf{3}+\mathbf{2}$ [A] ; l'espace de Fock en contient une génération (Prop. 15), et les charges y sont quantifiées en tiers (Prop. 14). Parmi les défauts d'une patte, seul l'excès porte une génération (Prop. 13). Que le défaut soit minimal suit du principe qui fixe deux bits, aucune distinction sans fondement (Thm. 1, (iii)) [B]. Ce qui fait qu'un grain porte un défaut relève de l'acte du niveau de la matière (N_2).

Proposition 13 (Le défaut d'une patte [A])**.** *Un nœud qui diffère du grain d'une patte porte des états de spin $\frac{1}{2}$: deux s'il en a une de moins (trois pattes), cinq s'il en a une de plus. Seul le second contient un triplet : sous les permutations de trois pattes, les deux états forment un doublet et rien d'autre ; sous S_4, les cinq états se séparent en $\mathbf{3}+\mathbf{2}$. Un excès de trois pattes en porterait quatorze, un nombre qui n'est celui d'aucune génération.*

Vérifié pour cet article : multiplicités du spin $\frac{1}{2}$ dans $(\frac{1}{2})^{\otimes n}$: 2, 5, 14, 42 pour $n = 3, 5, 7, 9$.

Pour l'étudiant : cinq pattes, cinq états, trois plus deux

Prenons un nœud à cinq pattes, chacune de spin $\frac{1}{2}$. On compose les spins une patte après l'autre, comme en mécanique quantique :

$$\tfrac{1}{2}\otimes\tfrac{1}{2}=0\oplus 1,\qquad \ldots,\qquad \left(\tfrac{1}{2}\right)^{\otimes 5}=5\cdot\left(\tfrac{1}{2}\right)\oplus 4\cdot\left(\tfrac{3}{2}\right)\oplus\left(\tfrac{5}{2}\right).$$

Vérification par les dimensions : $5\times 2+4\times 4+1\times 6=32=2^5$. Il n'y a *aucun* spin 0 : cinq pattes, en nombre impair, ne peuvent pas se refermer en singulet. Le plus petit spin, $\frac{1}{2}$, apparaît cinq fois. Ces cinq copies forment l'espace M des *cinq états* du nœud.

Qui permute ces cinq états ? Permuter les pattes mélange les cinq copies entre elles. Les copies de spin $\frac{1}{2}$ portent ainsi une représentation de dimension 5 du groupe S_5 des permutations des cinq pattes ; son diagramme de Young est $[3,2]$ (deux lignes, de longueurs $\frac{5}{2}\pm\frac{1}{2}$).

Ce que voit le point. Posé sur un point du vide, le nœud ne voit que les permutations des quatre pattes du grain : le groupe S_4, la cinquième patte restant fixe. Pour restreindre une représentation de S_5 à S_4, la règle de branchement dit : *ôter une case de toutes les façons permises.* De $[3,2]$, on peut ôter la dernière case de la seconde ligne, ce qui donne $[3,1]$, de dimension 3, ou la dernière de la première, ce qui donne $[2,2]$, de dimension 2 :

$$[3,2]\ \longrightarrow\ [3,1]\oplus[2,2],\qquad 5=3+2.$$

Attention : ce sont les cinq *états* qui se rangent en $3+2$; les cinq *pattes*, elles, se rangent en $3+1+1$.

La lecture. On lit le triplet comme la couleur et le doublet comme l'isospin. Le rangement $3+2$ est calculé ; son nom est une lecture.

La figure 15 dessine le nœud de matière et le rangement de ses états.

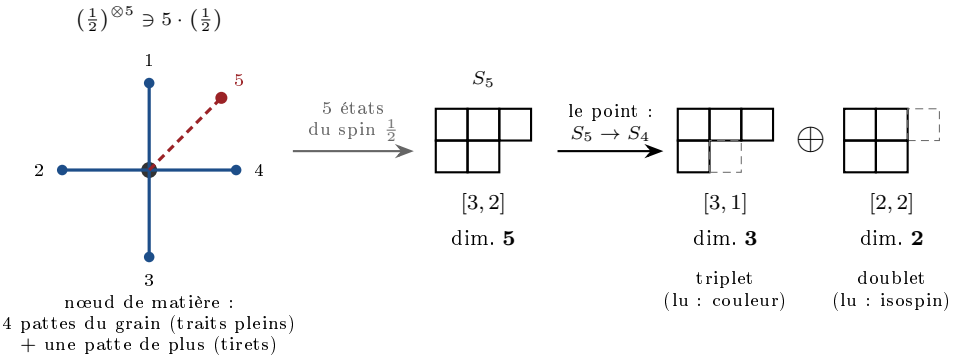


Figure 15: À gauche, le nœud de matière : quatre pattes de spin $\frac{1}{2}$ du grain et une patte de plus ; leur produit contient le spin $\frac{1}{2}$ cinq fois, d'où cinq états. À droite, la règle de branchement de S_5 à S_4 : on ôte une case (en tirets) de toutes les façons permises, et le diagramme $[3,2]$ (dimension 5) donne $[3,1]$ (dimension 3) et $[2,2]$ (dimension 2). Le rangement $\mathbf{3+2}$ est calculé ; le lire comme couleur et isospin est une lecture.

Le nœud de matière. Un nœud de matière est un grain plus une cinquième patte. Ses cinq pattes de spin $\frac{1}{2}$ forment un spin $\frac{1}{2}$ de multiplicité cinq : l'espace M de ses *cinq états* (Prop. 13). Ce sont ces cinq états, et non les cinq pattes, qui portent les cinq modes : sous les permutations S_4 des quatre pattes du grain — que seul le point réalise (§6.4) —, les pattes se rangent en $3+1+1$, les états en $\mathbf{3+2}$ — la couleur et l'isospin (C17). Chaque mode est occupé ou non ; les états à nombre pair de modes occupés forment **16 états**, une génération complète :

- deux modes occupés (10 états) : le multiplet $\mathbf{10}=(Q,u^c,e^c)$;
- quatre modes occupés, un seul trou (5 états) : le $\overline{\mathbf{5}}=(d^c,L)$;
- aucun mode occupé (1 état) : l'état à zéro mode, le neutrino droit ν^c.

Les échanges entre ces pattes, agissant sur M, engendrent l'algèbre du Modèle standard (§6.1) ; la charge $Y=\mathrm{diag}(-\frac{1}{3},-\frac{1}{3},-\frac{1}{3},\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ donne toutes les hypercharges d'une génération (C17 ; la lecture des modes comme fermions reste [G], C18).

Postulat des modes [G]

Les cinq modes fermioniques du nœud sont **les cinq états de** M, le spin $\frac{1}{2}$ de multiplicité cinq que forment ses cinq pattes ; ce ne sont pas ses cinq pattes. Les deux lectures ne sont pas équivalentes : sous S_4, les pattes se rangent en $3+1+1$ et les états en $\mathbf{3}+\mathbf{2}$ (tableau du §6.4). Seule la seconde donne la couleur et l'isospin. Le passage des cinq états à cinq modes de Fock, chacun occupé ou vide, est un postulat : il n'est pas tiré du socle. Les propositions 15, 18 et 22 en dépendent.

Proposition 14 (La charge est quantifiée en tiers [B])**.** *Dans* $\mathfrak{u}(3)\oplus\mathfrak{u}(2)$*, le seul générateur de trace nulle qui commute avec* $\mathfrak{su}(3)\oplus\mathfrak{su}(2)$ *est, à un facteur près,* $\mathrm{diag}(2,2,2,-3,-3)$ *: Y n'est pas choisie, seule son échelle l'est. Dès que le doublet de leptons contient un état neutre,* $Q_{\mathrm{em}}=T_3+Y$ *fixe aussi l'échelle de Y par rapport à T_3, et toutes les charges d'une génération s'en déduisent : u $+\frac{2}{3}$, d $-\frac{1}{3}$, e -1, ν 0. Le rapport $Q_d/Q_e=\frac{1}{3}$ est donc forcé ; seule l'unité de charge est une convention.*

Statut [B] : sous le postulat de matière et l'existence d'un lepton neutre. La quantification ne dépend pas de la lecture des modes comme fermions (C18).

Proposition 15 (Les deux secteurs de Fock [A])**.** *L'espace de Fock des cinq modes a 32 états. Ses états pairs forment le* $\mathbf{16}$ *de* $SO(10)$ *(*$\mathbf{1}\oplus\mathbf{10}\oplus\overline{\mathbf{5}}$*, à 0, 2 et 4 modes), ses états impairs le* $\overline{\mathbf{16}}$ *(*$\mathbf{5}\oplus\overline{\mathbf{10}}\oplus\mathbf{1}$*, à 1, 3 et 5 modes) : l'état à zéro mode et l'état plein se répondent, comme chaque multiplet et son conjugué.*

Le choix du secteur pair n'est pas une donnée de N_0 : les spineurs $\mathbf{16}$ et $\overline{\mathbf{16}}$ diffèrent par une chiralité de $SO(10)$, que le verrou achiral (Thm. 7) ne laisse pas départager. **Lecture** [G] : N_0 porte les deux secteurs indifférenciés ; nommer l'un matière et l'autre antimatière est une convention — le centre du groupe de jauge les distingue précisément par $\pm i$ (Prop. 20) —, que le choix de $\pm i$ à N_1 ne fixe pas (l'article N_1 le dit sans rapport avec l'antimatière) ; la conjugaison de charge, et avec elle l'asymétrie entre matière et antimatière, appartient à N_2 [H]. Les rapports de masses de N_0 sont les mêmes pour les deux secteurs.

Pour l'étudiant : cinq modes, trente-deux états, une génération

Le postulat. Chacun des cinq états de M est traité comme un mode fermionique : occupé (1) ou vide (0). C'est un postulat déclaré, non une déduction. Numérotons les modes : $1,2,3$ pour le triplet (couleur), $4,5$ pour le doublet (isospin).

Compter. Un état est une suite de cinq bits : $2^5=32$ états. Rangeons-les par le nombre N de modes occupés :

$$\tbinom{5}{N}=1,\ 5,\ 10,\ 10,\ 5,\ 1 \qquad (N=0,\dots,5).$$

Les N pairs donnent $1+10+5=16$ états : le $\mathbf{16}$ de $SO(10)$. Les N impairs donnent aussi 16 : le $\overline{\mathbf{16}}$.

Le contenu, à la main.

- $N=2$ (10 états, le $\mathbf{10}$) : un mode de couleur et un d'isospin, $3\times 2=6$ états, le doublet de quarks $Q=(u,d)$; deux modes de couleur, 3 états, l'antiquark u^c ; les deux modes d'isospin, 1 état, e^c (le positon).
- $N=4$ (5 états, le $\overline{\mathbf{5}}$) : un seul trou. Trou de couleur : 3 états, l'antiquark d^c ; trou d'isospin : 2 états, le doublet de leptons $L=(\nu,e)$.
- $N=0$ (1 état, le $\mathbf{1}$) : ν^c, le conjugué du neutrino droit.

Contrôle avec l'hypercharge $Y=\mathrm{diag}(-\frac{1}{3},-\frac{1}{3},-\frac{1}{3},\frac{1}{2},\frac{1}{2})$: on additionne les Y des modes occupés. Pour Q, $-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=+\frac{1}{6}$; pour e^c, $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=+1$; pour L, la somme des cinq (0) moins le trou, $-\frac{1}{2}$. Ce sont les valeurs du Modèle standard.

Les deux secteurs. Le centre de Spin(10) est $\mathbb{Z}_4$: son générateur z vaut $+i$ sur le $\mathbf{16}$ et $-i$ sur le $\overline{\mathbf{16}}$, avec $z^2=-1$. Rien dans N_0 ne choisit l'un des deux ; les nommer matière et antimatière relève du niveau de la matière (N_2).

La figure 16 dessine les états pairs des cinq modes.

Où vivent les multiplets. La suppression qui distingue une famille d'une autre s'attache aux multiplets, et chaque multiplet vit sur un amas (C87, C88, C128) : le $\mathbf{10}$ au **point**, le $\overline{\mathbf{5}}$ au **grain** (pour la suppression de famille ; sa couleur, comme celle du $\mathbf{10}$, est protégée au point) ; l'état à zéro mode ν^c n'est attaché à **aucun amas**. Le tableau 6 détaille les seize états.

La masse est une probabilité. Une famille est l'organisation d'un amas : un point dont les 24 grains sont dans l'organisation p porte la famille p. La masse de la famille p, rapportée à celle de la famille du vide, est la

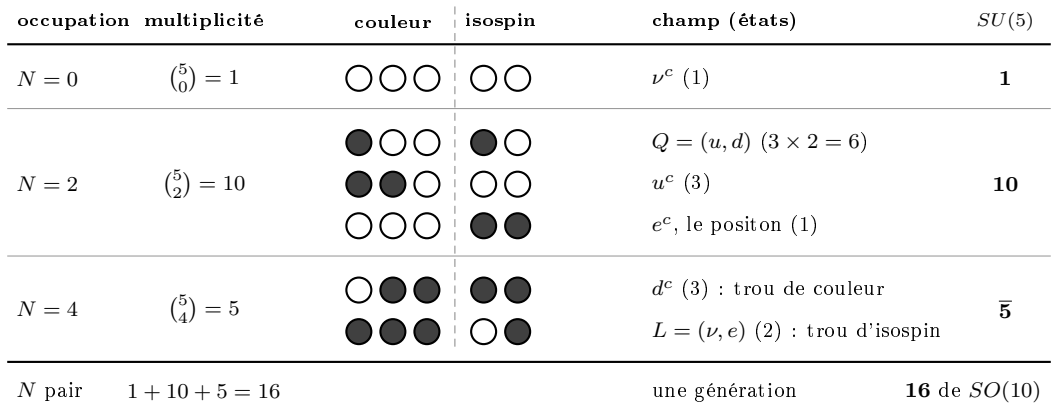


Figure 16: Les états pairs de cinq modes fermioniques (postulat des modes). Disque plein : mode occupé ; les trois premiers modes forment le triplet (couleur), les deux derniers le doublet (isospin). Pour chaque champ, un seul motif est dessiné ; ses autres états s'obtiennent en déplaçant les disques à l'intérieur du triplet ou du doublet. Les multiplicités $\binom{5}{0}=1$, $\binom{5}{2}=10$, $\binom{5}{4}=5$ font les seize états d'une génération.

champ	**états**	**couleur**	**isospin**	Y	$B-L$	$SU(5)$	**où il vit en N_0**
$Q=(u,d)_L$	6	**3**	doublet	$+\frac{1}{6}$	$+\frac{1}{3}$	**10**	au point (deux modes occupés)
u^c	3	$\overline{\mathbf{3}}$	singulet	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	**10**	au point
e^c	1	—	singulet	$+1$	$+1$	**10**	au point
d^c	3	$\overline{\mathbf{3}}$	singulet	$+\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\overline{\mathbf{5}}$	au grain (quatre modes occupés)
$L=(\nu,e)_L$	2	—	doublet	$-\frac{1}{2}$	-1	$\overline{\mathbf{5}}$	au grain
ν^c	1	—	singulet	0	$+1$	**1**	état à zéro mode : aucune famille
total	**16**						le **16** de $SO(10)$: une génération par nœud
S (hors des seize)	1	—	singulet	0	—	—	état à zéro mode du point de points, un par génération (§8.4, règle 6)

Tableau 6: Une génération dans le nœud de matière. Couleur, isospin, hypercharge Y et $B-L$ sont ceux du Modèle standard ; la dernière colonne dit où N_0 place chaque multiplet. La charge électrique est $Q_{\text{em}}=T_3+Y$: u $+\frac{2}{3}$, d $-\frac{1}{3}$, e -1, ν 0 (Prop. 14). L'état neutre S, ajouté pour l'échelle des neutrinos, est hors des seize états.

probabilité d'équilibre de cette organisation :

$$\frac{m_p}{m_a} \;=\; \frac{P_p}{P_a} \;=\; e^{-F_p}, \tag{10}$$

où F_p est l'énergie libre de l'organisation p sur l'amas qui porte le multiplet. Cette énergie libre est *réduite* et sans dimension, $F=-\ln P$: le mot vient de la mécanique statistique (βF) et ne suppose aucune énergie physique, que N_0 n'a pas (paragraphe suivant). On le garde parce que les calculs sont ceux de la mécanique statistique ; on lit F comme le *coût* d'une organisation. Une masse couplant deux champs, on a, pour les quarks u ($\mathbf{10}\cdot\mathbf{10}$) et pour les quarks d et les leptons ($\mathbf{10}\cdot\overline{\mathbf{5}}$) :

$$\ln\frac{m_3}{m_p}\Big|_u = 2F_p^{\text{pt}}, \qquad \ln\frac{m_3}{m_p}\Big|_{d,\,e} = F_p^{\text{pt}}+F_p^{\text{gr}}. \tag{11}$$

C'est la lecture qui donne, en section 5, quatre rapports de masses sans paramètre.

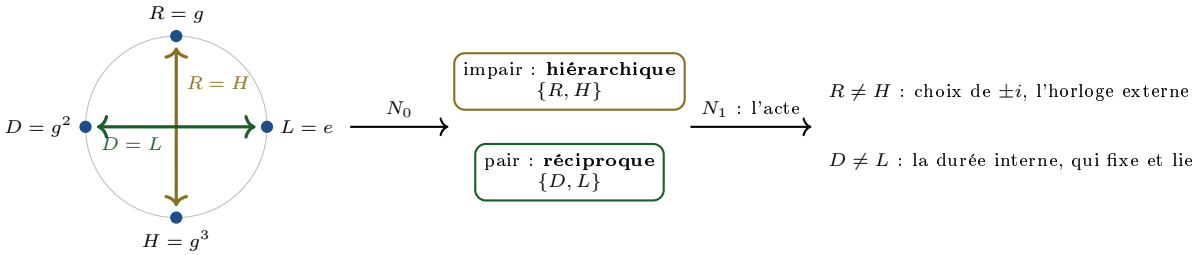
À quelle échelle les comparer. N_0 n'a pas d'énergie : c'est le capital de N_1. Ses rapports de masses, rapports de probabilités d'organisation d'associations entières, sont donc **sans échelle** ; leur variation avec l'énergie (la « course ») est un phénomène de N_1. Ils se comparent aux valeurs **de basse énergie**, là où la course des rapports s'arrête : à M_Z, valeurs utilisées dans tout l'article. Le couplage de jauge, lui, est la force d'une connexion sur un lien, grandeur locale de l'arène : il se compare à l'échelle du grain (section 7). Comparés à l'unification, plusieurs rapports s'éloigneraient du modèle de 0,1 à 0,4 en logarithme : ce choix a des conséquences, et il est écrit comme tel.

3.9 Ce que N_0 ne distingue pas : deux axes

Plusieurs choix du modèle trouvent une raison commune dans ce que N_0 *ne distingue pas*.

Le principe d'indifférenciation

Est **indifférencié** en N_0 ce qui est présent, mais qu'*aucune grandeur de N_0 ne permet de distinguer* : les deux possibilités coexistent, superposées et de même poids ; la distinction n'apparaît qu'au niveau qui fournit la variable manquante. En N_0, **deux axes** sont indifférenciés : **l'axe hiérarchique,** $R = H$ — entre pairs, chaque R est apparié à un H, le haut et le bas ne sont définis que l'un par rapport à l'autre —, et **l'axe réciproque,** $D = L$ — sans temps orienté, l'échange et la liaison, qui demande une durée qui s'écoule, ne se distinguent pas. Les deux axes n'emploient pas le temps de la même façon : l'axe R–H s'en sert comme d'une *horloge externe*, qui rythme les échanges avec l'environnement ; l'axe D–L, comme d'un *moteur interne*, qui fixe et qui lie. Le temps lui-même est une propriété émergente de L, la fermeture. N_1 différencie les deux usages par un seul acte.



N_0 ne retient de $\mathbb{Z}_4$ que la parité ; N_1 redonne les deux distinctions par un seul acte.

Dans $\mathbb{Z}_4$: N_0 voit $\mathbb{Z}_2$. $R = H$ identifie g à son inverse : c'est l'inversion $x \mapsto x^{-1}$, **la règle de lien elle-même** (§3.3) — elle n'est pas un choix de plus, elle *est* l'indifférenciation de l'axe hiérarchique. $D = L$ identifie g^2 à e : le quotient de $\mathbb{Z}_4$ par $\{e, g^2\}$. Ensemble, $\mathbb{Z}_4 \to \mathbb{Z}_2$, la parité de l'exposant : **N_0 ne voit qu'un bit par lien** : hiérarchique ou réciproque. La complexité d'une association (section 4) ne dépend d'ailleurs que de deux nombres, les liens accordés hiérarchiques et réciproques.

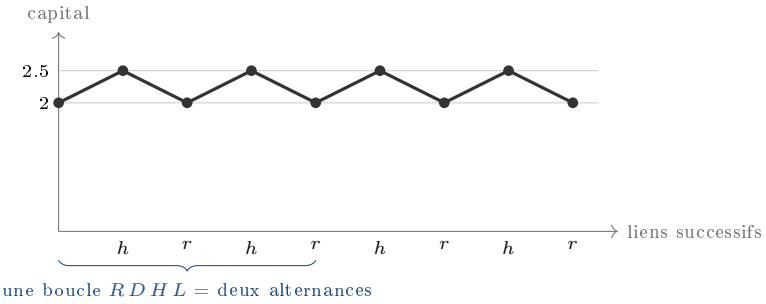
Un acte par niveau, qui agit sur tous les axes

Chaque niveau sépare deux choses, par **un seul acte de distinction** (le programme en compte un par niveau ; les résultats de N_0 dépendent seulement de ce qu'il n'accomplit pas l'acte suivant, Thm. 9) qui agit *sur tous les axes* hérités du niveau précédent : le nombre de choix libres ne double pas, **le nombre de variables distinguées double**.

passage	l'acte	ce qu'il sépare	variables
$N_{-1} \to N_0$	le Dit devient Bit	deux bits, un par axe (R/H et D/L), dont N_0 ne distingue pas le sens	2
$N_0 \to N_1$	le choix de $+i$ ou $-i$	sur chaque axe : $R \neq H$ et $D \neq L$	4

Un élément de $\mathbb{Z}_4$ porte deux bits — son axe et son sens sur l'axe : N_0 en voit l'axe, N_1 aussi le sens. L'article N_1 le dit à sa façon : « les deux sélections ne font pas deux bits » — un seul choix de racine fixe à la fois l'orientation du temps et la latéralité. Ce qu'un acte sépare au-delà de N_1 sera examiné dans chaque niveau.

L'état minimal d'une association stable en N_0 : une alternance spatiale. Le programme décrit une association stationnaire minimale par un budget de flux : R sortant 1, D entrant et sortant 1, H entrant 2, L interne 1+1, L déchet sortant 1 — trois entrées, trois sorties, un capital de 2. Sur une boucle, l'axe hiérarchique apporte $R + H = +1$, l'axe réciproque $D + L = -1$. Le cycle $R \to D \to H \to L$ alterne déjà les deux axes ; en N_0, où $R = H$ et $D = L$, chaque pas prend la moyenne de son axe, $+\frac{1}{2}$ puis $-\frac{1}{2}$: le capital alterne **2, 2,5, 2, 2,5**. C'est **une seule alternance de période 2**, et une boucle en contient deux identiques — $\mathbb{Z}_2$, un signe qui change à chaque pas. Comme le temps de N_0 n'a ni orientation ni écoulement, **cette alternance est spatiale** : elle va d'un lien à l'autre, et c'est N_1 qui la déroule dans le temps.



Le capital d'une association stable en N_0, d'un lien à l'autre : h, pas hiérarchique ($+\frac{1}{2}$) ; r, pas réciproque ($-\frac{1}{2}$).

Ni intérieur ni extérieur : des associations de grains

L n'étant pas différencié de D, dedans et dehors ne sont en N_0 que relatifs : une face partagée se lit des deux côtés. N_0 ne contient pas de systèmes fermés, mais des **associations de grains qui s'accordent**. Le modèle le lit déjà ainsi : deux grains *accordés* alternent ensemble, et le poids $e^{JN_{\text{acc}}}$ favorise l'accord ; les organisations a, s, l sont des associations ; la « membrane » d'un point ou d'un point de points, qui sont de même nature, est un **bord d'association** — l'endroit où l'alternance change —, non une frontière de système. La durabilité (section 4) compte des accords au bord d'un amas : son calcul est inchangé, seule sa lecture change.

Le tableau 7 rassemble les choix que ce principe justifie.

indifférencié en N_0	**ce qu'il justifie**	**sans le principe**
$D = L$ (temps sans orientation)	D et L à poids égaux dans la mesure de complexité, donc la durabilité et J ; couleur D/L d'un cycle indifférenciée (les deux de même poids)	posé
$R = H$ (hiérarchie relative)	la règle de lien ; entre pairs $R = H$, d'où un lien direct au vide — un couplage, non un apport net, puisque $\varphi = 0$ (§5.7)	dérivé
l'ordre des phases	seuls comptent des bilans simultanés, donc des poids d'équilibre : « masse = probabilité »	posé
le sens ($\pm i$), la main du grain	vide symétrique gauche–droite ; chiralité renvoyée à N_1 ; doublet d'isospin	établi
les grains entre eux	la famille appartient au point, non au grain	établi

Tableau 7: Les choix que le principe d'indifférenciation justifie. Il ne justifie pas le choix des niveaux qui fixe J (règle 1), $B - L$ sur quatre anneaux, la chaîne d'unification ni l'état S, qui gardent leurs raisons propres.

Le tableau 8 en donne les correspondances N_4/N_0.

la règle	**N_4 : la société**	**N_0 : les deux axes**
ce qu'on ne peut pas distinguer, on le traite à égalité	sans calendrier, un don et un prêt se confondent	$D = L$: poids égaux
une hiérarchie sans repère extérieur est relative	dans une file circulaire, nul n'est premier	$R = H$: la règle de lien
sans dedans ni dehors, il n'y a que des groupes qui vibrent ensemble	une foule qui danse au même rythme n'a pas de mur, seulement des bords	associations de grains accordés ; bords d'association
un seul repère suffit à tout ordonner	une horloge publique donne à la fois l'ordre et l'avant–après	l'acte de N_1 sépare R/H et D/L

Tableau 8: Correspondances N_4/N_0 pour l'indifférenciation.

3.10 L'espace et le temps en N_0

Le titre de cet article annonce l'émergence de l'espace-temps ; cette section dit ce que N_0 en établit, et ce qu'il laisse à N_1.

L'espace est ce que N_0 construit. Des sites reliés font déjà un espace (§2.1) ; les commutateurs des primitives en donnent les trois dimensions et le produit fibré les conserve dans tout assemblage (§2.3, §2.5) ; l'escalier interne en déroule les dimensions — point, ligne, surface, volume (tableau 4) —, sur le pavage en

disphénoïdes du réseau cubique centré (§3.5). Ses échelles sont celles des associations — grain, point, point de points —, et sa maille vaut $a \approx 2{,}8$ à $4{,}1$ longueurs de Planck (une patte de spin $\frac{1}{2}$ par face, γ de la littérature, §3.1, **conditionnel**). L'isotropie à grande distance est établie sur l'arène (§3.5) et protégée par $W(F_4)$ (§3.11).

Le temps n'y est pas encore orienté. Le temps existe en N_0 comme quatrième dimension — la durée, née de la fermeture de la boucle : c'est le dernier échelon, $N_{0.4}$ —, mais il n'a encore ni orientation ni écoulement. L'axe réciproque étant indifférencié ($D = L$, §3.9), il n'y a en N_0 ni succession, ni avant et après, ni énergie : les quatre pattes d'un grain existent ensemble, et ce qui alterne le fait *d'un lien à l'autre*. Ce dernier échelon est aussi le premier de N_1 : le temps est ce par quoi N_0 se referme et s'ouvre sur le niveau suivant. La manière dont cette quatrième direction s'assemble avec l'arène est fixée en N_0 (§3.11) : les deux sous-réseaux de l'arène alternent d'une couche à la suivante, et le réseau obtenu a une symétrie qui échange le temps et l'espace.

L'espace-temps naît au passage. L'acte unique de N_1, qui différencie les deux axes (§3.9), crée une horloge, donc un temps *orienté* ; avec lui viennent la signature lorentzienne, le cône de lumière et la causalité (article N_1). L'alternance spatiale de N_0 se déroule alors dans le temps et devient une onde : N_0 est plein d'emblée, comme un taquin sans case vide, et une région ne peut plus que transmettre à ses voisines. **L'espace-temps est donc le produit de deux niveaux** : l'arène et ses quatre dimensions, durée comprise, construites en N_0 ; l'orientation et l'écoulement du temps, donnés par l'acte de N_1.

Le tableau 9 résume ce que N_0 établit pour l'espace et le temps, et le tableau 10 en donne les correspondances N_4/N_0.

élément	statut	où
un espace naît de sites reliés	[B]	la saturation de N_{-1} (§2.1)
trois dimensions, conservées	[A] ; lecture « espace » [G]	$\mathfrak{so}(3)$, produit fibré (§2.3, §2.5)
signature, flèche	**renvoyées à N_1**	no-go, verrou achiral (§2.8)
point, ligne, surface, volume	[G] correspondance	l'escalier interne (tableau 4)
l'arène en disphénoïdes	[D] choisi	identité et isotropie (§K2 de la version de travail)
la maille, $a \approx 2{,}8$–$4{,}1\,\ell_P$	[C] conditionnel	comptage des faces en spin $\frac{1}{2}$, γ de la littérature (§3.1, O19)
la durée sans orientation en N_0	[G] principe	$D = L$ (§3.9)
l'arène d'espace-temps F_4	[D] choisie ; géométrie [A]	sous-réseaux alternés au pas $a/2$, symétrie $W(F_4)$ (§3.11)
tick de deux couches, $H \geq 0$	[A] miroirs ; positivité vérifiée (champs libres)	positivité de réflexion (§3.11)
temps orienté, signature, cône	**article N_1**	l'acte unique

Tableau 9: L'espace et le temps : ce que N_0 établit, ce qu'il laisse à N_1.

la règle	N_4 : la société	N_0 : l'espace et le temps
relier, c'est déjà faire un lieu	une route entre deux maisons fait un village	des sites reliés font un espace
le plan précède l'horaire	une ville a ses rues avant d'avoir ses horaires	l'arène est construite avant le temps orienté

Tableau 10: Correspondances N_4/N_0 pour l'espace et le temps.

3.11 L'arène d'espace-temps

La quatrième direction s'assemble avec l'arène par couches, au pas $\tau = a/2$. Les deux sous-réseaux cubiques de l'arène (les coins et les centres des cubes) alternent d'une couche à la suivante. Une couche porte donc un seul sous-réseau, et l'arène vit entre deux couches (figure 17). Rien de ce qui est établi en trois dimensions ne change (arène, grains identiques, bipartition, point de 24 grains, pas $\tau = a/2$, lecture euclidienne) : seul l'assemblage le long de la quatrième direction est fixé ici.

Proposition 16 (L'arène d'espace-temps est le réseau F_4)**.** *Plaçons le sous-réseau des coins aux couches paires et celui des centres aux couches impaires, au pas $a/2$, en métrique euclidienne.*

(i) Les sites forment le réseau $D_4^* = \mathbb{Z}^4 \cup (\mathbb{Z}^4 + \frac{1}{2})$ (en unités a), appelé réseau F_4. Chaque site a 24 voisins à la même distance a (16 en diagonale, 6 dans l'espace, 2 dans le temps). Le pas $a/2$ est le seul pour lequel ces 24 voisins sont égaux.

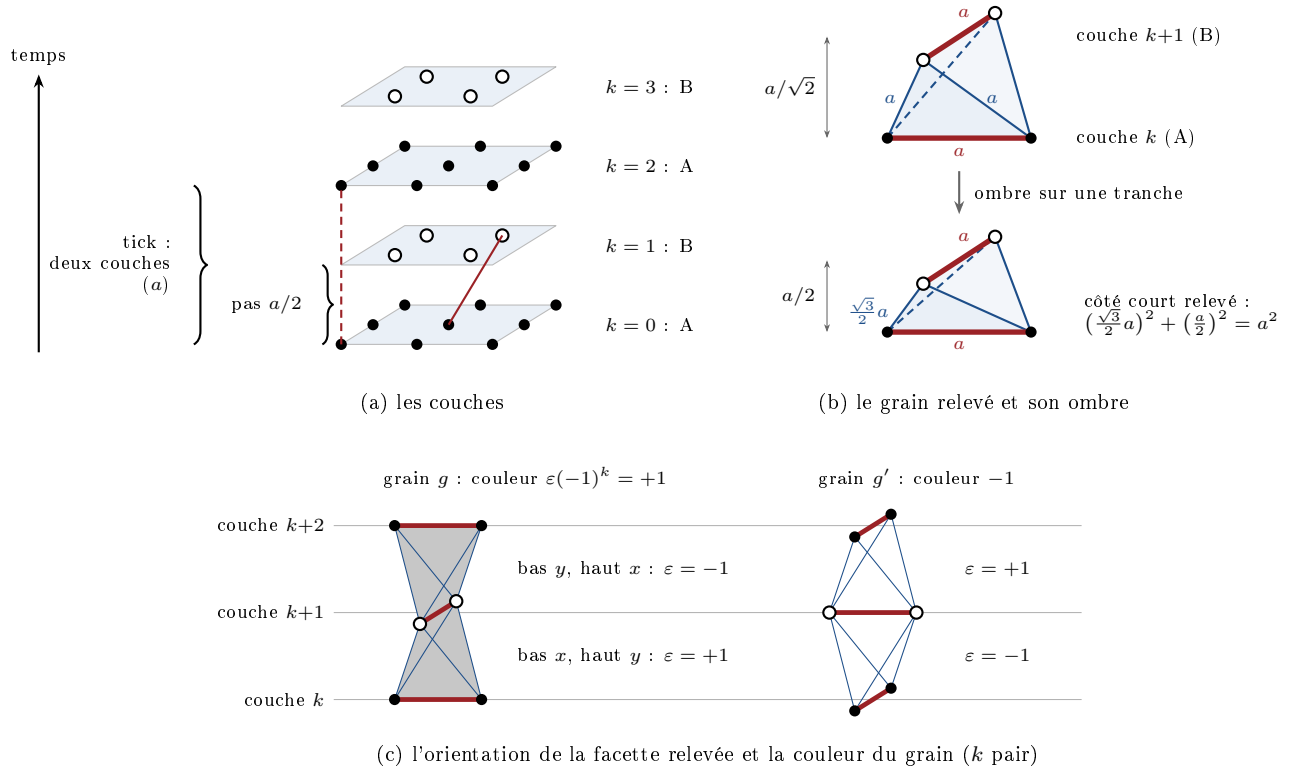
(ii) Son groupe ponctuel est le groupe de Weyl $W(F_4)$, d'ordre 1152. 288 de ses éléments envoient la direction du temps dans l'espace (l'échange $x_1 \leftrightarrow x_4$ en fait partie). Le temps et l'espace sont donc échangés par une symétrie du réseau.

(iii) Ses cellules de Delaunay sont des 16-cellules régulières, toutes identiques (trois par site, 24 autour d'un sommet) ; ses cellules de Voronoï sont des 24-cellules. L'identité des éléments, exigée de l'arène, vaut aussi pour les cellules d'espace-temps.

(iv) Les facettes tétraédriques qui ont deux sommets sur une couche et deux sur la suivante, projetées sur l'espace, sont exactement les grains de l'arène (les six classes de disphénoïdes). Relevé entre ses deux couches, le disphénoïde est un tétraèdre régulier d'arête a, car son côté court, $a\sqrt{3}/2$, monte de $a/2$ en temps. L'anisotropie du grain (côtés a et $a\sqrt{3}/2$) est l'ombre d'un tétraèdre régulier.

(v) La bipartition des grains est l'orientation temporelle de la facette relevée. Dans la tranche $[k, k+1]$, le côté long d'un sous-réseau est en bas et celui de l'autre en haut ; la couleur du grain vaut $\varepsilon\,(-1)^k$, où $\varepsilon = \pm 1$ est l'orientation de la facette. Le même grain, relevé dans la tranche suivante, a l'orientation opposée.

(i) à (iv) sont des faits de géométrie, vérifiés en arithmétique exacte [A] ; (v) est vérifié sur tous les grains d'une maille périodique (768 grains) [A]. Le choix de cet assemblage est **[D]**, comme celui de l'arène : c'est le seul où les sous-réseaux de l'arène donnent un réseau d'espace-temps à voisins égaux et à cellules identiques. Il donne un sens à quatre dimensions à deux faits de l'arène. La forme du grain est celle d'un tétraèdre régulier vu en projection, et la bipartition des grains est l'alternance des couches lue sur les grains. Les deux nombres 24 (les voisins d'un site de F_4 et les grains d'un point) n'ont pas de lien démontré.



(a) les couches

(b) le grain relevé et son ombre

(c) l'orientation de la facette relevée et la couleur du grain (k pair)

Figure 17: L'arène d'espace-temps F_4. (a) Les couches se suivent au pas $a/2$. Les couches paires portent les coins des cubes (A, disques pleins), les couches impaires les centres (B, disques vides). Chaque couche est dessinée par un plan de l'espace ; les centres y sont décalés de $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})\,a$ (le décalage $a/2$ dans la troisième direction n'est pas dessiné). Un site a 24 voisins à la distance a, dont un centre de la couche suivante (trait plein) et le même coin deux couches plus haut (tirets). Le tick physique vaut deux couches. (b) Un grain relevé entre les couches k et $k+1$: deux coins en bas, deux centres en haut, les deux côtés longs orthogonaux. C'est un tétraèdre régulier d'arête a. Son ombre sur une tranche d'espace est le disphénoïde de l'arène (côtés longs a, côtés courts $a\sqrt{3}/2$). Le grain est l'ombre d'un tétraèdre régulier. (c) Le même grain relevé dans deux tranches successives. L'orientation (axe du côté long du bas vers celui du haut) s'inverse d'une tranche à l'autre, et $(-1)^k$ aussi : la couleur $\varepsilon(-1)^k$ ne change pas. Le grain voisin g', d'orientation opposée, a l'autre couleur (grisé : $+1$, blanc : -1).

Le pas et le tick. Tous les miroirs du réseau F_4 passent par des sites. Les plans situés entre deux couches ne sont que des plans de réflexion glissée (réflexion suivie de la translation $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})\,a$). La réflexion par une

couche, $x_4 \mapsto -x_4$, est positive pour l'action de Wilson (tout groupe compact, $\beta > 0$, par factorisation, comme chez Osterwalder et Seiler [29]) et pour les champs libres de l'arène (scalaire de sommet, champ des grains, photon). La lecture euclidienne définit donc une théorie en temps réel par la reconstruction d'Osterwalder et Schrader [28]. Le transfert positif fait avancer de **deux couches** : $T_2 = e^{-aH}$, avec H autoadjoint, positif, à spectre réel. Le transfert d'une seule couche n'est pas positif (à chaque vecteur d'onde, il a des valeurs propres des deux signes), comme pour les fermions décalés. Les branches qui changent de signe d'une couche à l'autre sont lourdes ($E\ell \geq 1{,}09$), de norme positive, et il n'y a pas de doubleur léger. Le pas géométrique reste $\tau = a/2$ (l'espacement des couches) ; le **tick physique** vaut deux couches, $\delta\tau = a/c$. Le temps réel est continu, $e^{\mp itH}$, et le sens du prolongement $\tau \to \pm it$ n'est pas fixé en N_0 : c'est l'acte de N_1 (§3.9). La théorie euclidienne est paire sous le renversement des couches, ce qui est le cas en N_0.

Une seule vitesse. Sur ce réseau, la connexion à poids uniformes de N_0 est exactement le Maxwell de Hodge du complexe, car les 96 triangles qui touchent un sommet forment une seule orbite de la symétrie. Le scalaire de sommet, le champ des grains et le photon ont la même vitesse : chacun parcourt $a/2$ par couche. Aucun n'a de terme en $(k\ell)^2$ dans sa dispersion ; le premier écart est en $(k\ell)^4$, nul le long des axes. La symétrie protège cette égalité. $W(F_4)$ n'admet qu'une forme quadratique invariante de jauge de degré deux pour le photon, et une seule pour le graviton, de sorte qu'une correction qui respecte la symétrie ne peut que renormaliser globalement le terme cinétique. La vitesse de la lumière reste celle des autres champs, à tous les ordres (correction à une boucle nulle à 10^{-11} pour un champ chargé de sommet ou de grains). C'est établi pour les champs libres et pour la gravité de Regge linéarisée (article N_1). Les vertex de la gravité, non linéaires, ne sont pas couverts.

La vitesse en unités du réseau. La vitesse c est la même pour tous les champs ; le nombre qui la relie à ℓ (la distance entre grains voisins, $\ell = a\sqrt{2}/4$) dépend de ce qu'on appelle le pas de temps $\delta\tau$. Par couche, $c\,\delta\tau_{\text{couche}} = a/2 = \sqrt{2}\,\ell$. Par tick de deux couches, $c = a/\delta\tau = 2\sqrt{2}\,\ell/\delta\tau$. L'écriture $c = \sqrt{2/3}\,\ell/\delta\tau$ (O18 et article N_1) est la pente de l'opérateur des grains sur le graphe de l'arène, avec l'unité de temps de cet opérateur ; cette unité vaut $1/(2\sqrt{3})$ tick. Les trois écritures décrivent la même vitesse.

Le couplage de jauge sur F_4. Le couplage $1/\alpha_0$ (§7.2) est calculé sur F_4 même. Les plaquettes sont les 32 triangles par site, à poids uniforme : c'est le Maxwell de Hodge du complexe. La normalisation reste $1/\alpha_0 = \pi\beta$, car l'aire des triangles et le volume par site compensent leur nombre. On obtient $1/\alpha_0 = 67{,}0 \pm 0{,}2$, contre $71{,}5 \pm 0{,}3$ sur le produit de l'arène par la quatrième direction. Cette valeur tombe sous la plage que demandent les couplages mesurés, 80 ± 3. Avec l'action de Wilson, l'écart est réel ; sous le principe du compromis, qui tire la forme de l'action du concept [B, concept], $1/\alpha_{\overline{\text{MS}}} = 40{,}0 \pm 1{,}3$, dans la cible 43 ± 3, à son bord bas (§7.2, O21).

3.12 Le concept et les règles de lecture qui en découlent

Pour le lecteur non spécialiste : qu'est-ce qu'une règle de lecture ?

Un modèle calcule des nombres : des fréquences, des énergies, des angles. Pour les comparer au monde, il faut dire quelle grandeur du modèle correspond à quelle grandeur mesurée. C'est le rôle d'une *règle de lecture*, comme la légende d'une carte dit qu'un trait bleu est une rivière.
Une règle choisie après avoir vu le résultat pourrait servir à forcer l'accord : c'est le danger de tout modèle. Ce travail le traite de deux façons. D'abord, il compte toutes ses règles et dit lesquelles ont été formulées en connaissant la cible. Ensuite, il montre que ces règles-là découlent toutes du *concept* du programme, posé avant tout calcul : elles en sont des conséquences, non des retouches. Les nombres qui en dépendent restent pourtant comptés comme des *accords*, et non comme des prédictions.

Le concept MicroGlobal est posé avant tout calcul, comme structure du modèle. Il a d'abord été développé au niveau N_4, celui du symbolique et des sociétés humaines, l'un des plus complexes, puis étendu pas à pas aux niveaux inférieurs. Il fixe la forme des règles qui traduisent la géométrie en grandeurs. Ces règles sont donc présentées ici, avant les résultats ; chacune est rappelée dans un encadré là où elle sert. Une règle qui découle du concept est une dérivation sous ce postulat [B, concept].

Ce que le concept pose à N_0

1. **Quatre pôles, deux axes.** R, D, H, L. L'axe D–L lit la *forme*, l'axe R–H la *grandeur*. Dans le modèle de N_0, la frontière est la face que partagent deux grains voisins, et la règle de lien la lit d'un côté à l'autre comme l'inverse dans $\mathbb{Z}_4$, ce qui échange R et H et garde D et L (§3.3). Les deux axes y sont donc inséparables. D et L, car la même face porte les deux : sa forme est la même pour les deux grains (L), et chacun la lit dans son propre sens, tourné par la torsion (D). R et H, car ce qu'un grain lit comme R, son voisin le lit comme H : la face ne distingue pas le sens des flux, et le haut et le bas ne se définissent que l'un par rapport à l'autre (§3.9). Ce sens n'apparaît qu'avec l'orientation du temps, à N_1.
2. **Des associations, non des systèmes complexes.** N_0 contient des niveaux d'association (des proto-systèmes) : le grain, le point, le point de points. La boucle y va de l'intérieur à l'extérieur. Deux interactions : R–H, à double sens ; D–L avec le L externe, à sens unique, de l'association vers l'environnement.
3. **Un lien est une frontière partagée** entre voisins ; il vaut la part de ses axes et de ses canaux qui reste partagée.
4. **Deux compromis.** La complexité est le compromis entre l'ordre et le désordre : le produit des quatre flux, nul dès qu'un flux manque. La durabilité est le compromis entre le capital (moyenne additive) et la complexité (produit). Le second compromis, le sens de la boucle (accumuler ou complexifier), ne s'exprime pleinement qu'en N_1.
5. **Le déchet** est une partie de structure que les voisins ne reconnaissent pas, un intrus. C'est le récepteur qui donne à ce qu'il reçoit son sens et sa valeur : ressource ou rebut.
6. **Les angles.** Un pas est l'angle qu'occupe un grain autour d'une arête de l'arène ; un lien direct est l'angle entre deux pattes du point.

Le tableau 11 donne les règles de lecture tirées de ces six éléments.

règle	**ce qu'elle dit**	**d'où elle vient**	**où**
1	la durabilité se compte sur les associations de l'arène, le point et le point de points, et non sur des morceaux de vide plus grands	les associations de l'arène (2), dont les échanges à la frontière portent la mesure de complexité (4)	§4
9	au grain, un lien entre familles regagne un demi-accord, $e^{J/2}$; au point, rien	le lien est une frontière partagée (3) : au grain, deux familles ont une face commune et en partagent la grandeur, non la forme ; au point, elles se remplacent, sans frontière	§5.5
10	la ressource prélevée au vide est formatée sur la filiation s–l du secteur u, pour $\ln 2$	le récepteur formate, sur son lien d'identité (5) ; un bit à valence quatre, effacé une fois	§5.7
11	la phase du lien direct est $90° - 109{,}47°$	l'angle entre deux pattes du point, lu vers l'extérieur (6)	§5.7
14	un partenaire lu à rebours perd un quart d'accord	quatre canaux par lien ; seule la main native porte le sens (3)	§8
15	le déchet est reçu uniformément, sans demi-accord ni moitié d'identité	l'intrus n'a pas d'identité à trier (5)	§8.4
16	le vide ajoute au déchet un pas de $\pi/3$	l'angle dièdre de l'arête courte, où six grains se referment (6)	§8
action	la forme de l'action de jauge (A1-A)	le compromis capital/complexité sur les quatre flux d'une plaquette (4)	§7.2
Born	le poids d'un effet est additif et ne dépend pas des autres effets mesurés avec lui	le capital s'additionne (4) ; le récepteur donne la valeur (5)	§2.6

Tableau 11: Les règles de lecture tirées du concept [B, concept]. Le chiffre entre parenthèses renvoie à l'élément du concept ; certains éléments donnent deux règles, et le quatrième donne aussi la forme de l'action de jauge et, avec le cinquième, la règle de Born. Ces sept règles ont été formulées en connaissant la grandeur visée : les grandeurs qui en dépendent sont des accords, non des prédictions. Les autres règles, fixées avant le calcul, sont recensées au §10.3.

La figure 18 dessine ce passage du concept aux règles.

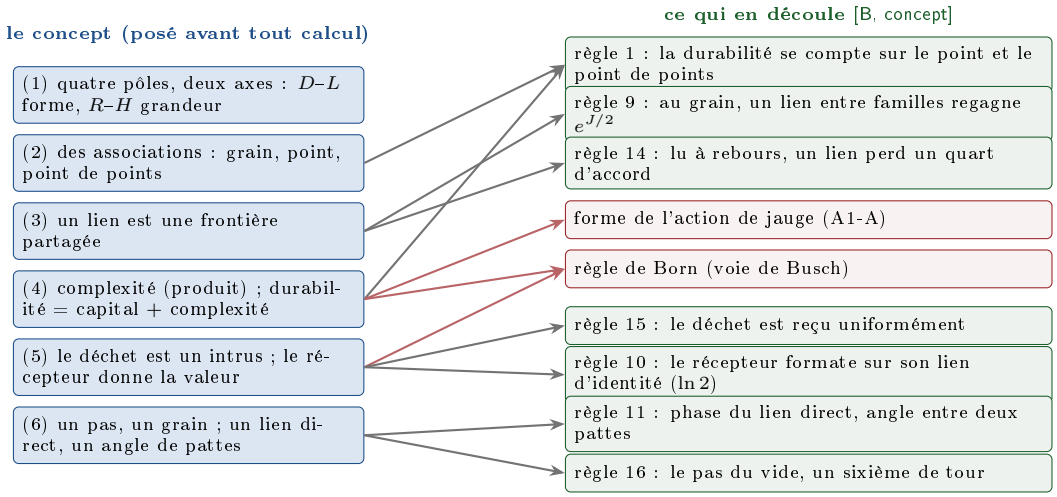


Figure 18: Du concept aux règles. À gauche, les six éléments du concept à N_0 ; à droite, les sept règles de lecture formulées en connaissant leur cible, toutes tirées du concept, et deux structures qui en découlent aussi (en rouge) : la forme de l'action de jauge et la règle de Born. Chaque flèche part de l'élément d'origine ; certains éléments en donnent deux.

3.13 Ce que le modèle pose, et ce qu'il ne pose pas

Le tableau 12 sépare, pour chaque élément du modèle de base, ce qui est établi, ce qui est choisi et ce qui est posé, avec son origine ; le tableau 13 en donne les correspondances N_4/N_0.

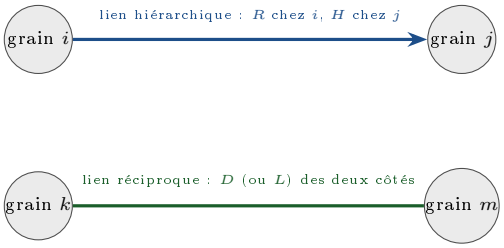
élément	statut	origine
quatre pattes R, D, H, L par grain	[B]	la clôture de N_{-1} (C113, C114)
règle de lien ($x \mapsto x^{-1}$)	[B]	l'inversion de $\mathbb{Z}_4$ (C114) ; l'indifférenciation $R = H$ (§3.9)
arène en disphénoïdes	[D] choisi	parmi les arènes examinées, celle qui satisfait identité et isotropie (§K2 de la version de travail)
assemblage d'espace-temps F_4	[D] choisi	les deux sous-réseaux alternent au pas $a/2$: voisins égaux, cellules identiques, symétrie $W(F_4)$ (§3.11)
poids $e^{JN_{\mathrm{acc}}}$	[D] posé	la coordination comme pôle « complexité » de la durabilité (C78)
valeur de J	[E] réglé	zone fixée par la durabilité du point et du point de points (C89, C92–C95) ; valeur réglée sur les masses (C208)
nœud à cinq pattes, modes fermioniques	**postulat de matière (acte emprunté à N_2)**	C17, C18
10 au point, $\overline{\mathbf{5}}$ au grain	[D] posé, éprouvé	les totaux de hiérarchie (C87), puis quatre rapports (C88)
masse = probabilité	[G] lecture	lecture unique pour tout le travail (C80, C88) ; l'ordre des phases est indifférencié (§3.9)
rapports comparés à basse énergie (M_Z)	[D] posé, justifié	N_0 n'a pas d'énergie : ses rapports sont sans échelle (C146)

Tableau 12: Les éléments du modèle et leur statut. Les règles ajoutées plus loin pour des questions particulières (la naissance des familles légères, le rejet sans contrepartie) sont signalées là où elles interviennent, et recensées dans le bilan (section 10).

la règle	N_4 : la société	N_0 : le réseau
l'élément d'un niveau est un système du niveau inférieur	une personne est un organisme de cellules	le grain est la boucle de N_{-1} refermée
la hiérarchie est relative	ce qui est un ordre pour l'un est une obéissance pour l'autre	R d'un côté, H de l'autre
la réciprocité est symétrique	un échange de dons est le même vu des deux côtés	D reste D, L reste L
le plus durable n'est pas le plus ordonné	une organisation qui laisse du jeu résiste mieux qu'une organisation rigide	le vide choisit une organisation courte
une identité se porte en groupe	une appartenance se lit à l'échelle d'un quartier, pas d'une maison	les familles et la couleur vivent au point

Tableau 13: Correspondances N_4/N_0 pour les règles du modèle.

3.14 Nomenclature



bit du lien : hiérarchique ou réciproque ; orientation le long de sa chaîne fermée

accordé : les deux grains portent la même organisation (a, s ou l) ; poids e^{J}

couleur D/L : alternée le long de chaque boucle réciproque ; en N_0, la parité de la boucle est libre

Les variables d'un lien.

Le tableau 14 rassemble les grandeurs définies dans l'article.

symbole	sens	voir
R, D, H, L	les quatre pattes du grain, éléments g, g^2, g^3, e de $\mathbb{Z}_4$	§3.2
bit hiérarchique, bit réciproque	les deux bits de N_{-1} : R, H agissent sur le premier, D, L sur le second	§3.2
main du grain	signe du volume $\pm\frac{\sqrt{3}}{4}$; produit du sens de la hiérarchie et du sens de lecture	§3.2
partition, organisation	quelle paire de pattes est hiérarchique ; trois organisations a (vide), s, l	§3.4
lien accordé, N_{acc}	lien dont les deux grains ont la même organisation ; leur nombre	§3.6
J, J_c	couplage (force du lien) ; seuil de l'ordre, $0{,}3395 \pm 0{,}0005$; optimum de durabilité $0{,}3454$ (petits réseaux) ; J réglé sur les masses $\approx 0{,}345$	§3.6, §4
q, U	paramètre d'ordre $f_a - f_s$; cumulant de Binder	§4.1
point, point de points	24 grains autour d'un sommet ; le point et ses 14 voisins, 192 grains (membrane de 96 liens)	§3.5
anneaux internes	cycles réciproques d'un point fermé : 4 de 6 (a, s), 6 de 4 (l)	§3.5
membrane, B, F_x	liens qui traversent le bord d'une association ; leur nombre ; ceux qui transmettent le flux x	§4.2
C, perte, déséquilibre	complexité $\prod_x F_x/(B/4) = e^{-4\mathrm{KL}}$ et ses deux parts	§4.3
s, D, Φ	liberté ; durabilité $\sqrt{C_{24}C_{192}}\,s$; quantité minimisée	§4.4
$\varphi = H - R$	apport hiérarchique net d'une association ; nul en N_0	§4.2
famille p	amas dont tous les grains portent l'organisation p	§3.8
F_p^{pt}, F_p^{gr}	énergies libres réduites ($F = -\ln P$, sans dimension) de l'organisation p au point et au grain ; $m_p/m_a = e^{-F_p}$	§3.8
10, $\overline{\mathbf{5}}$, **1**	multiplets d'une génération : au point, au grain, sans amas	§3.8
$B - L$	charge portée par les anneaux internes : -1 (partie uniforme), $+\frac{1}{3}$ (chaque couleur)	section 5
ν^c, S	état à zéro mode du nœud (neutrino droit) ; état à zéro mode du point de points	section 8
L-déchet, F, r_p	rejet de L sans contrepartie ; son coût ; facilité de rejet de la famille p	section 8
produit fibré	recollement de grains par leurs faces : deux dimensions retirées par face	§2.5
commutant, bloc **1**	les deux observables invariantes d'un grain ; la direction invariante de $\mathbf{1} \oplus \mathbf{3}$	§2.3
association, bord d'association	grains qui s'accordent ; en N_0, intérieur et extérieur ne sont que relatifs : il n'y a que des bords d'associations	§3.9
alternance spatiale	alternance 2, 2,5 par pas du budget le long d'une chaîne ; elle devient une oscillation, temporelle, en N_1	§3.9

Tableau 14: Nomenclature des grandeurs définies dans l'article.

4 Le vide organisé

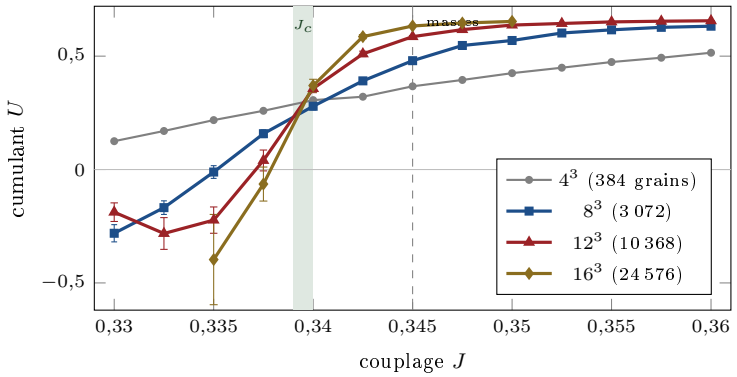
Pour le lecteur non spécialiste : un vide qui s'ordonne, comme l'eau qui gèle

En physique, le *vide* n'est pas le néant : c'est l'état le plus calme possible, celui qui reste quand on a tout enlevé. Ici, c'est le réseau des grains lui-même, sans matière.
Chaque grain peut s'organiser de trois façons. Quand le lien entre grains est faible, chacun choisit au hasard : le réseau est désordonné, comme les molécules d'eau liquide. Au-delà d'un certain seuil, les grains s'alignent tous sur la même organisation, comme l'eau gèle en glace, ou comme les petits aimants d'un fer s'orientent ensemble. On appelle cela une *transition de phase*.
Ce chapitre mesure ce seuil par simulation. Il montre que le vide se place juste au-dessus, là où l'ordre et la liberté s'équilibrent : assez ordonné pour tenir, assez libre pour porter de la variété. C'est sur ce vide que la matière prendra sa forme.

Le vide de N_0 n'est pas l'absence de grains : c'est le réseau des flux dans l'état que retient la durabilité. Cette section montre comment il s'ordonne quand le couplage J croît, où se trouve le seuil de cet ordre, et pourquoi la durabilité place le vide juste au-dessus — dans la zone même où se lisent les masses de la section 5 : la durabilité fixe cette zone sans les masses, et les masses y règlent la valeur.

4.1 Le seuil de l'ordre

La symétrie que le vide brise est l'échange des deux organisations courtes : l'arène les traite pareil, la longue est distinguée par la géométrie même dans le désordre. Le paramètre d'ordre est la différence de leurs fractions, $q = f_a - f_s$; le cumulant de Binder $U = 1 - \langle q^4\rangle / 3\langle q^2\rangle^2$ vaut 0 dans le désordre et $\frac{2}{3}$ dans l'ordre. Au seuil, les courbes $U(J)$ de tailles différentes se croisent (figure ci-dessous).



Les cumulants de Binder de quatre tailles (deux départs, ordonné et désordonné, de 20 000 à 100 000 balayages, CT3) : sur la branche qui monte vers l'ordre, ils se croisent vers $J_c = 0{,}3395$ (bande verte) ; les masses observées demandent $J \approx 0{,}345$ (tirets).

Les croisements des tailles de 3 072 à 24 576 grains donnent $J_c = 0{,}3395 \pm 0{,}0005$; la susceptibilité culmine au même endroit et croît avec la taille (C89, CT3). Juste avant la mise en ordre, le cumulant des grands réseaux devient négatif (jusqu'à $-0{,}3$) : les fluctuations de q y sont plus intermittentes qu'une gaussienne, sans saut visible de la fraction de liens désaccordés. La mise en ordre est rapide, et **sans signe de premier ordre jusqu'à 82 944 grains** (`CRITERE_ordre_transition.md`, écrit avant le calcul : cubes de 8^3 à 24^3 mailles, cinq valeurs de J de 0,3387 à 0,3403, 10^5 balayages par point). À toutes les tailles, la distribution de la fraction de liens désaccordés n'a qu'un seul pic, y compris au maximum de la susceptibilité, et le maximum de la chaleur spécifique $G\,\mathrm{var}(d)$ ne croît pas avec le volume (4,8 ; 5,1 ; 5,1 pour 16^3, 20^3, 24^3, alors qu'un premier ordre le ferait croître d'un facteur 3,4). Verdict du critère : second ordre, ou premier ordre trop faible pour être résolu à ces tailles ; une transition continue, que demande une limite continue, reste donc possible. **Zone basse** : le cumulant devient négatif plus bas, vers $J = 0{,}330$ à 0,3375 (jusqu'à $-0{,}26$). Un second test, lui aussi écrit avant le calcul (`CRITERE_ordre_transition_bas.md` : 16^3, 20^3, 24^3, quatre valeurs de J, 10^5 balayages par point), donne là aussi une distribution de d à un seul pic aux douze points ; le maximum de $G\,\mathrm{var}(d)$ y *décroît* avec la taille (2,71 ; 2,40 ; 2,28) ; q change de signe de 8 000 à 21 000 fois par série, sans jamais rester bloqué dans un état. Ce creux vient donc d'une distribution de q plus pointue qu'une gaussienne, à queues lourdes (intermittence), et non d'une coexistence de deux états. Près du seuil, les masses sont très sensibles à J : une variation de 0,01 sur J change les masses d'un facteur 2 à 3 : il faut un principe pour en fixer la zone.

Pour l'étudiant : simuler sans temps : Metropolis et le cumulant de Binder

Le réseau a beaucoup trop de configurations pour qu'on les énumère ; on les *échantillonne*. La règle de Metropolis le fait en trois gestes : (1) partir d'une configuration et proposer un petit changement (ici,

renverser un anneau alterné) ; (2) compter la variation ΔN_{acc} du nombre de liens accordés ; (3) accepter le changement avec la probabilité

$$p = \min\bigl(1,\ e^{\,J\,\Delta N_{\text{acc}}}\bigr).$$

Un changement qui accorde des liens est toujours accepté ; un changement qui en désaccorde l'est parfois, d'autant moins que J est grand. Après de nombreux balayages, chaque configuration apparaît avec une fréquence proportionnelle à son poids $W = e^{JN_{\text{acc}}}$.

Pas de temps ici. La suite des configurations n'est pas une histoire, c'est un tirage. On estime un climat à partir de nombreux jours de météo, sans que l'ordre des jours importe ; de même, on moyenne sur les configurations tirées. Un balayage compte des tirages, non des secondes.

Le paramètre d'ordre. Les deux organisations courtes sont jumelles : l'arène les traite pareil. $q = f_a - f_s$ dit de combien l'une l'emporte. Dans le désordre, q fluctue autour de 0 ; dans l'ordre, le vide choisit une des deux jumelles et $|q|$ devient grand.

Où est le seuil ? Sur un réseau fini, le passage est arrondi et se déplace avec la taille. Le cumulant $U = 1 - \langle q^4\rangle / 3\langle q^2\rangle^2$ ne regarde que la *forme* de la distribution de q : $U = 0$ pour une gaussienne centrée (désordre), $U = \frac{2}{3}$ pour deux pics $\pm q_0$ (ordre). Au seuil, cette forme est à peu près la même pour toutes les tailles : les courbes $U(J)$ se croisent. Les croisements donnent $J_c = 0{,}3395 \pm 0{,}0005$.

Une réserve. Juste avant l'ordre, U devient négatif aux grandes tailles : q fluctue de façon plus intermittente qu'une gaussienne. Ce creux peut accompagner une transition du premier ordre. Pour trancher, on regarde la distribution de l'énergie : un premier ordre y fait deux pics, et sa chaleur spécifique croît comme le volume. Jusqu'à 82 944 grains, au seuil comme dans la zone du creux, on ne voit qu'un seul pic, et la chaleur spécifique ne croît pas : aucun signe de premier ordre à ces tailles. Le creux vient de l'intermittence de q, pas de deux états qui coexistent.

La figure 19 illustre ce que mesure une simulation.

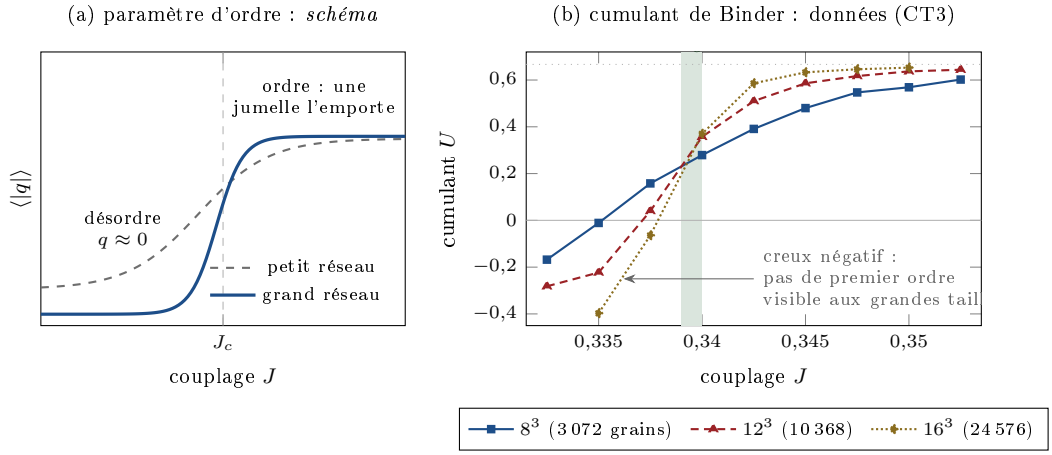


Figure 19: (a) *Schéma qualitatif* (courbes dessinées, non mesurées) : le paramètre d'ordre $\langle |q| \rangle$ passe de presque zéro à une valeur finie quand J franchit le seuil ; le passage est d'autant plus net que le réseau est grand. (b) *Données* : les cumulants de Binder des trois plus grandes tailles de la figure du §4.1 (CT3, barres d'erreur omises), qui montent vers $\frac{2}{3}$ (pointillé horizontal) et se croisent dans la bande verte, $J_c = 0{,}3395 \pm 0{,}0005$; avant le croisement, le creux négatif des grandes tailles.

4.2 La complexité à la membrane

Pour le lecteur non spécialiste : durer : ni trop d'ordre, ni trop de désordre

Une cellule vivante, une ville ou une entreprise ne durent que si elles tiennent ensemble deux exigences opposées. Trop d'ordre les fige : plus rien ne change, plus rien ne s'adapte. Trop de désordre les dissout : plus rien ne tient. Ce qui dure se place entre les deux.

Le programme mesure cela par deux grandeurs. La *complexité* mesure la qualité des échanges à la frontière d'une association : les quatre sortes de flux passent-elles à parts égales ? Le *capital* mesure ce qu'elle accumule ; à ce niveau, c'est la liberté de ses configurations, une information. La *durabilité* est le compromis entre les deux. Appliquée au vide, cette idée situe la force du lien entre grains dans une zone étroite, juste au-dessus du seuil de l'ordre. Appliquée aux forces, elle fixe la forme de l'action de jauge.

Pour microGlobal, la complexité n'est pas l'ordre : c'est le produit des quatre types de flux qui traversent

la membrane d'un système, et la durabilité est son compromis avec l'entropie [1]. Sur le réseau, une association est un ensemble de grains ; son environnement, tout le reste.

La complexité d'une association de grains (C92)

Un lien qui traverse la membrane compte comme flux de son type, vu de l'intérieur (R lu de l'intérieur, H lu de l'extérieur, D, L), s'il est *accordé* — le flux continue de l'autre côté ; un lien désaccordé appartient à la membrane mais ne transmet rien. Pour une membrane de B liens, dont F_x transmettent le flux x :

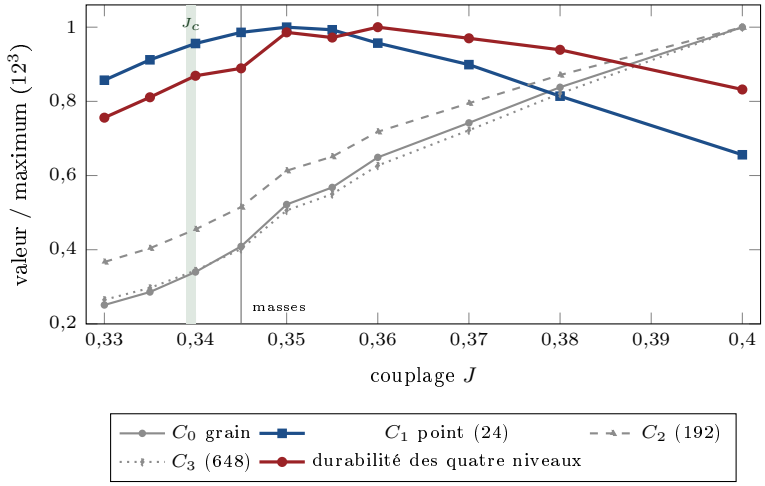
$$C \;=\; \prod_{x\in\{R,D,H,L\}} \frac{F_x}{B/4}\,,$$

qui vaut 1 pour quatre flux égaux et tous transmis.

Deux faits sont exacts, à tous les niveaux et pour tout J :

- **le grain est complet** : un grain seul a une patte de chaque type, sa membrane porte toujours $1\times1\times1\times1$;
- **$R = H$ à toute membrane** : les chaînes hiérarchiques sont fermées, chacune sort autant de fois qu'elle entre — une association n'accumule pas de hiérarchie : parmi les liens hiérarchiques de toute membrane, la moitié exacte se lit R et l'autre H.

Le second fait a une conséquence que la section 8 utilisera : en N_0, aucune association ne reçoit d'apport hiérarchique net ($\varphi = H - R = 0$) ; il ne peut donc ni grandir ni rejeter ses déchets durablement — un rejet sans apport n'existe qu'en fluctuation (C97).



Sur 10 368 grains, chaque courbe ramenée à son maximum : la complexité de chaque niveau (C_0 à C_3), et la durabilité des quatre niveaux ensemble (rouge). Bande verte : le seuil ; trait : le J des masses.

Le point (24 grains) est à part : c'est le seul niveau où C est *à lui seul* un compromis — quand l'ordre monte, ses liens s'accordent, mais sa membrane se déséquilibre. Le grain et les grands niveaux, eux, suivent simplement l'accord des liens.

4.3 La complexité est une divergence

Notons p_x la part des liens de la membrane qui transmettent le flux x, et $1-a$ la part de ceux qui ne transmettent rien. L'échange *idéal* u est celui des quatre flux à parts égales, tous transmis. Alors, exactement (C93) :

$$C \;=\; e^{-4\,\mathrm{KL}(u\,\|\,p)}, \qquad \mathrm{KL}(u\,\|\,p) \;=\; \underbrace{-\ln a}_{\text{perte}} + \underbrace{\mathrm{KL}(u\,\|\,q)}_{\text{déséquilibre}}, \tag{12}$$

où q est la composition des flux transmis. **La complexité mesure l'écart entre l'échange réel et l'échange idéal**, en deux parts : la **perte** — les liens qui ne transmettent pas, fruit du désordre ; le **déséquilibre** — les types de flux qui manquent, fruit de l'ordre. C'est la loi de la cloche du programme : la complexité est nulle à ses deux bords, ses « deux morts » — la fusion, où l'ordre figé ne distingue plus rien, et la dispersion, où plus rien ne tient —, et culmine entre les deux.

Quels niveaux voient l'ordre. On compare les membranes dans le vide parfait (tout accordé) et dans le désordre complet ($J = 0$) :

	fermés à un flux		**équilibre** $\prod 4q_x$		
niveau	vide	désordre	vide	désordre	
grain (1)	0	0	1	1	**complet par construction**
point (24)	**100 %**	2 %	**0**	0,75	**l'ordre le ferme**
point de points (192)	0	0	**0,54**	0,95	**l'ordre le déséquilibre**
rayon 2 (648)	0	0	0,97	0,97	**aveugle à l'ordre**
rayon 3 (1 536)	0	0	1,00	0,98	**aveugle à l'ordre**

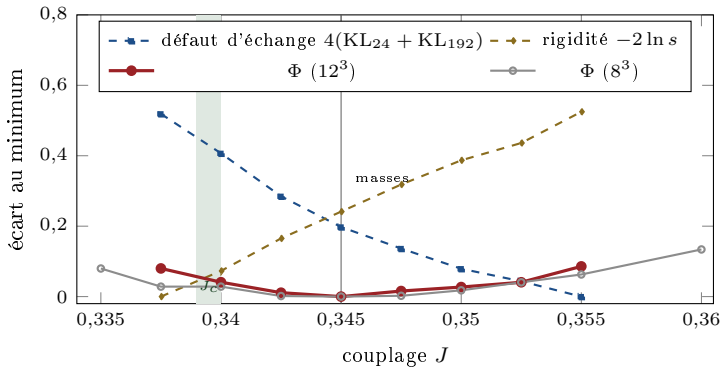
Dans le vide parfait, chaque point est fermé à la moitié des flux — sa membrane est toute hiérarchique ou toute réciproque : l'ordre complet partage les familles en familles « d'autorité » et familles « d'échange ». Le point de points reste ouvert, mais l'ordre le déséquilibre. Au-delà, la membrane couvre assez du motif du vide pour que les quatre flux la traversent à parts égales : **ces niveaux sont aveugles à l'ordre**, et leur C ne contient que la perte — c'est une mesure d'ordre, pas de complexité. **Seuls le point et le point de points ont une complexité au sens du programme** : une perte *et* un déséquilibre.

4.4 Ce que le vide minimise

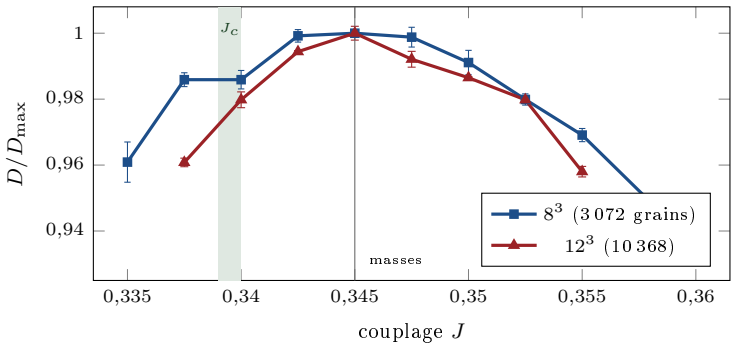
La durabilité de ces deux niveaux, $D = \sqrt{C_{24}\,C_{192}}\;s$, où s est la liberté (l'entropie par grain des fluctuations au-dessus de l'ordre parfait, obtenue par intégration thermodynamique), est maximale là où est minimale

$$\Phi(J) \;=\; 4\,\mathrm{KL}_{24} \;+\; 4\,\mathrm{KL}_{192} \;-\; 2\ln s, \tag{13}$$

le défaut d'échange des membranes qui voient l'ordre, plus la rigidité. Quand J croît, la perte baisse, le déséquilibre monte, la rigidité monte : Φ a un minimum net (figure ci-dessous).



Les deux parts de Φ (chacune ramenée à son minimum) et leur somme : minimum à $J = 0{,}3454 \pm 0{,}0005$ sur 10 368 grains ; plus plat sur 3 072 grains, $0{,}344 \pm 0{,}002$ (C92, CT3).



La durabilité « point + point de points », $D = \sqrt{C_{24}C_{192}} \times s$, sur grille fine, ramenée à son maximum (barres : dispersion des répliques). Bande verte : le seuil ; trait : le J des masses.

Le vide de N_0 [C]

Le minimum de Φ est à $J = 0{,}3454 \pm 0{,}0005$ sur 10 368 grains, retrouvé par un moteur et une mesure récrits indépendamment ($0{,}3453 \pm 0{,}0007$, CT3) ; sur 3 072 grains le minimum est plus plat ($0{,}344 \pm 0{,}002$, compatible) : 1,7 % **au-dessus du seuil**. C'est là que trois rapports de masses tombent à 0,3 en logarithme au plus (section 5) ; les masses n'ont pas servi à fixer cette zone, mais elles règlent la valeur au bord bas de cette zone ($J = 0{,}3451$–$0{,}3455$; $0{,}3458 \pm 0{,}0003$ au grand réseau, §10.5).

Une seconde lecture, au passage à N_1. À partir de N_1, le programme lit L comme le flux *interne* qui lie les éléments d'un système : un lien L qui traverse la membrane est de la cohésion perdue, non un échange. Avec cette définition, seul le point a une complexité qui passe par un maximum, et **le point seul place le vide à $J = 0{,}3461 \pm 0{,}0005$**, à moins de 0,001 du résultat précédent (C95). Les deux lectures — celle de N_0 (deux niveaux, L comme flux de membrane) et celle du passage à N_1 (le point seul, L interne) — donnent le même vide.

4.5 Ce qui est établi, et la prudence

La règle 1 [B, concept]

La règle « la durabilité se compte sur les associations de l'arène » découle du concept : à N_0 il n'y a que des associations, non des systèmes complexes. Au-dessus du grain, qui est l'élément, l'arène en définit deux : le point (une association de grains) et le point de points (une association d'associations). Les agrégats plus grands ne forment pas un nouveau niveau d'association : ce sont des morceaux de vide plus gros, et le calcul les trouve aveugles à l'ordre du vide dès 648 grains. Le mot « complexité » désigne ici la mesure du concept, le produit des quatre flux échangés à la frontière d'une association (le compromis entre l'ordre et le désordre), et non un système complexe : cette mesure se calcule pour une simple association. Elle se vérifie par la géométrie seule (la décomposition (12) et la table des niveaux), sans regarder les masses, et elle est stable d'une taille à l'autre (C92, C95).

Le tableau 15 donne les correspondances N_4/N_0 pour le vide.

la règle	**N_4 : la société**	**N_0 : le vide**
l'individu est complet	chacun reçoit et donne de tous les types de lien	un grain : $R \times D \times H \times L = 1$ toujours
on ne thésaurise pas la hiérarchie	ce qu'un groupe reçoit d'en haut, il le rend	$R = H$ à toute membrane
la famille est le niveau du compromis	trop de règle la ferme, trop peu la dissout	le point : perte et déséquilibre à la fois
les grands ensembles ne voient pas l'ordre local	une nation ne sent pas l'organisation d'une rue	648 grains et plus : aveugles à l'ordre
le plus durable est juste au-dessus du seuil	une société assez ordonnée pour tenir, assez libre pour s'adapter	$J = 0{,}3454$, 1,7 % au-dessus de J_c

Tableau 15: Correspondances N_4/N_0 pour le vide.

5 Les familles et leurs masses

Pour le lecteur non spécialiste : trois familles, des masses très inégales

La matière ordinaire est faite d'électrons et de deux sortes de quarks, « up » et « down », qui forment les protons et les neutrons. Mais la nature répète ce jeu deux fois, avec des copies plus lourdes : le muon et le tau pour l'électron, les quarks charm, strange, top et bottom pour les quarks. On appelle ces copies des *familles*, ou générations. Elles ont les mêmes propriétés, sauf la masse. Le quark top pèse environ 340 000 fois l'électron. Pourquoi trois familles, et pourquoi des masses si différentes : c'est l'une des grandes questions ouvertes de la physique.
Ce chapitre propose une lecture. Une famille est une des trois organisations possibles d'un point du vide (un groupe de 24 grains). La masse se lit sur la rareté de cette organisation dans le vide : plus une organisation est coûteuse, plus la particule qui l'occupe est légère. Les rapports de masses calculés tombent dans les plages observées. Ce sont des *accords*, obtenus avec des règles de lecture déclarées, et non des prédictions.

Les trois familles sont les trois organisations qu'un amas peut porter par rapport au vide : a (la troisième génération, alignée sur le vide), s (la deuxième), l (la première). Leurs masses se lisent comme des probabilités d'équilibre (équation (10)), au J que fixe la section 4. Cette section montre quel amas porte une famille, quels rapports de masses en sortent sans paramètre, ce qui sépare les quarks d des leptons, et comment les deux premières générations se mélangent.

5.1 Une famille est l'organisation d'un point

Si la famille d'un nœud de matière était l'organisation d'un seul grain, ses défauts coûteraient peu au point d'équilibre $J_t = 0{,}345 \pm 0{,}01$ (le J du vide, 0,3454, section 4) : la *forme* de la hiérarchie serait juste, mais **son échelle trois à quatre fois trop faible** en logarithme. Un nœud n'occupe pas un grain : il occupe un *point* de l'arène, que 24 grains entourent. Si sa famille est l'organisation de tout l'amas — un ensemble de grains est une association, avec ses propriétés propres —, son coût est celui de l'amas entier dans l'organisation p (C86) :

amas porteur ($J \approx 0{,}35$–$0{,}36$)	**grains**	$m_3 : m_2 : m_1$	R
un grain (C80)	1	$1 : \frac{1}{2{,}5} : \frac{1}{16}$	0,34
deux voisins (C81)	2	$1 : \frac{1}{4{,}5} : \frac{1}{26}$	0,46
anneau de 4	4	$1 : \frac{1}{2{,}8} : \frac{1}{59}$	0,26
anneau de 6	6	$1 : \frac{1}{5{,}3} : \frac{1}{24}$	0,53
le point (étoile, C73)	**24**	$\mathbf{1 : \frac{1}{12} : \frac{1}{250}}$ $(J_t \pm 0{,}01 : \frac{1}{7}-\frac{1}{20} ; \frac{1}{200}-\frac{1}{310})$	0,45
observé, quarks d, s, b		$1 : \frac{1}{53} : \frac{1}{1\,000}$	0,57
observé, leptons		$1 : \frac{1}{17} : \frac{1}{3\,600}$	0,35
observé, quarks u, c, t		$1 : \frac{1}{277} : \frac{1}{135\,000}$	0,48

Le point donne l'essentiel de l'échelle : $1 : \frac{1}{12} : \frac{1}{250}$ contre $1 : \frac{1}{30} : \frac{1}{1\,900}$ observé en moyenne (quarks d et leptons) — environ les trois quarts de la hiérarchie en logarithme, sans autre réglage que celui de J. L'échelon $N_{0.3}$ de l'escalier (le réseau, le point) est celui où la famille existe.

5.2 La suppression suit les multiplets

Dans le nœud, le projecteur de famille commute avec tout son contenu : **la suppression d'une famille ne dépend pas de la couleur**, elle s'attache aux *champs*, c'est-à-dire aux multiplets (C87). Si chaque multiplet X supprime la famille k d'un facteur $e^{-f_k^X}$, le « total » de la hiérarchie $T = \ln\left(m_3^2/(m_1 m_2)\right)$, insensible à la façon dont elle se répartit entre les deux familles légères, vaut

$$T_u = 2\,T_{\mathbf{10}}, \qquad T_d = T_e = T_{\mathbf{10}} + T_{\overline{\mathbf{5}}}. \tag{14}$$

$T_d = T_e$ **ne dépend d'aucun paramètre** — tant que d et e reçoivent le même accord entre familles ; le quart d'accord de l'électron (§5.8, C181) la déplace à $T_d - T_e = -0{,}17$.

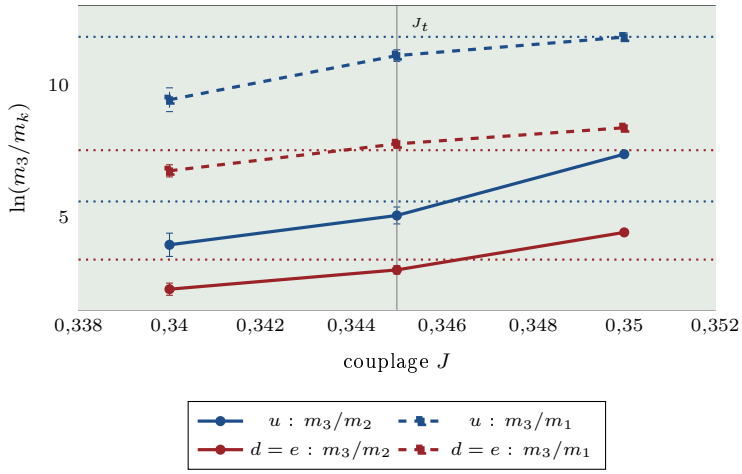
échelle	T_u	T_d	T_e	$T_d - T_e$	$T_{\mathbf{10}}$; $T_{\overline{\mathbf{5}}}$
M_Z	$17{,}43 \pm 0{,}17$	$10{,}95 \pm 0{,}11$	11,015	$-0{,}07 \pm 0{,}11$	8,7 ; 2,2
10^{12} GeV (course du MS)	—	$10{,}75 \pm 0{,}12$	11,016	$-0{,}27 \pm 0{,}12$	—

$T_d = T_e$ **tient à 0,6 % près** à M_Z ($-0{,}17$ avec le quart d'accord de l'électron, à $-0{,}9$ erreur) (masses de Huang–Zhou 2021 [12], C167) ; à haute échelle, dans la course du Modèle standard, la différence grandit :

l'échelle à laquelle valent les rapports de N_0 relève de la course, donc de N_1. Ce qui distingue les quarks u n'est donc pas la couleur mais le multiplet : le **10** est quatre fois plus supprimé que le $\overline{\mathbf{5}}$ ($T_{\mathbf{10}} \approx 8{,}7$, $T_{\overline{\mathbf{5}}} \approx 2{,}2$). Parmi les amas, le point a le plus grand total (8,1) et le grain le plus petit (environ 3) : **le 10 est porté par le point, le $\overline{5}$ par le grain**.

5.3 Quatre rapports sans paramètre

L'attribution prédit plus que les totaux : les quatre rapports un par un (équation (11)). Deux d'entre eux — la répartition de chaque total entre m_2 et m_1 — n'ont servi à rien dans le choix de l'attribution : **c'est une épreuve neuve** (C88).



Les quatre rapports prédits (C88 : quatre graines de 3 072 grains, séries courtes ; les valeurs refaites au J du vide sont dans le tableau ci-dessous) autour du point d'équilibre, et les valeurs observées (pointillés, même couleur). Les quatre croisent leur valeur observée entre $J = 0{,}343$ et $0{,}350$.

	quarks u		**quarks d = leptons**	
	$\ln(m_3/m_2)$	$\ln(m_3/m_1)$	$\ln(m_3/m_2)$	$\ln(m_3/m_1)$
près du seuil, $J = 0{,}341$, 8^3	4,83	10,82	2,84	7,55
près du seuil, $J = 0{,}341$, 12^3	4,01	10,15	2,36	7,17
à $J = 0{,}345$, 8^3	5,74	11,50	3,42	8,08
à $J = 0{,}345$, 12^3	5,62	10,87	3,34	7,71
contrôle CT4 : $J = 0{,}3454$, 8^3 à 16^3	**5,62**	**11,08**	**3,34**	**7,82**
observé (M_Z)	5,60	11,83	3,40 †	7,54 †

† moyenne des quarks d et des leptons (C87, C88).

Quatre rapports de masses [C]

Au J que fixe la durabilité (moteur récrit, 3 072 à 24 576 grains, CT4), **trois rapports sur quatre sont à 0,3 au plus en logarithme de l'observé** : m_t/m_c (5,62 contre $5{,}60 \pm 0{,}03$), et la moyenne des quarks d et des leptons pour les deux générations (3,34 contre 3,40 ; 7,82 contre 7,54). Chacun des quatre croise sa valeur observée entre $J = 0{,}343$ et $0{,}350$: **les quatre croisent leur valeur dans une même fenêtre de J**, juste au-dessus du seuil.

Le quatrième rapport. m_t/m_u reste court : 11,08 (de 11,07 à 11,10 sur 3 072, 10 368 et 24 576 grains, CT4), contre $11{,}83 \pm 0{,}17$: le quark u est environ deux fois trop lourd (C115, CT4). L'écart est propre à la famille l ; le §5.7 le reprend.

5.4 Quarks d et leptons : $B - L$ sur quatre anneaux

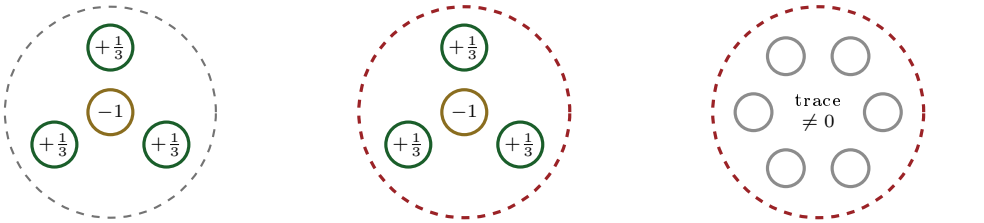
L'attribution prédit $d = e$; pour les deux premières générations, les données les écartent de $\pm \ln 3$ de part et d'autre de la prédiction ($m_s \approx m_\mu/3$, $m_d \approx 3\,m_e$, alors que $m_b \approx m_\tau$) — le motif de Georgi–Jarlskog. Ce facteur 3 est celui de la charge $B - L$: $\frac{1}{3}$ pour un quark, 1 pour un lepton.

Le déclencheur. Dans les familles s et l, la hiérarchie de la famille sur son environnement — l'offre de liens accordés de ses 24 grains rapportée à la demande des 24 grains qui leur font face — dépasse celle des familles du vide : $\Delta\varphi_s \approx \Delta\varphi_l \approx +0{,}08$; 80 % des familles s et 84 % des familles l sont au-dessus de la moyenne du vide (C106, C107 ; 10 368 grains, CT4). Le terme $B - L$ est déclenché dans les défauts, pas dans le vide.

Le support. Une charge de jauge est sans trace, et elle respecte la symétrie de l'intérieur qui la porte.

Proposition 17 (Un générateur sur quatre anneaux [A] ; son identification à $B-L$ [G])**.** *Les quatre anneaux d'un intérieur a ou s sont permutés par la symétrie du point comme les quatre diagonales d'un cube :* $\mathbf{4}=\mathbf{1}+\mathbf{3}$ *sous $T_d \simeq S_4$. Il existe alors un seul générateur de trace nulle qui commute avec cette symétrie, à l'échelle près :* -1 *sur le singulet et* $+\frac{1}{3}$ *sur chacun des trois états du triplet. Sur les six anneaux de l (*$\mathbf{6}=\mathbf{1}+\mathbf{2}+\mathbf{3}$*), les générateurs de trace nulle qui commutent forment un plan : aucune charge n'y est fixée.*

Le triplet des anneaux est la même représentation de S_4 que le triplet de couleur du nœud (§6.4) : la charge que fixe la proposition compte le lepton comme une quatrième couleur, avec le rapport -3 des leptons aux quarks — c'est $B-L$. Seule son échelle est une convention, la charge -1 du lepton. $B-L$ n'existe donc que sur un intérieur à quatre anneaux : le vide et s peuvent la porter, l ne le peut pas. Ce support n'est pas un choix [A] ; le déclenchement dans les défauts et le passage du couplage par $B-L$ restent la règle 2 [D]. L'argument remplace celui de la trace, qui supposait les valeurs -1 et $+\frac{1}{3}$. *Vérifié pour cet article* : commutants de dimension 2 (quatre anneaux) et 3 (six anneaux). **Lecture de l'auteur** [B, concept] : $B-L$ est une structure, celle des anneaux internes ; elle est donc une identité.



vide : 4 anneaux, $\Delta\varphi = 0$
$B-L$ possible, non déclenchée

s : 4 anneaux, $\Delta\varphi \neq 0$
$B-L$ **déclenchée** : $d : e = 1 : 3$

l : 6 anneaux, $\Delta\varphi \neq 0$
pas de $B-L$ (aucune charge fixée)

Tirets rouges : famille déclenchée ($\Delta\varphi \neq 0$). Seule s réunit le déclencheur et le support $\mathbf{4}=\mathbf{1}+\mathbf{3}$.

Règle 2 [D] (fixée avec l'auteur avant le calcul, C107)

Dans une famille déclenchée qui porte $B-L$, le couplage du $\overline{\mathbf{5}}$ passe par $B-L$: Clebsch $\frac{1}{3} : -1$, soit $1:3$ entre d et e ; le $\mathbf{10}$ (donc u) n'est pas touché. La valeur de N_0 est la moyenne géométrique de d et de e.

$\ln(m_3/m)$	N_0 seul ($d=e$)	avec $B-L$ sur s	observé	écart avec la règle	écart sans
d, 2e génération (b/s)	3,33	3,88	$3{,}98 \pm 0{,}09$	$-0{,}10$	$-0{,}65$
e, 2e génération (τ/μ)	3,33	2,78	2,83	$-0{,}05$	$+0{,}50$
d, 1re génération (b/d)	7,84	7,29	$6{,}97 \pm 0{,}07$	$+0{,}32$	$+0{,}87$
e, 1re génération (τ/e)	7,84	8,39	8,18	$+0{,}21$	$-0{,}34$
$d-e$ (2e ; 1re)	0 ; 0	$+1{,}10$; $-1{,}10$	$+1{,}15 \pm 0{,}09$; $-1{,}21 \pm 0{,}07$		

N_0 : énergies libres mesurées sur 16 graines indépendantes (12^3, $J = 0{,}3454$, C179, C180) ; observé : masses courantes à M_Z (Huang–Zhou 2021 [12]) ; u : 5,60 contre $5{,}60 \pm 0{,}03$; 1re génération : sous la texture supposée.

Deuxième génération : les deux rapports tombent à moins de 0,1 en logarithme, et $d-e = +1{,}10$ contre $+1{,}15 \pm 0{,}09$ observé. L'écart de la première génération, de signe opposé, demande que la famille l hérite du facteur par s : c'est l'objet du §5.6.

5.5 Les mélanges

La matrice des couplages de N_0 est $Y_{pq} = e^{-F(p,q)}$, avec, dans la base (a, s, l),

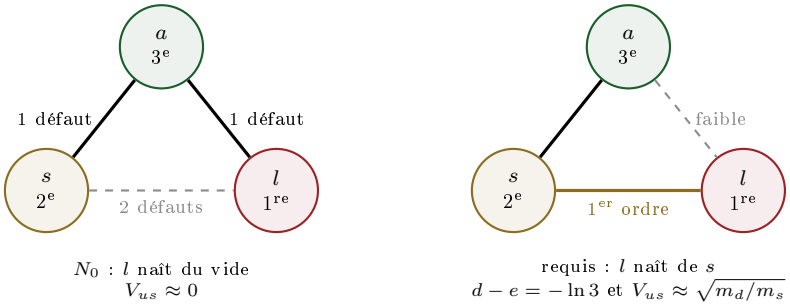
$$F = \begin{pmatrix} 0 & \Delta F_s & \Delta F_l \\ \Delta F_s & \Delta F_s & \Delta F_s + \Delta F_l \\ \Delta F_l & \Delta F_s + \Delta F_l & \Delta F_l \end{pmatrix} \quad : \tag{15}$$

un même anneau renversé désaligne deux voisins, d'où $F(a,p) \approx F(p,p)$; passer de s à l en demande deux (C81, C108).

	$\lvert V_{us}\rvert$	$\lvert V_{cb}\rvert$	$\lvert V_{ub}\rvert$
texture de N_0 (W1)	$< 10^{-4}$	0,033	0,0004
texture de Georgi–Jarlskog supposée, $\delta = \pi/2$ (W2)	0,196 (0,119 à 0,250 selon δ)	—	—
observé	0,2250	0,0410	0,0038

W1 : ΔF de CT4 ($J = 0{,}3454$) : u (5,62 ; 11,08), d (3,34 ; 7,82) ; CKM $= U_u^{\mathrm{T}} U_d$. W2 : $\lvert V_{us}\rvert = \lvert\sqrt{m_d/m_s} - e^{i\delta}\sqrt{m_u/m_c}\rvert$ avec d de C107 et u de C89 (avec les masses observées : 0,234).

$|V_{cb}| = 0{,}033$ (observé 0,041) : le mélange entre la troisième et la deuxième génération a le bon ordre. $|V_{ub}|$ **est neuf fois trop petit** dans cette texture (§5.7 le reprend), et, lu par le couplage de deux voisins, le lien s–l est du second ordre : les deux premières générations ne se mélangeraient pas. Or la première génération et l'angle de Cabibbo demandent ensemble la même structure : **la famille légère doit naître de la famille intermédiaire**, non du vide. Les liens mesurés directement au bord, entre points et grains (C145, C147), ne remplacent pas cette texture : pris tels quels, ils sont asymétriques et dégradent les masses, et $|V_{cb}|$ y dépend d'une phase que la règle ne fixe pas. La texture de C81 reste celle du modèle ; ses liens entre familles sont renforcés au grain (§5.8).

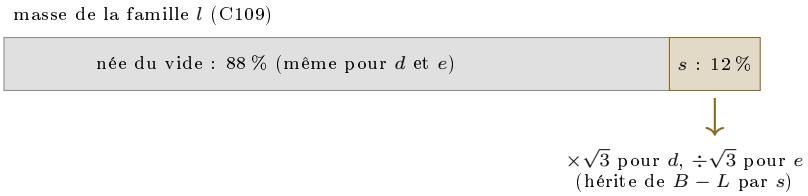


Traits pleins : liens du premier ordre. À gauche, N_0 lu par le couplage de deux voisins (C81) ; à droite, ce que demandent ensemble la première génération et l'angle de Cabibbo.

5.6 La première génération : la famille légère naît de l'intermédiaire

Le passage existe. Dans une famille s déjà formée, un renversement d'anneau de six grains fait passer ses grains directement en l : **le passage $s \to l$ est du premier ordre pour une famille** (C109). Mais dans la dynamique de N_0, **86 à 90 % des familles l naissent du vide** (3 072 et 10 368 grains, CT4) — non par la force du lien (une famille s engendre une famille l deux fois plus souvent qu'une famille du vide), mais par le nombre (quinze fois plus de familles du vide disponibles).

La lecture linéaire. Une masse se lisant comme une probabilité, un passage se lit linéairement : la masse de la famille l se partage entre la part née du vide et la part née de s, et seule la seconde hérite du facteur $B - L$ (C110).



Seule la part née de s hérite du facteur de $B - L$; la part née du vide le dilue.

Avec la part mesurée (10 à 14 % née de s), $d - e = -0{,}11$ à $-0{,}16$ (observé $-1{,}21$) et $|V_{us}| = 0{,}07$ (observé 0,225) : le signe est juste, la taille non. Les deux contraintes désignent la même quantité, la part des familles l née de s : il faudrait qu'elle soit proche de 1.

Règle 4 [D] : « l naît de s » (validée par l'auteur, C125 ; forme locale, C154)

Un grain ne passe pas directement de l'organisation du vide à l'organisation longue l, ni de l au vide : il passe par s. **Le vide d'un grain est celui de ses associations** : l'organisation courte majoritaire parmi les grains de ses quatre points (à égalité, les deux courtes comptent comme vide). Un mouvement est refusé s'il fait passer un grain directement entre l et son vide, évalué avant *et* après le mouvement ; la dynamique de N_0 est inchangée par ailleurs.

Le temps de N_0 n'ayant ni orientation ni écoulement (§3.9), cette règle se lit comme une **contrainte de voisinage dans l'espace des états** et non de durée : pour un grain, l et le vide ne sont jamais séparés par un seul renversement, s est toujours l'intermédiaire. Ce n'est pas un voisinage dans l'espace : une association l peut border le vide. La vérification le confirme (C140) : le voisinage des états redonne exactement le résultat ci-dessous et garde les bords l | vide, alors qu'interdire tout contact entre un grain l et un grain du vide **éteint la famille légère** (F_l au point passe de 5,8 à environ 30). *La filiation n'est pas le voisinage.*

Une règle qui *ferme un chemin* sans changer les poids doit laisser les masses d'équilibre intactes. Évaluée avant et après chaque mouvement, la règle est symétrique (un mouvement est permis si et seulement si son inverse l'est) : l'équilibre détaillé tient, vérifié par énumération exacte (C154). Le vide d'un grain étant celui de ses points, la règle vaut à toute taille : sur 3 072, 10 368 et 24 576 grains, elle refuse 22 % des mouvements alternés, **aucun grain ne passe en l depuis son vide, le vide et la famille s sont intacts** ; au grain, l ne bouge pas (F_l^{gr} : $-0{,}006 \pm 0{,}007$), mais au point, mesurée sur 38 et 64 graines indépendantes, la règle abaisse F_l^{pt} de $0{,}04 \pm 0{,}03$, à peine significatif (C185) : partant du vide ordonné, elle restreint les chemins, et l'équilibre mesuré est celui de la composante atteignable. Or **les énergies libres sont des poids d'états** : le temps de N_0 ne s'écoulant pas, elles se mesurent sur tout l'espace des états, sans la restriction de chemins ; la règle fixe la *structure* de la première génération, non les poids (C180). Entrées, mesurées sur 64 graines indépendantes en 12^3 : $F_s^{\mathrm{pt}} = 2{,}79$, $F_l^{\mathrm{pt}} = 5{,}51$, $F_s^{\mathrm{gr}} = 0{,}529$, $F_l^{\mathrm{gr}} = 2{,}274$; en 16^3, les énergies libres du point sont plus hautes de 0,04 : cet effet de taille est compté dans l'incertitude du modèle (C186). Une première forme, rapportée au vide *dominant du réseau entier*, déplaçait le vide sur 10 368 grains, où deux organisations courtes coexistent par domaines (CT4) : la forme locale la remplace.

première génération	sans la règle (C110)	**avec la règle (C154)**	observé
u ($\ln m_t/m_u$)	11,08	10,90 à 11,26	11,83
d ($\ln m_b/m_d$)	7,74	**7,16 à 7,38**	6,97
e ($\ln m_\tau/m_e$)	7,87	**8,26 à 8,48**	8,18
$d - e$	$-0{,}14$	$\mathbf{-1{,}10}$	$-1{,}21$
$\lvert V_{us}\rvert$ (Cabibbo, $\delta = \pi/2$)	0,07	**0,185 à 0,207**	0,225

Valeurs de N_0 de CT4 ($J = 0{,}3454$, 8^3 à 16^3) ; avec la règle, décalage mesuré nul, bornes à une erreur ; forme de Georgi–Jarlskog entière (toute l née de s).

La première génération [D]

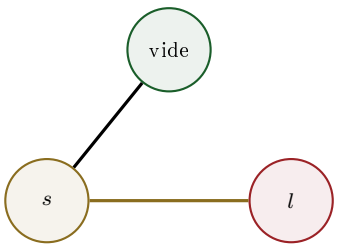
Avec la règle, $d - e = -\ln 3 = -1{,}10$ (observé $-1{,}21$) et $\lvert V_{us}\rvert = 0{,}19$ **à** $0{,}21$ (observé 0,225) ; d et e s'approchent de l'observé à 0,2–0,4 et 0,1–0,3 près (le demi-accord de §5.8 achève le rapprochement). Restent m_u et V_{ub} (§5.7).

5.7 Les systèmes ne sont pas seulement emboîtés : le lien direct du point au vide

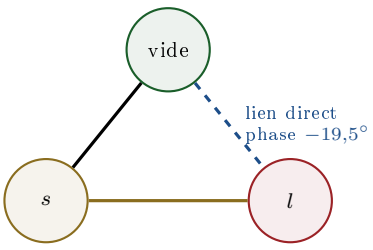
Deux écarts restent dans la première génération des quarks : la masse du quark u et l'élément $\lvert V_{ub}\rvert$. Avec la règle de la famille légère (§5.6), la texture complète comporte un lien direct s–l ; $\lvert V_{ub}\rvert$ y vaut 0,0021, et non 0,0004 comme dans la texture de §5.5. Mais elle impose aussi $\lvert V_{ub}\rvert/\lvert V_{cb}\rvert = \sqrt{m_u/m_c}$ exactement : corriger la seule masse de u ferait *descendre* $\lvert V_{ub}\rvert$ à 0,0015. **Les deux écarts sont liés, et tirent en sens contraire** ; il faut une structure qui alourdisse la suppression de u *et* renforce le mélange entre la première et la troisième génération (C137).

Les systèmes ne sont pas seulement emboîtés

Un système agit aussi directement sur des niveaux qui ne le contiennent pas, ou qu'il ne reçoit que par un intermédiaire. Au **point** (24 grains, où vit le **10**), la famille légère garde donc un **lien direct avec le vide**, en plus de sa naissance par s — que ses grains, eux, ne reçoivent que par s.



au grain ($\bar{\mathbf{5}}$) :
l ne naît que de s



au point (**10**) :
l naît de s *et* touche le vide

Le même réseau, lu à deux niveaux : le point, association de grains, garde avec le vide un lien que ses grains n'ont pas.

Règles 8, 10 et 11 (B1, B2 fixées avant le calcul [D] ; B3, B4 tirées du concept [B, concept] ; C137, C174

(B1) le lien direct vide–l existe au point ; **(B2)** il vaut la probabilité jointe de deux points liés, l'un dans le vide, l'autre dans l : $Y_{al} = P(a,l)/P(a,a)$, mesurée dans le vide de N_0 ; si le côté vide n'apportait rien (moitié d'identité, §8.6) et que les points étaient indépendants, son coût serait celui du seul côté l, F_l^{pt} ; **(B3)** sa phase : il vit au point, dont la symétrie est le tétraèdre régulier (§6) ; le pas entre deux pattes du point est l'angle tétraédrique, $\arccos(-1/3) = 109{,}47°$; la filiation (Cabibbo, au grain, $+90°$) et le lien direct quittent le point l par deux pattes différentes, et le lien direct, vers l'extérieur, est lu en sens inverse : phase $90° - 109{,}47° = -19{,}47°$ (C177). **(B4)** Prélever dans le vide demande de formater une identité brute : le formatage se fait dans l'association, quand elle transforme la ressource en sa propre identité — sur la filiation s–l du secteur u — et coûte l'effacement d'un bit, $\ln 2$ (C174) ; la ressource elle-même, brute, n'est pas formatée sur le lien direct.
Lecture par le concept [B, concept]. *Le lieu.* C'est le récepteur qui donne à ce qu'il reçoit son sens et sa valeur. Le vide est la source : il ne connaît pas l'identité de l'association, il ne formate rien, et la ressource entre brute par le lien direct. L'association la formate quand elle en fait la sienne, donc sur son lien d'identité : la famille légère l tient la sienne de sa filiation depuis s. *La valeur.* À valence quatre, l'espace des entrelaceurs porte exactement un bit ; rendre la ressource conforme, c'est réécrire ce bit, donc en effacer un, une fois : $\ln 2$. Ni $\frac{1}{2}\ln 2$, car le vide ne participe pas au formatage ; ni $2\ln 2$, car l'identité est un bit par association, non par patte. *Le secteur.* Seule la famille légère du **10**, portée par le point, a un lien direct au vide ; le secteur d, porté par le grain, n'en a pas et n'a rien à formater.

B3 et B4 ont été éprouvées contre cinq phases et quatre formatages rivaux, fixés d'avance avec leur raison : des trente combinaisons, la leur reste la meilleure ($\chi^2 = 61$ avec les entrées de CT8) ; les phases qui ramènent $\sin 2\beta$ font sortir γ de 4 à 10 erreurs (annexe A.6).

	sans lien direct	phase $\pi/2$ (CT4)	**B3, B4 (C177)**	observé
coût du lien, au-delà du seul côté l	—	$+0{,}46 \pm 0{,}05$	mesuré **0,48** (12^3), 0,41 (16^3)‡	—
$\ln(m_t/m_u)$	11,08	11,52–11,65	**11,60**	$11{,}83 \pm 0{,}17$
$\lvert V_{ub}\rvert$	0,0021	0,0030–0,0032	**0,0037**	$0{,}0038 \pm 0{,}0002$
γ ; $\sin 2\beta$	—	116° ; 0,52	**67,1°** ; **0,737**	65,9° ; 0,708
$\lvert J_{\mathrm{CKM}}\rvert$	—	$2{,}7 \times 10^{-5}$	$\mathbf{3{,}0 \times 10^{-5}}$	$3{,}1 \times 10^{-5}$

‡ C185, C202 ; la règle « prélever également » donnait +0,55 (C139) : réfutée. Colonnes 2–3 sans le demi-accord ni la cuisine ; colonne 4 avec la texture complète (demi-accord κ, cuisine B4), entre parenthèses l'étendue sur les entrées à une erreur. Coût mesuré : deux répliques sur 10 368 grains, coût ajouté à $F_l^{\mathrm{pt}} = 5{,}48$. Contrôle : huit séries de 3 072 à 24 576 grains, coûts de 0,39 à 0,54 (8^3, 12^3, 16^3, avec et sans la règle de C125), coût ajouté à $F_l^{\mathrm{pt}} = 5{,}54$.

Le lien direct du point au vide [B, concept]

Le lien coûte un peu plus que le seul côté l ($+0{,}46 \pm 0{,}05$) : deux points voisins, l'un vide et l'autre l, se repoussent — le côté vide paie la frontière ; ce coût **dépend peu de la taille** (+0,39 à +0,54 de 3 072 à 24 576 grains). Avec ce lien, **les deux écarts se réduisent ensemble**, sans paramètre ajusté : $\ln(m_t/m_u) = 11{,}52$–$11{,}65$ (observé 11,83) et $\lvert V_{ub}\rvert = 0{,}0030$–$0{,}0032$ (observé 0,0038) ; V_{us} et V_{cb} ne bougent pas. **Le coût du lien est mesuré, non prédit** : $0{,}483 \pm 0{,}019$ sur 64 graines dans le vide sans la règle (C185) ; la règle « l'association prélève également dans tous les associations disponibles » (un tiers au vide, par la moitié d'identité) donne $\frac{1}{2}\ln 3 = 0{,}55$, **à −3,5 erreurs**, dans un test fixé avant la mesure : elle est réfutée. Avec l'angle du point et la cuisine (B3, B4), **le triangle d'unitarité se ferme** : $\gamma = 67{,}3°$, $\beta = 22{,}7°$ ($\sin 2\beta = 0{,}711$), $\alpha = 90{,}0°$, $(\bar\rho, \bar\eta) = (0{,}149,\ 0{,}356)$ pour $(0{,}156,\ 0{,}355)$ observé, les huit grandeurs du secteur à moins de 2 erreurs, sans paramètre ajusté (C177) ; avec les entrées mesurées sur 64 graines dans le vide sans la règle et l'incertitude de taille (C186), les huit grandeurs tombent à moins de 1,5 erreur ($\sin 2\beta = 0{,}737$, $\gamma = 67{,}1°$), et $\lvert J_{\mathrm{CKM}}\rvert = 3{,}0 \times 10^{-5}$ (−0,5) ; la phase CP est juste, et $\lvert V_{cb}\rvert$, $\lvert V_{ub}\rvert$ tombent sur leurs déterminations exclusives [15] (C183). Les règles B3 et B4 découlent du concept : l'angle entre deux pattes du point, et le formatage d'une identité brute par le récepteur [B, concept].

Le tableau 16 donne les correspondances N_4/N_0 pour le lien direct.

la règle	N_4 **: la société**	N_0 **: la première génération**
un système n'est pas seulement emboîté	un homme vit dans une famille, une ville, un État, et dans un milieu biophysique dont les sous-niveaux n'ont rien de commun avec ceux de l'État	le point est dans le point de points, et lié directement au vide
on agit sur un niveau sans passer par ceux qui le contiennent	on respire l'air et l'on boit l'eau sans passer par la ville ni par l'État	le **10** léger touche le vide sans passer par s
agir sur un milieu organisé autrement a un coût de frontière	s'installer dans un milieu étranger demande un effort d'adaptation	le lien vide–l coûte +0,46 de plus que le seul côté l

Tableau 16: Correspondances N_4/N_0 pour le lien direct entre niveaux.

5.8 Les liens entre familles au grain

Deux petits écarts restaient dans le secteur d — $|V_{cb}|$ (0,033 pour 0,041) et le quark d de première génération (environ 0,3 trop léger en logarithme) —, et la méthode inverse demandait pour les réduire ensemble un même renforcement des liens entre familles, $\ln\kappa \approx 0{,}15$ (C144). Ni la couleur ni les liens de bord ne le fournissent (C144–C147). La masse de Dirac du neutrino vit au grain avec le $\overline{\mathbf{5}}$, comme d^c ; son angle θ_{13} demande, par la même méthode, un renforcement du même ordre. D'où la règle.

Règle 9 [B, concept] (fixée avec l'auteur ; C149, C181)

(K1) Au grain (le $\overline{\mathbf{5}}$), les liens entre deux familles différentes — entrées (a,s), (s,a), (s,l), (l,s) — sont renforcés d'un facteur κ ; les diagonales, les liens du point (le **10**) et la masse de Majorana ne changent pas. **(K2)** La règle vaut pour les couplages du $\overline{\mathbf{5}}$ qui restent dans l'association : quarks d et leptons chargés. Elle ne vaut pas pour la masse de Dirac du neutrino : un déchet n'a plus l'identité de l'association qui le rejette (C155). **(K3)** $\kappa = e^{J/2}$: l'identité d'un grain a deux composantes — celle de l'association à laquelle il appartient, et sa propre organisation ; un lien accordé reçoit e^J parce que les deux coïncident. Entre deux familles d'un même association, seule la composante « association » coïncide : par la moitié d'identité (§8.6), le lien regagne *un demi-accord. Un lien vaut la part de ses axes qui reste partagée* (auteur) [B, concept] : deux familles ont des formes différentes ; l'axe D–L, qui lit la forme, n'est pas partagé entre elles, l'axe R–H, qui lit la grandeur, l'est : un axe sur deux, d'où $e^{J/2}$. L'électron, dont le doublet partage son identité avec le neutrino — un déchet sans identité —, en perd encore la moitié : $e^{J/4}$ (K4). Au point, les liens entre familles du **10** ne regagnent rien [B, concept] : à N_0, un lien est une frontière partagée entre voisins ; au point, les familles ne sont pas des voisins séparés par une frontière, mais des organisations différentes de la même association, qui se remplacent l'une l'autre ; sans frontière entre elles, ni forme ni grandeur n'est partagée. Le modèle le confirme : $\chi^2 = 61$, contre 109 avec un demi-accord (`accord_point`).

Pourquoi au grain, et pas au point. À N_0, le lien est la frontière partagée entre deux voisins [B, concept]. La famille est portée par le point (§5.1) : le point est l'association, ses grains en sont les sous-ensembles. Deux grains de familles différentes sont deux voisins distincts qui ont une face commune : leurs formes diffèrent, la grandeur de la face est la même pour les deux, et leur lien regagne la moitié commune. Au point, les familles sont des organisations différentes de la même association : elles se remplacent, elles ne se touchent pas. Deux *points* de familles différentes n'ont pas de association commune : leur lien n'a pas de demi-accord — ce que la mesure des liens de bord entre points a constaté (§5.5, C147). Le **10**, porté par le point, n'est donc pas renforcé ; le $\overline{\mathbf{5}}$, porté par le grain, l'est.

La valeur vient du seul paramètre du modèle ($\ln\kappa = J/2 = 0{,}173$) ; elle suit du concept, un axe partagé sur deux ; la fenêtre visée (0,10 à 0,20) était connue : ce qui pèse n'est pas sa valeur, mais qu'**un seul** κ serve aux quarks d et aux leptons chargés. L'autre lecture, $\kappa = \sqrt{5/4}$ (l'alternance spatiale 2/2,5), est rapportée en contrôle. Le demi-accord n'est pas dans le poids du vide, $e^{JN_{\text{acc}}}$; cherché comme corrélation de paires de grains voisins (C150), il n'apparaît pas — $\ln\kappa(a,s) = -0{,}53$ (de 3 072 à 24 576 grains, CT4), pour 0 ou 0,173 attendus d'un lien isolé —, parce que les organisations du vide sont collectives : la corrélation de deux voisins mesure l'association entière. La règle est tirée du concept [B, concept] et confirmée par l'accord de deux secteurs ; elle ne se lit pas dans le poids du vide. **Elle a été éprouvée** contre six rivales fixées d'avance (accord entier, quart d'accord, aucun, $\sqrt{5/4}$, demi-accord sur un seul des deux liens, accord entier sur la filiation) : avec les entrées de CT8, toutes font au moins $\chi^2 = 121$, contre 61 pour elle (annexe A.6).

	$\lvert V_{us}\rvert$	$\lvert V_{cb}\rvert$	$\lvert V_{ub}\rvert$	$\ln(m_b/m_d)$	$\ln(m_\tau/m_e)$	$T_d - T_e$
sans renforcement	0,19–0,21	0,032	0,0031	7,14–7,35	8,25–8,46	0
règle : $\kappa = e^{J/2}$	**0,223–0,243**	**0,039**	**0,0034**	**6,79–6,99**	**7,90–8,11**	0
contrôle : $\kappa = \sqrt{5/4}$	0,21–0,23	0,037	0,0033	6,91–7,12	8,02–8,23	0
observé (M_Z)	0,225	0,041	0,0038	6,97	8,18	$-0{,}07 \pm 0{,}11$

Texture de C144–C145 (lien direct de C137 compris), énergies libres et coût du lien de CT4 ; les deux bornes viennent de la première génération avec la règle locale (C154). $\ln(m_b/m_s)$ et $\ln(m_\tau/m_\mu)$ ne bougent pas (3,92 ; 2,81 dans cette texture, pour 3,89 ; 2,79 en entrée) ; les valeurs de la première génération sont celles de la texture, à 0,02 près de l'entrée.

Un demi-accord entre familles [B, concept]

Avec $\kappa = e^{J/2}$, sans paramètre ajusté, $|V_{cb}| = 0{,}039$ (observé 0,041), $|V_{us}| = 0{,}223$–$0{,}243$ (observé 0,225), $|V_{ub}|$ monte à 0,0034, et **le quark d de première génération tombe sur sa valeur** (6,79–6,99 pour 6,97). L'électron passe de 8,25–8,46 à 7,90–8,11 (pour 8,18) : l'écart change de signe sans grandir. Le neutrino n'est pas concerné : déchet, il n'a plus l'identité de l'association (§8.6, C155). Et l'électron n'en reçoit que la moitié : il entre par le doublet $L = (\nu, e)$, dont l'identité est partagée avec le neutrino, déchet ; le doublet ne regagne qu'à moitié, $\kappa_e = e^{J/4}$ (K4, C181) : alors $\ln(m_\tau/m_e) = 8{,}14$ **en 12^3, 8,19 en 16^3, pour 8,18**, $\ln(m_\tau/m_\mu) = 2{,}80$ et 2,84 pour 2,83 (C186) ; $T_d - T_e$ passe à $-0{,}17$ ($-0{,}07 \pm 0{,}11$ observé à M_Z, C167).

Le tableau 17 donne celles des liens entre familles.

la règle	N_4 **: la société**	N_0 **: les liens entre familles**
les sous-ensembles d'un système communiquent entre eux	dans une entreprise, le secteur commercial parle au secteur technique et au secteur administratif	au grain, les familles a, s, l sont liées entre elles
ce qu'on partage à demi lie à demi	le commercial et le technicien partagent l'entreprise, non le métier	un lien entre familles d'un même association regagne un demi-accord, $e^{J/2}$
sans appartenance commune, pas de bonus	deux entreprises différentes communiquent, mais sans l'appartenance qui facilite	entre deux points de familles différentes, aucun renforcement (C147)
une même règle vaut pour tous les services	la circulation interne est la même pour la production, la vente et la comptabilité	un seul κ pour d et e ; le neutrino, déchet, n'en est plus

Tableau 17: Correspondances N_4/N_0 pour les liens entre familles.

5.9 Ce qui est établi

Le tableau 18 fait le bilan du chapitre, et le tableau 19 en donne les correspondances N_4/N_0.

résultat	statut	remarque
la famille est l'organisation d'un point	[C]	environ les trois quarts de l'échelle (en logarithme) au point, trop faible au grain (C86)
$T_d - T_e$	[B] (0) ; [B, concept] avec K4	0 sans paramètre ; $-0{,}17$ avec K4 ; $-0{,}07 \pm 0{,}11$ observé à M_Z (C87, C167, C181)
m_t/m_c, $\langle d, e\rangle$ (2 générations)	[C]	à moins d'une erreur pour m_t/m_c et la 2^{e} génération ; la 1^{re}, à 0,25 sans le demi-accord, tombe à moins de deux erreurs avec lui (C88, C89, CT4, C168)
m_t/m_u	[B, concept] règles 8, 10, 11	11,60 contre $11{,}83 \pm 0{,}17$ (B3, B4 ; 11,52–11,65 à phase $\pi/2$, CT4)
$d - e$, deuxième génération	[D] règle 2	+1,10 contre +1,15 ; support dérivé [A] (Prop. 17)
$\lvert V_{cb}\rvert$	[B, concept] règle 9	0,039 contre 0,041 (C108, C149)
d de première génération	[B, concept] règles 4, 9	6,79–6,99 contre 6,97
$d - e$, première génération ; $\lvert V_{us}\rvert$	[D] règle 4 ([B, concept] avec 9)	$-1{,}10$; 0,19–0,21 sans κ, 0,223–0,243 avec (C154, C149)
$\lvert V_{ub}\rvert$	[B, concept] règles 8–11	0,0037 contre 0,0038 (B3, B4)

Tableau 18: Les familles et leurs masses : ce qui est dérivé, posé, renvoyé.

la règle	N_4 : la société	N_0 : les familles
une identité se porte en groupe	une famille existe comme famille, pas comme somme d'individus	la famille est l'organisation d'un point
le statut se lit au champ, non au rôle	un rang social ne dépend pas du métier exercé	la suppression suit le multiplet, pas la couleur
les acteurs en marge ont une hiérarchie propre	une famille qui se distingue du quartier offre plus qu'elle ne demande	le déclencheur de $B - L$: $\Delta\varphi > 0$
ce qui naît d'une lignée en garde les traits	une entreprise essaimée garde la culture de sa maison mère	la famille l née de s hérite de $B - L$
on agit aussi hors de ses emboîtements	un homme agit sur son milieu biophysique sans passer par l'État	le point garde un lien direct avec le vide
fermer un chemin change le trajet, pas la population	une route fermée change les itinéraires, à peine le nombre d'habitants	la règle laisse s intacte

Tableau 19: Correspondances N_4/N_0 pour les familles.

6 La couleur, l'isospin et la chiralité

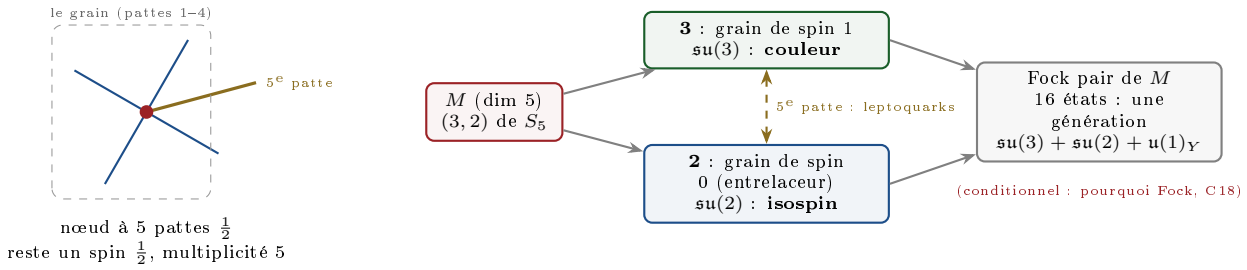
Pour le lecteur non spécialiste : couleur, isospin, chiralité : trois mots du Modèle standard

Le Modèle standard est la théorie qui décrit toutes les particules connues et trois des quatre forces. Il utilise des étiquettes qui n'ont rien à voir avec le sens courant des mots.
La **couleur** est la charge de la force forte, celle qui tient les quarks ensemble dans un proton. Elle prend trois valeurs, appelées par convention rouge, vert et bleu. L'**isospin** est la charge de la force faible, responsable de certaines radioactivités ; il range les particules par paires (par exemple l'électron et son neutrino). La **chiralité** distingue une particule « gauchère » d'une « droitière », comme une main gauche d'une main droite. La force faible ne touche que les gauchères : la nature distingue la gauche de la droite.
Ce chapitre montre que le trois de la couleur et le deux de l'isospin apparaissent ensemble sur un point du vide. Il montre aussi que la chiralité ne peut pas apparaître à ce niveau : elle demande le choix d'un sens, réservé au niveau suivant.

La section 3 a posé le nœud de matière et ses seize états. Cette section dit *où* la couleur et l'isospin sont protégés — non dans le grain, mais au point — et pourquoi la chiralité de la force faible n'appartient pas à N_0.

6.1 Une génération dans un nœud

Un nœud à cinq pattes de spin $\frac{1}{2}$ garde un spin $\frac{1}{2}$ de multiplicité cinq : c'est l'espace M de ses cinq états. Les échanges entre ses pattes engendrent sur M toute l'algèbre $\mathfrak{u}(5)$; lu comme « le grain plus une cinquième patte », M se coupe en $\mathbf{3}+\mathbf{2}$ sous les permutations S_4 des pattes du grain (réalisées au point, §6.4), et les échanges du grain n'engendrent plus que $\mathfrak{su}(3)+\mathfrak{su}(2)+\mathfrak{u}(1)$ — l'algèbre du Modèle standard, de dimension 12 (C17). Les échanges avec la cinquième patte mélangent les deux blocs : ce sont les leptoquarks. L'espace de Fock pair de M a seize états : une génération.



Le nœud à cinq pattes : les échanges du grain donnent l'algèbre du Modèle standard (dimension 12), la cinquième patte les leptoquarks, et l'espace de Fock une génération.

6.2 Le groupe des opérations à deux modes

Proposition 18 (Les opérations à deux modes engendrent $\mathfrak{so}(10)$ [A])**.** *Lus comme fermioniques (C18), les cinq modes du nœud ont deux sortes d'opérations à deux modes : les échanges $a_i^\dagger a_j$, qui conservent le nombre de modes occupés, et les paires $a_i^\dagger a_j^\dagger$, $a_i a_j$, qui le changent de deux. Les échanges seuls engendrent $\mathfrak{u}(5)$; avec les paires, l'algèbre est $\mathfrak{so}(10)$, à une constante près. Toutes conservent la parité du nombre de modes, et $\mathfrak{so}(10)$ agit irréductiblement sur les seize états pairs : c'est la représentation spinorielle* **16**.

Vérifié pour cet article : dimensions 25 et 45 (plus la constante), irréductibilité sur le secteur pair (commutant de dimension 1). Le groupe Spin(10) de la connexion du §7.2 n'est donc pas choisi parmi d'autres : c'est le groupe qu'engendrent les opérations à deux modes, si le transport d'un nœud à l'autre en est fait [B]. Il contient le groupe du Modèle standard (les échanges du grain, §6.1), les leptoquarks (les échanges avec la cinquième patte) et les opérations de paires, qui relient l'état à zéro mode ν^c au **10** ; le condensat $\nu^c\nu^c$, dont le stabilisateur est $\mathfrak{su}(5)$ (§7.1), brise précisément ces dernières.

Proposition 19 (Relier deux nœuds est un élément de Spin(10) [A])**.** *Comparer les modes de deux nœuds, c'est identifier les dix opérateurs de Majorana γ_k de l'un (parties réelle et imaginaire des a_i) à ceux de l'autre, sans changer leurs anticommutateurs. Une identification qui conserve la parité est une rotation $O \in \mathrm{SO}(10)$ des γ_k (transformation de Bogoliubov) ; sur les états, elle se réalise par $U = \exp\left(\frac{1}{4}\sum_{k,l} A_{kl}\gamma_k\gamma_l\right)$, avec $O = e^A$, définie au signe près : un tour complet donne $U = -\mathbb{1}$. Le groupe des identifications est donc* Spin(10)*, revêtement double de* SO(10)*, qui agit sur les seize états pairs par la représentation* **16**.

Une variable $U \in \mathrm{Spin}(10)$ par lien, et la liberté de choisir en chaque nœud la base de ses modes, c'est exactement une connexion de jauge sur l'arène : **la connexion existe dès que des nœuds de matière sont comparés** [B], sous la lecture fermionique (C18). Sa *dynamique* suit de la règle d'accord du socle (Prop. 21). Comme au grain (Prop. 3), c'est le revêtement double qui agit : le signe d'un tour complet porte la statistique des modes.

Proposition 20 (Le centre de Spin(10) est $\mathbb{Z}_4$ [A]). *Relevée dans* Spin(10), *la rotation d'un demi-tour dans les cinq plans* $(\gamma_{2k-1}, \gamma_{2k})$, *qui vaut* $-\mathbb{1}$ *dans* SO(10), *donne un élément central* z *d'ordre 4 :* $z = +i$ *sur le* **16**, $z = -i$ *sur le* $\overline{\mathbf{16}}$, $z = -1$ *sur le vecteur* **10**, *et* $z^2 = -\mathbb{1}$ *sur tous les états spinoriels.*

Vérifié pour cet article (les deux propositions) : relèvement de rotations aléatoires de SO(10), signe d'un tour complet, valeurs de z sur les deux secteurs, centralité. **Lecture** [G] : le centre du groupe de jauge a la structure du groupe $\mathbb{Z}_4$ de N_{-1}, et ses deux caractères fidèles, $\pm i$, sont exactement ceux qui distinguent le **16** du $\overline{\mathbf{16}}$. Les deux racines que N_0 ne départage pas (verrou achiral, Thm. 7) sont donc celles qui séparent la matière de l'antimatière ; nommer la matière est une convention, que le choix de $\pm i$ à N_1 ne fixe pas, la conjugaison de charge appartenant à N_2 (Prop. 15). Et $z^2 = -\mathbb{1}$ sur les spineurs est la parité fermionique : la même structure qu'au grain, où g^2 est le centre de SU(2).

La place du doublet de Higgs. Les dix opérateurs γ_k forment le vecteur **10** de $SO(10)$. Sous les échanges ($\mathfrak{u}(5)$), il se coupe en $\mathbf{5} \oplus \overline{\mathbf{5}}$: les créations $a_i^\dagger$ et les annihilations a_i d'un mode. La création d'un mode d'isospin ($i = 4, 5$) porte l'hypercharge $+\frac{1}{2}$ d'un doublet : ce sont les nombres quantiques du doublet de Higgs du Modèle standard. La création d'un mode de couleur ($i = 1, 2, 3$) porte $-\frac{1}{3}$: le triplet coloré qui l'accompagne dans les théories d'unification. Le couplage de Yukawa $\mathbf{16} \cdot \mathbf{16} \cdot \mathbf{10}$ est alors celui qui relie deux états de matière par un opérateur à un mode. **Statut** [B] : N_0 fournit la *place* du doublet, non sa dynamique, ni l'échelle électrofaible. **La séparation entre doublet et triplet** : au point, le nœud voit S_4 et ses états se rangent en $\mathbf{3} + \mathbf{2}$, deux représentations différentes (§6.4) ; tout opérateur invariant au point leur donne donc, en général, deux énergies distinctes — **la séparation est permise par la symétrie, et rien dans N_0 ne l'interdit**. Le doublet est le plus fragile des deux : sans les réflexions, il se coupe en $1 + 1$, quand le triplet reste entier (§6.5). **Son sens** — lequel des deux, le triplet coloré ou le doublet, est le plus lourd — demande le couplage du nœud de matière au point qui le porte, que N_0 ne pose pas : il relève de N_2 ; **son ampleur**, un facteur d'environ 10^{14} entre les masses, est une affaire d'échelle : N_1.

Proposition 21 (L'action de Wilson est la règle d'accord appliquée aux cycles [B]). *En* N_0, *une configuration pèse* $e^{J\,N_{\mathrm{acc}}}$ *: chaque lien accordé compte. Pour une connexion, les structures fermées élémentaires sont les plaquettes de l'arène, et l'accord d'une plaquette se lit sur son holonomie* U_p. *On demande à cet accord : (i) de ne pas dépendre du choix de base des modes en chaque nœud — c'est une fonction de classe de* U_p *; (ii) d'être maximal quand le transport revient à l'identité ; (iii) de se lire sur ce que le transport porte, les modes du* **16**, *au premier ordre — une fonction linéaire des éléments de* U_p *dans le* **16** *; (iv) de ne pas distinguer le* **16** *du* $\overline{\mathbf{16}}$, *que* N_0 *ne départage pas (verrou achiral, Thm. 7). Alors l'accord est unique :*

$$a_p \;=\; \tfrac{1}{16}\,\mathrm{Re}\,\mathrm{tr}_{\mathbf{16}}\,U_p, \qquad e^{\beta\sum_p a_p} \;\propto\; e^{-S}, \qquad S \;=\; \beta\sum_p\Big(1 - \tfrac{1}{16}\,\mathrm{Re}\,\mathrm{tr}\,U_p\Big),$$

c'est-à-dire l'action de Wilson dans la représentation spinorielle.

Preuve. Une forme linéaire $U \mapsto \mathrm{tr}(MU)$ invariante par conjugaison demande que M commute avec tout Spin(10) sur le **16** ; ce commutant est de dimension 1 (Prop. 18), donc $M \propto \mathbb{1}$ et la forme est un multiple de la trace : (i) et (iii). La condition (iv) symétrise entre $\mathrm{tr}_{\mathbf{16}}$ et $\mathrm{tr}_{\overline{\mathbf{16}}} = \overline{\mathrm{tr}_{\mathbf{16}}}$, d'où la partie réelle ; (ii) fixe la normalisation, $a_p = 1$ en $U_p = \mathbb{1}$. **Statut** [B] : sous la règle d'accord du socle et au premier ordre du développement en caractères. La partie réelle n'est pas un choix : c'est l'indifférenciation de $\pm i$. Le couplage β n'est pas réglé : il est fixé par le point de coexistence de la transition (§7.2, $1/\alpha_0 = 67{,}0 \pm 0{,}2$ sur l'arène F_4).

Ce que la règle d'accord ne fixe pas. La condition (iii) est une hypothèse. L'accord du socle est binaire : il ne fixe pas l'ordre en caractères de son prolongement à une holonomie continue. Trois lectures de même statut le prolongent. Compter les états accordés donne $\mathrm{Re}\,\mathrm{tr}_{\mathbf{16}}$. Compter les modes donne $\mathrm{tr}_{\mathbf{16}}$. La probabilité de retour d'un état donne $|\mathrm{tr}_{\mathbf{16}}|^2$. La symétrie $\mathbf{16}/\overline{\mathbf{16}}$ se dérive (conjugaison non brisée, règle de lien, deux secteurs de Fock), mais les trois formes la respectent. Aucun énoncé de N_0 ne fixe non plus un mélange. Les caractères d'ordre supérieur ne sont pas de petites corrections pour le couplage au grain : il change d'un facteur quatre à cinq d'une forme à l'autre (§7.2). Seule, la règle d'accord laisse la forme de l'action indéterminée ; Wilson dans le **16** en est la forme la plus simple. Le principe du compromis la fixe [B, concept] (ci-dessous). Les rapports « naturels » proches du mélange que demandent les mesures (parts égales dans $1/g_0^2$, et le rapport des Casimirs 45/92) sont une seule condition : l'égalité des raideurs des deux termes, car $\sum_R d_R C_R = 2 \cdot 256\, C_{\mathbf{16}}$ sur $\mathbf{16} \otimes \overline{\mathbf{16}}$. L'indifférenciation, appliquée comme N_0 l'applique (moyenne des accords normalisés), ne la donne pas. Deux lectures donnent $1/\alpha_{\overline{\mathrm{MS}}} = 61$, les trois lectures 39 ± 3. Le noyau de la chaleur donnerait un terme $|\mathrm{tr}|^2$ de signe opposé. L'égalité des raideurs reste **posée**. **L'action induite ne fixe pas la forme** (`action_induite`). Intégrer la matière de N_0 mise sur les sites de F_4 induit une action de plaquette. Un champ dans le **16** n'induit que des traces $\mathrm{tr}_{\mathbf{16}} W$; il n'induit jamais $|\mathrm{tr}_{\mathbf{16}}|^2$, qui ne vient que du **45** et du **210**. Pour toute la matière à masse nulle sur la maille, le rapport induit vaut $\beta_a/\beta_f \simeq 2{,}7$. Surtout, l'induit est petit : $1/g_0^2|_{\mathrm{ind}} \simeq 0{,}04$ contre 5,3 au point de coexistence. Il laisse $1/\alpha_{\overline{\mathrm{MS}}}(1/a) = 29{,}9 \pm 1{,}4$ inchangé. **Carte des formes** (`carte_action`). Un caractère seul ($a = \chi_R/d_R$) donne 22 (**10**), 28 (**16**), 58 (**45**), 110 ($|\mathrm{tr}_{\mathbf{16}}|^2$ ou $\mathrm{Re}\,\mathrm{tr}^2_{\mathbf{16}}$), 123 (**210**) : aucun ne

tombe dans la cible (43 ± 3). Un terme du second ordre ajouté à Wilson à parts égales dans $1/g_0^2$ donne 39 (**45**), 47 ($|\mathrm{tr}|^2$), 49 (**210**). La valeur demandée n'est atteinte que par un mélange des deux lectures. **Le principe du compromis** [B, concept], tiré du cadre MicroGlobal. Dans MicroGlobal, un système tient par deux mouvements : accumuler, qui fait le *capital*, et multiplier les liens, qui fait la *complexité*. Le premier seul dégrade, le second seul ne tient pas ; la durabilité est leur compromis. Le capital s'additionne ; la complexité se multiplie. **Les quatre flux, lectures de la géométrie** [B, concept]. À N_0, les flux ne sont pas orientés : le temps n'a pas de sens. Les quatre « flux » d'une plaquette sont des lectures de la géométrie qu'elle partage. L'axe D–L lit la forme (le qualitatif), l'axe R–H la grandeur (le quantitatif). L est l'économie du partage : la frontière commune, une même surface de contact, toujours accordée. Les quatre canaux de l'accord sont donc t et $\bar{t}$ (les deux mains), $|t|^2$ (l'aller-retour) et 1 (la frontière partagée), avec $t = \mathrm{tr}_{\mathbf{16}} U_p/16$. Chaque canal pèse un quart : une plaquette est une face sur quatre de chaque grain qu'elle borde. **L'action.** Le capital est la moyenne additive des quatre canaux, $a_{\mathrm{add}} = |1+t|^2/4$. La complexité est leur produit, $a_{\mathrm{mul}} = |t|$: elle ne garde que la grandeur, car la forme n'est pas encore différenciée à N_0. La durabilité est leur moyenne arithmétique :

$$S \;=\; \beta \sum_p \Big[1 - \tfrac{1}{2}\big(a_{\mathrm{add}} + a_{\mathrm{mul}}\big)\Big] \;=\; \beta \sum_p \Big[\tfrac{1}{4}\,(1 - \mathrm{Re}\,t) + \tfrac{1}{8}\,(1 - |t|^2) + \tfrac{1}{2}\,(1 - |t|)\Big]. \tag{16}$$

Elle n'a pas de paramètre libre. Au point de coexistence ($\beta = 26{,}80$ sur $6^3 \times 4$, stable avec la taille), le champ moyen donne 39,4 et le flot de gradient $1/\alpha_{\overline{\mathrm{MS}}}(1/a) = 40{,}0 \pm 1{,}3$, dans la cible, à son bord bas (§7.2). **Les autres lectures**, calculées au même point. Sans le canal de la frontière (trois canaux), le compromis donne 51 à 53, hors de la cible (`action_fidele`). Les moyennes géométrique et harmonique des quatre canaux donnent environ 34 et 30. La complexité lue sur des boucles composées (losanges) donne 96. Une frontière pesée par la surface de contact de la paire de grains ($w_L = \frac{1}{7}$) ou des trois tétraèdres ($\frac{1}{10}$) donne 45,0 et 47,3 en champ moyen (`quatre_flux`, `quatre_flux_L`). Les actions qui ne dépendent que du module, $1 - (|\mathrm{tr}_{\mathbf{16}}|/16)^p$, sont aveugles au centre $\mathbb{Z}_4$, qui n'agit que sur la phase et que N_0 lit sur les quatre flux (§6.2, lecture [G]) : elles tombent hors de la cible (54, 60, 66 pour $p = \frac{4}{3}$, $\sqrt{2}$, $\frac{3}{2}$; `action_exposant`). C'est la frontière partagée qui tient la phase. Le mélange de Wilson et de $|\mathrm{tr}_{\mathbf{16}}|^2$ au partage $r = 0{,}35$ donne $42{,}7 \pm 2{,}2$ (`flot_melange`) ; il sert de comparaison. À N_0, cette structure n'est encore que partiellement différenciée : $R = H$ et $D = L$. Elle est tirée du concept à N_0 ; sa forme pleinement différenciée apparaîtra aux niveaux supérieurs, où accumuler et complexifier deviennent deux mouvements distincts. **La positivité de réflexion, une dette nommée.** Le temps réel de N_1 demande que le poids e^{-S} des plaquettes qui traversent un plan de réflexion soit de type positif. C'est exact pour l'action de Wilson. Pour l'action A1-A, ce ne l'est qu'à $e^{-0{,}875\,\beta}$ près, soit environ 3×10^{-12} en relatif au point de coexistence, dans des modes lourds. La cause est le terme $|t|$ de la complexité, qui n'est pas de type positif et a un coin là où t s'annule (`positivite_A1A`, contrôlé six fois). Une complexité lisse et exactement positive doit être convexe en $|t|^2$: les deux lectures tirées du produit des canaux, $|t|^2$ et $|t|^4$, sortent de la cible (82,9 et 175,5 au flot ; `complexite_lisse`). La valeur du couplage tient donc à la concavité de $|t|$, qui est aussi ce qui casse la positivité. **L'écart est déclaré, non levé.** Une forme dynamique a été essayée à N_1 : les triangles qui portent le tick lus par le capital (accumuler est temporel), les autres par le compromis. Elle est exactement positive et garde le couplage dans la cible (environ 1,6 au-dessus de A1-A au champ moyen, soit près de 42 au flot), mais elle introduit une anisotropie de 7 % entre le temps et l'espace pour le champ de jauge, que l'égalité observée des vitesses exclut (`voie3_tick`). Une seconde forme lit, sur les seuls triangles du tick, la complexité orientée $\frac{1}{2}(a_{\mathrm{add}} + \mathrm{Re}\,t)$, de type positif : elle est exactement positive et isotrope à 0,7 % près, mais son couplage tombe à $39{,}0 \pm 1{,}3$, sous la cible (compatible à un écart type ; `flot_tick_oriente`). Son isotropie n'est pas une symétrie : elle ne diffère de A1-A que par $|t| - \mathrm{Re}\,t$, d'ordre dix dans les champs, parce que $\mathfrak{so}(10)$ n'a pas d'invariant cubique (le premier terme impair de $\mathrm{Im}\,t$ est le pfaffien, de degré cinq) ; au grain, ce terme pèse environ 10^{-6} de l'action, encore neuf ordres au-dessus de la borne d'égalité des vitesses (`trilemme_jauge`). La positivité exacte coûte ainsi une unité sur le couplage au grain. Pour les lectures testées, trois exigences ne tiennent donc pas ensemble : **la positivité exacte, le couplage dans la cible et la symétrie temps/espace de l'arène**. A1-A garde les deux dernières et ne perd la première qu'à 3×10^{-12}, dans des modes lourds : c'est le meilleur compromis connu.

Proposition 22 (Le centre est la demi-phase commune des cinq modes [A])**.** *Une phase portée par chaque mode, $a_k \mapsto e^{-i\theta_k} a_k$, relevée dans* Spin(10)*, est la rotation d'angle θ_k dans le plan $(\gamma_{2k-1}, \gamma_{2k})$. Les cinq phases commutent et forment le tore maximal de* Spin(10) *(rang 5). Une phase commune θ sur les cinq modes est centrale* si et seulement si *θ est un multiple de π : le centre $\mathbb{Z}_4$ est exactement l'ensemble des phases communes $\{0, \pi, 2\pi, 3\pi\}$, et son générateur z — la demi-phase commune — vaut $+i$ sur le* **16** *et $-i$ sur le* $\overline{\mathbf{16}}$ *; $z = -e^{-5i\pi/2}\, e^{i\pi N}$, où N compte les modes occupés. La phase commune $\pi/2$ n'est pas centrale, mais son carré vaut z.*

Vérifié pour cet article (`centre_et_phases.py`) : rotations relevées et phases des modes, commutation, centralité des phases communes sur $[0, 4\pi]$, valeurs de z. **Lien avec les pattes** [G] : les modes sont les états de M, non les pattes (postulat des modes, §3.8). Une phase *commune* portée par les cinq pattes multiplie tout état de M par un même facteur : elle se transporte sans ambiguïté sur les cinq modes, et c'est elle qui porte le centre.

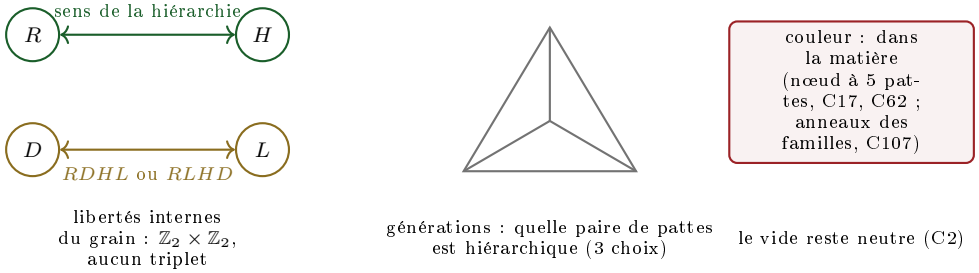
Des phases *différentes* d'une patte à l'autre ne se transportent pas mode par mode. Dans ce sens restreint, le $\mathbb{Z}_4$ de N_{-1}, déjà présent au grain comme $g^2 = -\mathbb{1}$ dans SU(2) (Prop. 3), reparaît en Spin(10) comme la demi-phase commune des pattes, avec $z^2 = -\mathbb{1}$ pour parité des modes. Le reste du lien entre la connexion interne et les variables natives n'est pas établi : l'holonomie SU(2) de chaque face est la connexion géométrique (les rotations de l'espace), Spin(10) agit sur les modes internes ; rien en N_0 n'impose de les identifier.

Reste posée la lecture fermionique des modes ; le confinement relève de N_3 (§10.5, O1d).

6.3 La couleur n'est pas dans le grain

On pourrait espérer que les permutations des quatre noms R, D, H, L donnent la couleur ($\mathbf{4} = \mathbf{1}+\mathbf{3}$). Mais une permutation des noms n'est permise que si elle respecte la règle de lien : il n'en reste que quatre — l'identité, $R \leftrightarrow H$ (renverser la hiérarchie), $D \leftrightarrow L$ (lire la boucle à l'envers), et les deux ensemble : le groupe $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$, sous lequel **aucun triplet** n'existe (C116). Les générations, elles, partent du grain — quelle paire de pattes est hiérarchique — et sont portées par le point (§5.1) ; ces deux libertés internes les laissent intactes.

Les trois appariements géométriques des pattes — les trois organisations a, s, l — le disent autrement. Le groupe S_4 des pattes agit sur eux par son quotient $S_4/V_4 \simeq S_3$ (V_4 : les doubles transpositions) : pour qu'ils forment trois états équivalents, un triplet, il faudrait que le grain voie S_4 tout entier. Rien dans le grain ne le fournit : les permutations de noms admises par la règle de lien forment $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$, et la géométrie du disphénoïde distingue un appariement long de deux courts — la structure est $\mathbf{1} + \mathbf{2}$, celle des organisations (§3.4), non un triplet. Aucun espace d'entrelaceurs d'un assemblage de grains n'est d'ailleurs de dimension 3 : à pattes de spin $\frac{1}{2}$, les dimensions accessibles sont $1, 2, 5, 14, 42, \ldots$ [3].



Le grain porte l'appariement qui fait les générations, et deux libertés internes ; la couleur n'y est pas, et ne doit pas y être.

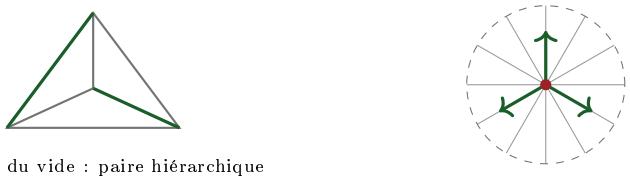
C'est conforme au programme : **le vide doit rester neutre** ; un grain d'espace coloré violerait cette condition. La couleur appartient à la matière — au nœud — et il faut chercher quelle symétrie la protège là où le nœud se pose.

6.4 Le point protège la couleur

Un triplet est *protégé* si tout opérateur invariant sous le groupe que voit le nœud laisse trois de ses cinq états dégénérés. Posé sur un seul grain du vide, le nœud ne voit que $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$: le grain a une paire hiérarchique et une paire réciproque, qu'on ne peut échanger. Attaché à un *point* du vide, il voit beaucoup plus (C117) :

groupe vu par le nœud	ordre	sur M	sur les pattes	couleur, isospin
$S_4 \simeq T_d$: **un point du vide** (V3)	24	$\mathbf{3}+\mathbf{2}$	$3+1+1$	**triplet et doublet protégés**
A_4 (rotations)	12	$\mathbf{3}+1+1$	$3+1+1$	triplet seul
D_4 (une partition)	8	$2+1+1+1$	$2+1+1+1$	**aucun triplet**
$\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$: **un grain du vide** (V2)	4	$1+1+1+1+1$	$1+1+1+1+1$	**rien**

Dégénérescences protégées : opérateur hermitien au hasard sur M rendu invariant par le groupe (vérifications V1, D1, D2 de C117) ; V2 : les 384 grains du vide ont tous deux pattes hiérarchiques et deux réciproques ; V3 : les 64 points du vide parfait, grains et paires hiérarchiques compris ; ordres des éléments 1 (×1), 2 (×9), 3 (×8), 4 (×6), douze de déterminant -1 : le groupe T_d, isomorphe à S_4.



À gauche : l'organisation d'un grain ne laisse que deux échanges. À droite : le point retrouve la symétrie S_4, réflexions comprises (ses quatre diagonales, C103).

Chacun des 64 points du vide parfait est invariant, grains et paires hiérarchiques compris, sous un groupe d'ordre 24 dont douze éléments sont de déterminant -1 : le groupe T_d du tétraèdre, isomorphe à S_4. Un nœud attaché au point voit S_4, et **son triplet de couleur est protégé**. La couleur est une propriété du point — le même échelon que les masses et $B-L$ (section 5). **La protection n'est pas propre au vide parfait** (flux9) : dans le vide fluctuant, tous les points uniformes, en a comme en s, gardent S_4 entier ($3{,}2\times10^5$ points en 20^3, aucune exception).

6.5 L'isospin et les réflexions

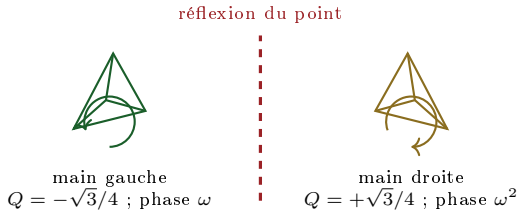
Les cinq états du nœud ne sont pas ses cinq pattes : ce sont les cinq façons de former un spin $\frac{1}{2}$ avec cinq spins $\frac{1}{2}$. Sur cet espace, sous S_4, $M=\mathbf{3}+\mathbf{2}$ et le $\mathbf{2}$ est *irréductible* (C118 ; colonne « sur M » du tableau du §6.4).

Au point, la couleur et l'isospin sont protégés ensemble : la symétrie finie du point, S_4, protège une décomposition $\mathbf{3}+\mathbf{2}$ compatible avec $U(3)\times U(2)$, qui contient le groupe de jauge du Modèle standard, $S(U(3)\times U(2))\simeq(SU(3)\times SU(2)\times U(1))/\mathbb{Z}_6$, avec un facteur $U(1)$ de plus ; $U(3)\times U(2)$ n'est pas lui-même une symétrie dérivée du point. Mais le doublet demande les **réflexions** : avec les seules rotations (A_4), il se coupe en $1+1$. Or le point du vide a ses douze réflexions : elles sont là.

6.6 Le doublet d'isospin est la paire des deux mains

Le doublet du nœud est le $\mathbf{2}$ de S_4 ; c'est aussi l'espace des entrelaceurs du grain, son bit ; et le bit est la *main* du grain, mesurée par l'opérateur de volume $Q=\mathbf{s}_1\cdot(\mathbf{s}_2\times\mathbf{s}_3)$ (C119) :

	vérification	résultat
H1	valeurs propres de Q sur le bit	$\pm\sqrt{3}/4$: deux mains, gauche et droite
H2	rotations (12 permutations paires)	**gardent Q** : elles ne changent pas la main
H3	dans la base des deux mains	rotations diagonales, phases 1 ou (ω,ω^2) (12 sur 12)
H4	réflexions (12 permutations impaires)	**échangent les deux mains** (12 sur 12)

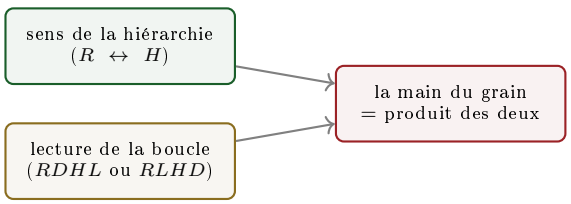


les deux mains = le doublet d'isospin
rotations : les gardent ; réflexions : les échangent
au point (réflexions présentes) : **dégénérées**

Le bit du grain est sa main ; le doublet d'isospin du nœud est la paire des deux mains.

Le doublet d'isospin est la paire des deux mains du grain : les rotations les gardent séparées, les réflexions les échangent. D'où vient la main d'un grain ? Sa mesure avec les noms des pattes donne une loi exacte (C120) :

	vérification	résultat
I1	la main égale la lecture seule	3 804 sur 7 680 : **non** (le hasard)
I1	la main égale le sens de la hiérarchie seul	3 840 sur 7 680 : **non**
I2	main $=h_0\times$ lecture $\times$ sens de la hiérarchie, h_0 fixe pour chaque grain	**384 grains sur 384**
I3	h_0 sur les grains du vide	$+1$: 192 ; -1 : 192 (géométrie et convention)
I4	part des grains de main + quand les deux orientations sont tirées au hasard	**0,500**



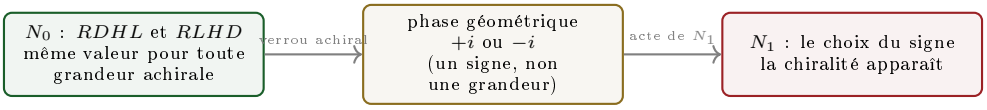
tirés indépendamment : main au hasard (vide symétrique)
liés, selon l'orientation du grain : une main préférée (exclu, C121)

La main d'un grain naît de deux orientations ; la chiralité serait leur corrélation.

La main est le produit des deux orientations internes du grain — le sens de la hiérarchie et la lecture de la boucle ($RDHL$ ou $RLHD$) —, à un signe géométrique fixe près. La dynamique de N_0 tire les deux indépendamment : **autant de mains gauches que de droites**.

6.7 La chiralité n'est pas dans N_0 : le verrou achiral

Une chiralité demanderait que le sens de la hiérarchie et la lecture de la boucle soient liés. **Ils ne le sont pas** : la hiérarchie distingue les deux pôles externes (R, H), L est un flux interne ; et le L externe, impulsion de l'association pour rejeter ses déchets, est dirigé du dedans vers le dehors — une direction *radiale*, que toute réflexion du point conserve (C121). Le **verrou achiral** (Thm. 7 ; article N_{-1} [2]) porte exactement sur cette question : les boucles $RDHL$ et $RLHD$ sont conjuguées par l'inversion de $\mathbb{Z}_4$, toute grandeur achirale — entropie, durabilité, action — leur donne la même valeur, et ce qui les distingue est un signe, la phase géométrique $\pm i$, dont le choix appartient à N_1.



Le verrou achiral (article N_{-1}) : N_0 ne peut pas choisir le sens de la boucle ; N_1 le choisit.

Couleur, isospin, chiralité [B]

La couleur et l'isospin sont des propriétés du point ($N_{0.3}$) : sa symétrie $T_d \simeq S_4$ protège le triplet et, grâce à ses réflexions, le doublet ; le vide reste neutre. **Le doublet d'isospin se lit comme la paire des deux mains du grain** [G]. **La chiralité n'est pas dans N_0** : le vide est symétrique gauche–droite par sa structure et par le verrou achiral ; elle est renvoyée à N_1, avec le choix du signe de la phase. C'est compatible avec une chaîne qui passe par $SU(2)_L \times SU(2)_R$ et brise la parité plus haut (C5, C6, C9, C64).

Le tableau 20 donne les correspondances N_4/N_0 du chapitre.

la règle	**N_4 : la société**	**N_0 : la matière**
le milieu est neutre, les acteurs ont une identité	la place publique n'appartient à aucun parti	le grain d'espace sans couleur, la matière colorée
un rôle partagé demande un groupe assez grand	on ne forme pas un trio de rôles égaux avec deux paires inégales	un grain : pas de triplet ; le point : triplet protégé
le miroir rend deux postures équivalentes	deux interlocuteurs face à face se répondent symétriquement	les réflexions du point protègent le doublet
dedans/dehors n'est pas gauche/droite	sortir de chez soi ne dit pas de quel côté on tourne	l'impulsion de L externe est radiale : pas de main

Tableau 20: Correspondances N_4/N_0 pour la couleur, l'isospin et la chiralité.

7 Les couplages et les échelles

Pour le lecteur non spécialiste : l'intensité des forces, et comment elle change

Chaque force a une intensité, mesurée par un nombre sans unité, son *couplage*. Pour la force électrique, il vaut environ 1/137. Ces intensités ne sont pas fixes : elles changent avec l'énergie à laquelle on observe. On dit qu'elles « courent ». À très haute énergie, les intensités des trois forces du Modèle standard se rapprochent et semblent se rejoindre vers 10^{16} GeV, une énergie environ mille milliards de fois plus haute que celle des plus grands accélérateurs. C'est l'idée de la *grande unification* : trois forces qui n'en font qu'une à cette échelle.
Ce chapitre suit ce chemin jusqu'au grain. Il calcule l'intensité de la force à l'échelle du grain et la compare à ce que demandent les intensités mesurées, courues jusque-là. Avec la règle la plus simple, l'intensité calculée est trop forte. Avec la forme que donne le concept, elle tombe sur la valeur demandée.

Les sections précédentes portent sur des *rapports* : masses relatives, angles, symétries. Cette section relie le modèle aux échelles absolues — le couplage de jauge au grain, l'échelle d'unification, la taille de l'association qui la porte. Les chaînes y sont plus longues et plus conditionnelles ; chaque maillon est donné avec son statut.

7.1 L'angle faible et la direction de brisure

Dans une génération, un seul état est invisible au Modèle standard : le neutrino droit ν^c (charge nulle, $B-L=+1$). C'est le seul candidat à un condensat qui ne brise pas le Modèle standard ; comme ν^c est un mode fermionique, ce qui condense est la *paire* $\nu^c\nu^c$, dans le **126** de $SO(10)$. Dans Pati–Salam, son stabilisateur est exactement $\mathfrak{su}(3)+\mathfrak{su}(2)_L+\mathfrak{u}(1)_Y$ (dans $\mathfrak{so}(10)$ entier, c'est $\mathfrak{su}(5)$; l'intersection des deux est le Modèle standard), et, avec la normalisation de l'algèbre du nœud, $\sin^2\theta_W=\frac{3}{8}$ **à l'échelle d'unification** (C6, C7). La paire donne aux neutrinos droits une masse de Majorana, et fixe $M_{Z'}^2/M_{W_R}^2=5$.

7.2 Le couplage de jauge au grain : $1/\alpha_0 = 67{,}0 \pm 0{,}2$

La connexion de jauge sur l'arène se met en ordre par une transition du *premier ordre*, entre deux bords (C84). Le couplage s'y lit au **point de coexistence**, où les deux branches ont la même énergie libre : aucune des deux ne l'emporte (C85).

Pourquoi ce point. C'est le seul point de la transition que la mesure e^{-S} définit. Les deux bords de l'hystérésis dépendent de la durée des chaînes. Dans la limite du grand réseau, une transition du premier ordre n'a pas de spinodale. Lire le couplage au bord de la phase désordonnée ($\beta\approx 24{,}5$ sur F_4) supposerait une histoire : β qui monte depuis le désordre. N_0 n'en a pas (la suite des tirages n'est pas une histoire, §4.1). Cette lecture est donc exclue ; pour mémoire, elle donnerait $1/\alpha_{\overline{\text{MS}}}(1/a)\approx 37$–$41$. La règle n'est pas la durabilité du vide des flux. Celle-ci ne se transpose pas à la connexion : l'accord d'une plaquette est un nombre, sans types de flux, et aucune association n'y porte la mesure de complexité. Transposée terme à terme, elle placerait β entre 21 et 99. Le point de coexistence est donc une règle distincte, **posée** [E]. Le mot « coexistence » la distingue de l'optimum de durabilité qui fixe J (section 4). Un calcul la rapproche pourtant de cet optimum. Transposée comme « accord × liberté au-dessus de l'ordre », la durabilité est maximale, sur chaque direction du plan des couplages, au point de coexistence lui-même : la ligne de coexistence est la crête de la durabilité (`durabilite_ligne`). Le compromis entre l'ordre et le désordre est donc bien le point de coexistence, pour cette transposition.

La méthode (C66, C84, C85)

Le champ. Une connexion Spin(10) dans la représentation spinorielle **16**, une matrice $U\in\mathrm{Spin}(10)$ par lien, avec l'action de Wilson $S=\beta\sum_p\left(1-\frac{1}{16}\operatorname{Re}\operatorname{tr}U_p\right)$. Le groupe est celui des opérations à deux modes du nœud (Prop. 18) [B] ; l'action suit de la règle d'accord appliquée aux cycles (Prop. 21 [B], C64, C65), au premier ordre ; sa forme complète vient du principe du compromis [B, concept]. Le transport est l'identification des modes d'un nœud à l'autre (Prop. 19) [B] ; les phases U(1) des pattes en portent le centre (Prop. 22) ; il n'est pas tiré de l'holonomie SU(2) des faces, qui est géométrique.
Le réseau du calcul. L'arène d'espace-temps de N_0 est le réseau F_4 (§3.11), et le calcul est fait sur F_4. Les deux sous-réseaux du cubique centré (maille a_c) alternent d'une couche à l'autre, au pas $\tau=a_c/2$. Les plaquettes sont les structures fermées élémentaires du complexe (Prop. 21) : les 32 triangles équilatéraux d'arête a_c par site. Les carrés de côté a_c n'en sont pas, car leurs diagonales ne sont pas des liens. Pour contrôle, le même calcul est fait sur un réseau plus simple, le *produit* : l'arène de la section 3 entière à chaque couche, au même pas, avec 12 triangles et 7 carrés par site (un par direction de lien, qui joignent deux couches). La quatrième direction est la direction invariante du bloc **1** (Prop. 4), lue de façon *euclidienne* : la somme est une somme statistique, paire sous le renversement

de cette direction, qui ne suppose ni signature lorentzienne ni flèche, conformément au verrou achiral (Thm. 7). Le choix de la lecture euclidienne ($a > 0$ dans le Thm. 6) est posé [D]. Sur le produit, le pas $\tau = a_c/2$ rend égales les formes quadratiques électrique et magnétique de l'arène ($c_E = c_B = \frac{1}{2}$, toutes deux isotropes). Sur F_4, c'est le seul pas où le réseau a la symétrie $W(F_4)$, et la connexion à poids uniformes y est exactement le Maxwell de Hodge.

La normalisation. Les générateurs sont normalisés par $\mathrm{tr}_{\mathbf{10}}\, T^a T^b = \delta^{ab}$ (donc $T(\mathbf{16}) = 2$, $C_A = 8$), de sorte que g_0 est le couplage de $SO(10)$ qui coïncide avec $g_3 = g_2 = g_1^{\mathrm{GUT}}$ à M_U. La même convention sert au réseau, à la conversion de schéma, au flot de gradient et à la chaîne d'unification. Sur F_4, le volume par site vaut $\frac{1}{2}\,a_c^4$ et la forme quadratique est l'identité ($c = 1$, exactement isotrope) ; sur le produit, le volume vaut $\frac{1}{4}\,a_c^4$ et $c_E = c_B = \frac{1}{2}$. Dans les deux cas, l'action continue $\frac{1}{2g_0^2}\int(|\mathbf{B}|^2 + |\mathbf{E}|^2)$ donne $\beta = 4/g_0^2$, d'où $1/\alpha_0 = 4\pi/g_0^2 = \pi\beta$ (CT5, recalculé pour F_4, et vérifié numériquement sur la géométrie du calcul, avec pour contrôle $\beta = 4/g^2$ en $SU(2)$ et $6/g^2$ en $SU(3)$ sur l'hypercubique). Le nombre de plaquettes par site passe de 19 à 32, mais l'aire des triangles et le volume par site le compensent exactement. Un facteur d'indice de représentation ne multiplierait g^2 que par 2, $\frac{1}{2}$ ou 4 ; il ne peut donc pas expliquer l'écart à la cible, qui demanderait un rapport de 1,7 sur $1/\alpha_{\overline{\mathrm{MS}}}$. La normalisation absolue de l'énergie libre ordonnée est contrôlée sur l'intégrale exacte d'un seul lien (mesure de Haar sur Spin(10), $\ln \mathrm{Vol} = 28{,}358$).

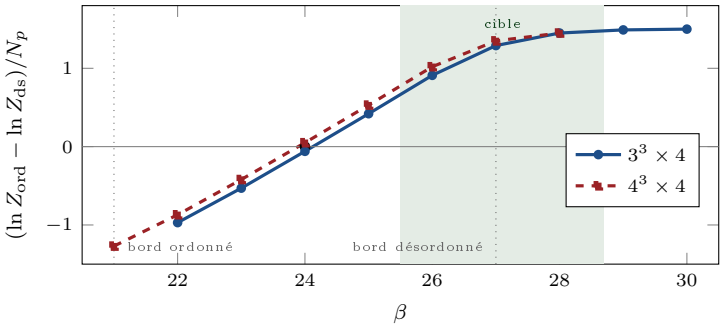
L'échantillonnage. Bain thermique exact sur les 45 plans de rotation (Cabibbo–Marinari), réseaux $3^3 \times 4$ et $4^3 \times 4$ dans le calcul d'origine (sur le produit), jusqu'à $6^3 \times 4$ et $4^3 \times 6$ dans le code nouveau (sur le produit et sur F_4), départs froid et chaud ; contrôle par un Metropolis récrit indépendamment (CT5) ; sur le produit, le code de F_4 redonne le code nouveau bit pour bit. La mise en ordre est du premier ordre sur les deux réseaux. Les deux bords sont vers $\beta \approx 21$ et ≈ 27 dans le calcul d'origine (C84), 20,5 et 26 sur le produit, 19–19,5 et 24,5 sur F_4 ; l'hystérésis ne se referme pas de 3^3 à 6^3.

Le point de coexistence. L'énergie libre désordonnée s'obtient exactement depuis $\beta = 0$, $\ln Z_{\mathrm{ds}} = N_p \int_0^\beta \langle P\rangle_{\mathrm{chaud}}$; l'ordonnée part du faible couplage (gaussienne sur le spectre du rotationnel discret, en jauge de l'arbre maximal), corrigée de l'écart mesuré de la branche froide. Le croisement donne β_t ; les variations de la queue, de la normalisation ($\pm 0{,}3$ par lien), des modes nuls et de la branche ordonnée ($\pm 0{,}003$) en donnent l'erreur systématique (C85).

La cible. Les couplages mesurés, courus à deux boucles jusqu'à l'unification puis à une boucle dans $SO(10)$ jusqu'à l'échelle du grain, sur la chaîne directe, donnent $1/\alpha(1/a) \approx 47{,}7$ (à deux boucles partout, 42,8 ; à trois boucles, 42,1 : la série converge, le terme à trois boucles valant 10 % de celui à deux boucles ; avec les seuils des masses lourdes, 37 à 49, centré vers 43, `course_au_dessus_MU`) ($a \approx 2{,}8$ à $4{,}1\,\ell_P$) dans le schéma $\overline{\mathrm{MS}}$. La conversion du schéma de réseau vers $\overline{\mathrm{MS}}$ est calculée à une boucle par la méthode du champ de fond, pour la géométrie même du calcul. Elle est contrôlée sur deux résultats publiés : l'action de Symanzik sur le réseau hypercubique (à 0,3 %), et le réseau hypercubique centré, qui est F_4 ($\Lambda_{F_4}/\Lambda_{\mathrm{H}} = 0{,}289$ contre 0,29 publié pour $SU(2)$) ; le passage à Spin(10) est vérifié directement. Pour Spin(10) sur le **16** à $\mu = 1/a$, elle vaut $1/\alpha_0 - 1/\alpha_{\overline{\mathrm{MS}}} = 31{,}1$ sur F_4 (33,5 sur le produit, 22,2 sur l'hypercubique), dont 24,3 (26,2) de têtard. Améliorée en champ moyen avec la plaquette mesurée au point de coexistence, elle vaut 38,3 (41,2). La moyenne, $34{,}7 \pm 3{,}6$ sur F_4, donne en perturbation la cible 82 ± 5 sur F_4 (85 ± 5 sur le produit). L'ancienne estimation (33 ± 8, C66) est retrouvée sur le produit (une boucle).

La conversion sans perturbation. Sur F_4, la conversion est aussi mesurée sans perturbation sur réseau, par le flot de gradient (Lüscher 2010), sur la branche ordonnée au point de coexistence (boîtes symétriques $4^3 \times 8$ et $6^3 \times 12$, flot de Wilson sur les triangles). Le couplage du flot est converti en $\overline{\mathrm{MS}}$ par la relation du continu à deux boucles (Harlander–Neumann 2016), puis étalonné à couplage faible ($\beta = 100$). Le même programme redonne $t_0/a^2 = 2{,}789(38)$ pour $SU(3)$ à $\beta = 5{,}96$ (2,7854(62) publié) et le champ faible de $SU(3)$. Avec une moyenne de deux étalonnages, on obtient d'abord $1/\alpha_{\overline{\mathrm{MS}}}(1/a) = 28 \pm 3$, soit une conversion de 39 ± 3 : plus que la boucle seule (31), autant que le champ moyen (38). L'étalonnage domine l'incertitude ($\pm 2{,}6$) ; ses deux variantes donnent 31 et 26. Le point de lecture du flot ($\sqrt{8t} = 1{,}25\,a$) et l'étalonnage double ont été choisis au vu de la plus petite boîte ; à $\sqrt{8t} = 2a$, l'étalonnage additif seul, que les modes nuls du tore contaminent, ne conclut pas (42 ± 6). **Étalonnage tranché.** Sur le réseau 8^4 à $\beta = 50$, 100 et 400, le défaut du flot est à peu près constant en β : l'étalonnage est additif, et la variante multiplicative est exclue à chaque échelle de lecture (`etalonnage_flot`). On obtient $1/\alpha_{\overline{\mathrm{MS}}}(1/a) = 29{,}9 \pm 1{,}4$, stable sur $\sqrt{8t} = a$ à $2{,}5a$ (erreur prudente $\pm 2{,}3$), soit une conversion de 37,1. La cible retenue sur F_4 est donc 43 ± 3 en $\overline{\mathrm{MS}}$, soit $1/\alpha_0 = 80 \pm 3$. L'incertitude vient de l'ordre de la course $SO(10)$, de la conversion et de l'échelle de lecture. Sur la branche désordonnée, le couplage du flot est fort ($g^2_{\mathrm{GF}} \gtrsim 20$ dès $\sqrt{8t} = a$) : à la transition du premier ordre, le couplage au grain n'est défini que sur la branche ordonnée.

La gravité. Cette course ne contient pas de correction gravitationnelle. Près du grain, $G_N\mu^2 = (\ell_P/a)^2 \approx 0{,}06$–$0{,}13$ n'est pas petit. Les formes publiées ajoutent à $1/\alpha(1/a)$ de 0 à +6 unités selon le schéma (Robinson–Wilczek ; Toms ; Daum–Harst–Reuter). Le signe est le même pour tous les résultats non nuls : l'antiécrantage. L'amplitude ne définit pas de couplage universel (Anber–Donoghue–El-Houssieny). La gravité ne peut donc que relever la cible : elle n'aide pas.
La matière. La matière de N_0 ($3\times$ **16**, **10**, **126**, et le **45** et le **210** de la chaîne de référence), mise sur les sites de F_4 (scalaires de sommet, fermions de Wilson ; c'est une discrétisation déclarée), ne change pas cette comparaison. Sa constante de conversion est petite, car elle n'a pas de têtard : $-0{,}1\pm0{,}1$. Elle favorise la branche ordonnée (déterminants exacts sur F_4, $4^3\times8$), ce qui abaisse $1/\alpha_0$ de 0,16. La théorie complète donne la même valeur que la jauge pure. Mise dans la conversion, la matière rend égal des deux côtés le coefficient du logarithme : la cible ne dépend plus de l'échelle de lecture. La valeur obtenue sur F_4 demanderait une conversion de 19 (course à une boucle dans $SO(10)$) à 24 (deux boucles), la moitié de la conversion mesurée.



L'écart d'énergie libre entre la branche ordonnée et la branche désordonnée, dans le calcul d'origine sur le produit (C84, C85) : il s'annule à $\beta_t \approx 24$ ($1/\alpha_0 \approx 75$; le code nouveau donne $\beta_t = 22{,}75$, soit 71,5, sur le produit, et 21,33, soit 67,0, sur F_4, tableau ci-dessous), entre les deux bords de C84 (pointillés). La bande verte est la cible du produit (85 ± 5, conversion calculée) : le point de coexistence tombe en dessous.

réseau	β_t	$1/\alpha_0 = \pi\beta_t$	**entre les bords ?**
calcul d'origine, produit (C84, C85)			
$3^3\times4$	$24{,}1\pm0{,}9$	76 ± 3	oui (22 et 26–28)
$4^3\times4$	$23{,}9\pm0{,}8$	75 ± 3	oui (21 et 27)
code nouveau, produit (`jauge2/`)			
$3^3\times4$	$22{,}46\pm0{,}15$	$70{,}6\pm0{,}5$	oui (20,5 et 26)
$4^3\times4$	$22{,}65\pm0{,}09$	$71{,}1\pm0{,}3$	oui (20,5 et 26)
$4^3\times6$	$22{,}66\pm0{,}09$	$71{,}2\pm0{,}3$	oui (20,5 et 26)
$6^3\times4$	$22{,}75\pm0{,}08$	$71{,}5\pm0{,}3$	oui (20,5 et ≥ 26)
code nouveau, arène F_4 (`alpha0_F4/`)			
$3^3\times4$	$21{,}19\pm0{,}10$	$66{,}6\pm0{,}3$	oui (19 et 24,5)
$4^3\times4$	$21{,}29\pm0{,}08$	$66{,}9\pm0{,}2$	oui (19,5 et 24,5)
$4^3\times6$	$21{,}33\pm0{,}07$	$67{,}0\pm0{,}2$	oui (19 et 24,5)
$6^3\times4$	$21{,}33\pm0{,}07$	$\mathbf{67{,}0\pm0{,}2}$	oui (19,5 et 24,5)
volume infini ($N_\tau = 4$)	21,36	$67{,}1\pm0{,}2$	
cible, conversion perturbative (F_4)	$26{,}2\pm1{,}6$	82 ± 5	
cible, conversion non perturbative, autre étalonnage (F_4)	$27{,}5\pm1{,}4$	86 ± 5	
cible, flot tranché et chaîne à trois boucles (F_4)	$25{,}5\pm1{,}0$	$\mathbf{80\pm3}$	
cible, conversion perturbative (produit)	$27{,}1\pm1{,}6$	85 ± 5	

La forme de l'action. Seule la forme de l'action, posée (Prop. 21), déplace le couplage au grain de façon notable. Au point de coexistence sur F_4, la trace dans le **10** donne $1/\alpha_{\overline{\rm MS}}(1/a) \approx 22$, la trace dans le **16** 28, et le carré de la trace 110. Les trois encadrent la cible. Le mélange des deux formes du **16** s'écrit

$$S \;=\; \beta_f \sum_p \Big(1 - \tfrac{1}{16}\,\mathrm{Re}\,\mathrm{tr}\,U_p\Big) \;+\; \beta_a \sum_p \Big(1 - \tfrac{1}{256}\,|\mathrm{tr}\,U_p|^2\Big), \qquad \frac{1}{g_0^2} = \frac{\beta_f}{4} + \frac{\beta_a}{2}.$$

La transition reste du premier ordre pour tous les rapports $r = \beta_a/\beta_f$, sans point critique terminal.

$r = \beta_a/\beta_f$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	∞
$1/\alpha_0$ au point de coexistence ($3^3 \times 4$)	66,6	86,2	100,5	119,3	176,2
$1/\alpha_{\overline{\text{MS}}}(1/a)$, champ moyen	28,2	37,6	46,8	60,8	109,6
$1/\alpha_{\overline{\text{MS}}}(1/a)$, flot de gradient ($4^3 \times 8$)	25	—	**43,8**	—	107

Le flot est mesuré dans la même boîte et avec le même étalonnage pour les trois colonnes ; à $r = 0$, la mesure de référence donne $29{,}9 \pm 1{,}4$ avec l'étalonnage tranché, soit 1,7 au-dessus du champ moyen. Avec l'étalonnage multiplicatif, aujourd'hui exclu, le flot restait de 3 à 4 unités sous le champ moyen ; la conversion à une boucle est écartée. La chaîne demande 43 ± 3. En relevant la courbe du champ moyen de l'écart d'étalonnage mesuré à $r = 0$ (+1,7, supposé uniforme), elle est atteinte pour

$$r^* \;=\; \beta_a/\beta_f \;=\; 0{,}34 \pm 0{,}10,$$

soit un peu moins que des parts égales des deux termes dans $1/g_0^2$. Les parts égales ($r = \frac{1}{2}$, environ 48,5) et le rapport des Casimirs (0,49) tombent maintenant juste au-dessus de l'intervalle, à moins de deux écarts type. **Nous ne les retenons pas** : aucune règle de N_0 ne fixe un mélange. r^* n'est donc pas une prédiction. C'est une **contrainte** que les couplages mesurés imposent à l'action de N_0, si la chaîne d'unification est juste.

Une dérivation cherchée. Trois voies ont été explorées, avec un critère écrit d'avance, puis une recherche a posteriori assumée. (i) Les règles de lecture de l'accord (indifférenciation, noyau de la chaleur, ordres de $e^{JN_{\text{acc}}}$, demi-accord) : les valeurs dans la cible reviennent toutes à l'égalité des raideurs, qu'aucune règle de N_0 n'impose (`derivation_rstar`). (ii) La durabilité le long de la ligne de coexistence, comme elle choisit J : les transpositions qu'admet la règle 1 placent son maximum à $r \approx 0{,}8$–$1{,}6$ ($1/\alpha_{\overline{\text{MS}}} \approx 55$–$72$), la liberté seule à $r \approx 0{,}24$ (≈ 37) ; deux variantes sur 69 seulement tombent dans la cible, moins que le hasard (`durabilite_ligne`). (iii) Les autres formes du compromis (chaleur latente, entropie de transition, hystérésis) encadrent la cible sans y tomber. **Aucune ne fixe r^*.**

Une structure, non une valeur fine. Dans le cadre de l'article (encadré d'introduction), N_0 fixe les structures et les plages, et les niveaux supérieurs règlent les valeurs fines par de faibles interactions, sur une « assiette plate ». La forme de l'action ne relève pas de ce réglage. Les formes du premier et du second ordre mesurées vont de $1/\alpha_{\overline{\text{MS}}}(1/a) \approx 21$ (un terme $|\text{tr}_{\mathbf{16}}|^2$ négatif) à 123 ($\chi_{\mathbf{210}}$ seul), et la valeur demandée, 43 ± 3, est dans cette plage ; mais une plage aussi large ne prédit presque rien. Surtout, l'écart n'a pas la taille d'une valeur fine : il faut déplacer le couplage d'environ 13 unités, soit 45 %, en changeant la forme même de l'action. Les interactions disponibles (matière induite, habillage par le support) sont environ 300 fois trop faibles, N_1 ne voit pas le partage et N_2 n'a pas de canal vers lui. Pour les masses, au contraire, les ajustements restants valent 0,1 à 0,3 en logarithme. **La forme de l'action est donc une question de structure, du ressort de N_0** : l'on sait ce qu'elle doit donner (un couplage proche de celui du mélange $r^* \approx 0{,}34$). La renvoyer aux niveaux supérieurs comme une valeur fine ferait de la lecture des plages une échappatoire, ce que la condition 3 de l'encadré d'introduction interdit.

La structure fixée par le principe du compromis. Le principe du compromis entre le capital et la complexité (§6.2), tiré du concept MicroGlobal [B, concept], fixe cette structure. Lu sur les quatre flux d'une plaquette — les deux mains, l'aller-retour et la frontière partagée, chacun pour un quart —, il donne l'action A1-A, sans paramètre libre. Son point de coexistence est $\beta = 26{,}60$ ($3^3 \times 4$), 26,74 ($4^3 \times 4$) et 26,80 ($6^3 \times 4$) ; le champ moyen donne 38,6, 39,1 et 39,4. Le décalage avec la taille se stabilise : de 4^3 à 6^3, il vaut moins de la moitié du précédent (+0,06 contre +0,13), et un ajustement en $1/L^3$ donne 26,83 à la limite (`taille_finie_A1A`). Le flot de gradient est mesuré sur une boîte 8^4 au point $4^3 \times 4$ et porté au point $6^3 \times 4$ par sa pente mesurée ($\mathrm{d}X/\mathrm{d}\beta = 4{,}0$). L'étalonnage se fait à couplage faible, à $\beta = 50$, 70, 100, 140, 200 et 400. Là, l'action A1-A et sa variante de positivité exacte (§3.11) ont la même plaquette à 10^{-4} près : leur étalonnage est commun. Il compte 78 configurations en treize ensembles, dont trois indépendants à $\beta = 50$ et à 100, et quatre à $\beta = 400$. L'un de ces ensembles s'écarte des trois autres ($\chi^2 = 14$ à 19 pour trois degrés de liberté) ; les erreurs à $\beta = 400$ sont élargies d'autant (facteur 2,2 à 2,5), et un ensemble espacé de quarante balayages exclut une autocorrélation. Les points à $\beta = 70$, 140 et 200 absorbent l'effet à deux boucles de la conversion. Le modèle d'étalonnage additif s'ajuste alors aux six couplages faibles ($\chi^2 \leq 2{,}2$ pour cinq degrés de liberté). Un modèle en $c + d/\beta$, qui prolonge la correction jusqu'au point de coexistence, donne $42{,}7 \pm 5{,}3$: c'est une borne prudente, non la valeur. On obtient $1/\alpha_{\overline{\text{MS}}}(1/a) = 40{,}0 \pm 1{,}3$ (39,8 au point $4^3 \times 4$). **La valeur tombe dans la cible** (43 ± 3), à son bord bas (`flot_quatre_flux`, `flot_tick_oriente`, `etalonnage400`, `deux_boucles`). Les règles d'étalonnage et la valeur attendue ($40{,}3 \pm 0{,}5$) ont été écrites avant le calcul. La même chaîne, avec les étalonnages propres à chaque action, redonne Wilson ($29{,}9 \pm 1{,}4$) et le mélange ($42{,}7 \pm 2{,}2$). L'écart entre le flot et le champ moyen vaut +1,0, contre +1,7 pour Wilson ; sa cause n'est pas établie. Deux réserves : le flot n'est mesuré qu'au point $4^3 \times 4$ et porté en $6^3 \times 4$ par sa pente ; le flot de Wilson sert de sonde sur une autre action (usage standard, même partie quadratique). **Les autres lectures** du principe tombent hors de la

cible ou au-dessus de son centre : sans la frontière (trois canaux), 52,8, 51,4, 51,4 au flot pour les moyennes arithmétique, géométrique et harmonique (`action_fidele`) ; moyennes géométrique et harmonique des quatre canaux, environ 34 et 30 ; losanges, 96 ; frontière pesée par la surface de contact, 45,0 ($w_L = \frac{1}{7}$) et 47,3 ($\frac{1}{10}$) en champ moyen, soit environ 48 et 50 au flot (`quatre_flux`, `quatre_flux_L`). Le mélange de Wilson et de $|\mathrm{tr}_{\mathbf{16}}|^2$ au partage $r = 0{,}35$ donne $42{,}7 \pm 2{,}2$ au flot (champ moyen : 41,7) ; il sert de comparaison. **Lecture** [B, concept] : la complexité ne garde que la grandeur, $|t|$, parce que la forme n'est pas différenciée à N_0 ; la frontière partagée tient la phase, donc le centre et les flux. La structure est tirée du concept à N_0 ; sa pleine expression apparaîtra avec la différenciation de la dynamique aux niveaux supérieurs.

La figure 20 montre les quatre canaux, l'action qui en sort et le couplage mesuré.

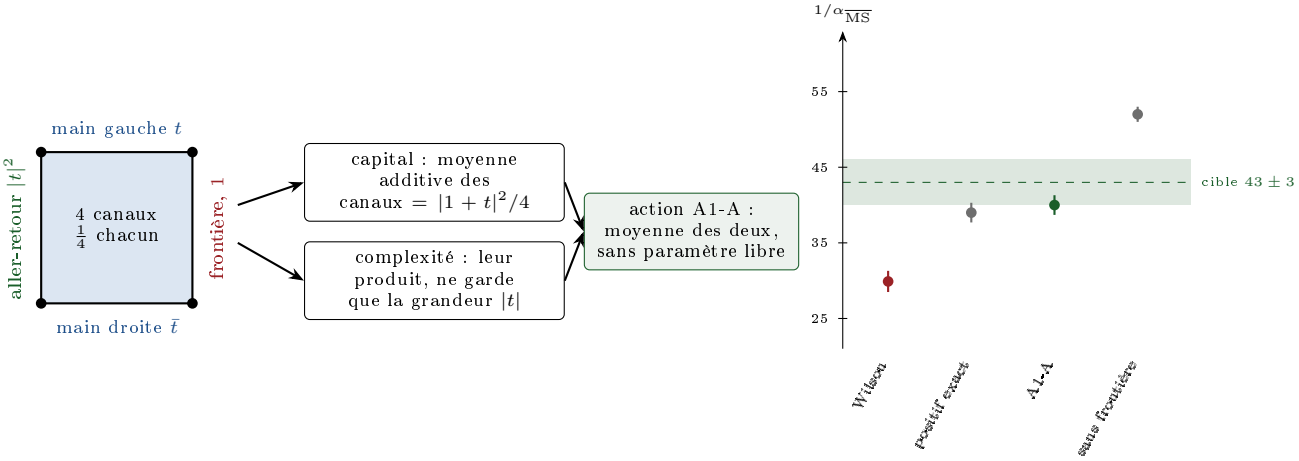


Figure 20: Le principe du compromis appliqué à une plaquette. Les quatre canaux de l'accord pèsent chacun un quart ; le capital en est la moyenne, la complexité le produit, et l'action la moyenne des deux. À droite, le couplage au grain mesuré par le flot de gradient : l'action de Wilson tombe à environ quatre écarts types sous la cible ; l'action A1-A tombe dans la cible, à son bord bas ; sa variante de positivité exacte, un peu plus bas ; sans la frontière partagée, le principe sort de la cible.

Deux compromis (auteur) [B, concept]. La nature optimise deux compromis, deux courbes en cloche. *Le premier* est la complexité elle-même, compromis entre l'ordre et le désordre, entre l'entropie nulle (l'ordre figé, où rien ne s'échange) et l'entropie maximale (le désordre, qui ne transmet rien). Il se mesure par le produit des quatre flux : il suffit qu'un flux manque pour qu'il s'annule. C'est une propriété d'état, sans égard au sens de la boucle ; c'est la durabilité du vide, produit de la complexité et de la liberté, qui fixe la zone de J (§4). *Le second* porte sur le sens de la boucle, c'est-à-dire sur les dépendances entre flux. Une dépendance dans le sens du cycle est constructive : R dépend de L, D de R, H de D, L de H. Une dépendance à rebours est destructive : R dépend de D, D de H, et de même pour les autres pôles. Destructif veut dire accumulation sans complexification : le système grossit sans s'organiser, et comme la dégradation de l'environnement, inévitable, ne produit alors aucune complexité dans le système, le bilan global (système et environnement) bascule vers la dégradation. C'est le compromis entre le capital (accumuler, une addition) et la complexité (multiplier les liens, un produit). *À* N_0, la boucle n'a pas de sens : le premier compromis s'applique pleinement, le second ne se lit que comme l'opposition entre accumuler et complexifier, dont l'action de jauge prend la moyenne. Il ne s'exprime pleinement qu'en N_1, avec le sens de la boucle. *Lecture* [B, concept] : la règle 14 (KD) dit que le partenaire droit d'un état lourd, « lu à rebours », perd un quart d'accord ; dans cette vision, une lecture à rebours est une dépendance destructive, qui accumule sans complexifier — d'où une perte. Cela motive le sens de la règle. La valeur en découle aussi : un lien accordé se lit par quatre canaux, les deux mains, l'aller-retour et la frontière partagée, chacun pour un quart ; seul le canal de la main native porte le sens commun — l'aller-retour et la frontière y sont aveugles, l'autre main est le sens inverse — ; lire à rebours lui ôte sa contribution constructive : un canal sur quatre, d'où la perte d'un quart d'accord, $e^{J/4}$ [B, concept].

Les épreuves du principe hors du couplage. Les masses (`compromis_masses`). Quatre grandeurs de masse combinent deux canaux : la valeur commune de d et e (règle 2, moyenne géométrique), le demi-accord et le quart d'accord (règle 9, moyenne géométrique), les deux bouts de la masse de Majorana (règle 15, moyenne additive). Prises au compromis des deux moyennes, sans paramètre, elles font passer $\chi^2(18)$ de 61 à 45 (entrées de CT8), de 25 à 18 avec l'incertitude de texture. Le décalage entre quarks et leptons se résorbe ($J^* = 0{,}3451$) ; $\sin 2\beta$ passe de +4,7 à +2,6 écarts type. Les trois moyennes donnent le même résultat (44,7 à 46,2) ; le capital seul échoue (161). Les réserves sont fortes. **Le gain vient de la règle 2 seule** ; le quart d'accord et la masse de Majorana se dégradent, alors que la masse de Majorana est le seul endroit où N_0 utilise déjà la moyenne additive.

Le gain passe par un léger déplacement de J ; m_t/m_c change de signe ($+1{,}7$ à $-1{,}6$). Avec l'incertitude de texture, le gain ($-7{,}6$) reste sous le seuil fixé (-9). Les lectures à trois canaux, qui demandent une échelle libre, sont exclues dans les masses. **Statut** : indication favorable [E], non une prédiction indépendante. **Le couplage fort et le proton** (§7.3). Inversée, la chaîne d'unification donne $\alpha_s(M_Z) = 0{,}102 \pm 0{,}010$, à 1,7 écart type sous la mesure ($0{,}1180 \pm 0{,}0009$). Ce sont les mêmes équations que la cible : ce n'est pas une épreuve indépendante. Elle fixe aussi $M_U \approx 2{,}4 \times 10^{15}\,\text{GeV}$, d'où $\tau(p \to e^+\pi^0) \approx 2 \times 10^{32}$ à 4×10^{32} ans (3×10^{29} à 3×10^{33} avec les seuils) : **la valeur centrale est exclue par Super-Kamiokande** ($\tau/B > 2{,}4 \times 10^{34}$ ans). Le proton demande un couplage au grain d'au moins 41,2 à 41,5 ; α_s mesuré demande 42,1 à 42,3. Les deux tirent dans le même sens, à un ou deux écarts type au-dessus de la valeur du flot : une tension, non une exclusion à l'erreur près (`prediction_alphas`). **Une prédiction indépendante ?** (`prediction_independante`). Hors du couplage, le principe n'agit que par les normalisations à deux canaux des masses (règles 2, 9, K4, 14, 15). Leurs effets sont minimes et se compensent : $\sum m_\nu$ bouge de 0,1 meV, δ_{CP} de 0,6°, θ_{23} de 0,6° (l'octant ne change pas), $m_{\beta\beta}$ de 0,07 meV. Aucun écart n'atteint deux fois l'incertitude du modèle, ni la précision des expériences annoncées. Le couplage au grain ne parle au monde mesurable que par la chaîne : α_s, M_U, M_R, τ_p et, par M_R, $\sum m_\nu$ ne font qu'un seul test. Le principe ne fixe pas non plus J : treize traductions des deux mouvements sur le point et le point de points placent le maximum de durabilité hors de la zone, sauf une ($0{,}3463 \pm 0{,}0005$), que les masses réfutent ($\chi^2(18) \geq 470$; `J_compromis`). **Le principe n'a pas aujourd'hui de prédiction indépendante et tranchante.** En gravité (N_1), il redonne la raideur $s = -\frac{1}{2}$ des 16-cellules de F_4, que fixe aussi l'universalité graviton = photon ; appliqué au complexe dual (nid de 24-cellules), il échoue, alors que l'universalité y choisit encore un point unique (`epreuve_24cellules`). **L'épreuve indépendante en gravité est négative.**

L'écart est fixé au grain. Sur un réseau $8^3 \times 16$, le couplage du flot, relu de $\sqrt{8t} = a$ à $2{,}7a$ et recouru en jauge pure jusqu'à $1/a$, ne bouge pas ($+0{,}3 \pm 1{,}2$, contre 4,6 de course sur la fenêtre) ; le contrôle redonne $27{,}6 \pm 1{,}8$ (`course_sous_maille`). La valeur 28 n'est donc pas un artefact de coupure. Le réseau, sans matière, ne voit pas la course au-dessus de M_U : elle se lit sur la chaîne. Pour que 28 soit juste, la chaîne devrait y courir avec $b_{10} \approx +19$ à $+21$ au lieu de $-2{,}7$: il faudrait environ deux scalaires de dimension 126 de plus ($\overline{\mathbf{126}} + \mathbf{126}$: 27–28 ; $\overline{\mathbf{126}} + \mathbf{210}$: 29–30), que N_0 ne pose pas. Les seuils du contenu nommé vont en sens inverse.

Les deux issues. L'écart ne se ferme donc que de deux façons, et N_0 ne désigne ni l'une ni l'autre : **(A)** l'action de jauge contient un terme du second ordre ($|\text{tr}_{\mathbf{16}}|^2$ ou $\chi_{\mathbf{210}}$) à parts à peu près égales avec la trace simple ; **(B)** la chaîne au-dessus de M_U contient environ deux scalaires de dimension 126 de plus. L'issue (B) n'est demandée par rien : un **126** complexe contient déjà son conjugué, seule la supersymétrie, absente, exigerait un second champ, les neutrinos de N_0 passent par le seesaw inverse, et un **120** ne fermerait l'écart qu'en partie (31 à 39). Reste l'issue (A).

Ce que les niveaux supérieurs peuvent apporter. Chaque niveau a été examiné, sans lui prêter de capacité qu'il n'a pas (`niveaux_superieurs`). N_1, dont le champ est libre, ne lit que la raideur totale $\beta_f + 2\beta_a$: il ne voit pas le partage, et ne peut le fixer que par une règle de comptage. La chiralité de N_1 rend naturelle la forme $|\text{tr}_{\mathbf{16}}|^2 = \text{tr}_{\mathbf{16}}\,\text{tr}_{\overline{\mathbf{16}}}$, produit des deux mains, qui a aussi la forme de la paire réfléchie de la positivité de réflexion ; l'action induite par le **45** et le **210** a exactement cette forme. Mais aucun niveau n'en fixe le poids. Les comptages de N_1 donnent $r = \frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ ou 1 (38, 47, 61) ; l'habillage de N_2 ne touche que la trace simple ; les actions de point fixe de la littérature ont le signe opposé ($r \leq 0$) ; le transfert sur deux couches donne un terme positif, mais en couplage fort, où le noyau de la chaleur fait de même. **Le cahier des charges est donc précis** : une *règle de partage* entre l'amplitude ($\text{Re}\,\text{tr}_{\mathbf{16}}$) et la probabilité de retour ($|\text{tr}_{\mathbf{16}}|^2$), sans paramètre, donnant $r \in [0{,}24\ ;\ 0{,}44]$, sans part dans le **10**, et avec une prédiction indépendante de cet écart. Sans ce dernier point, la règle ne serait qu'un réglage renommé. La valeur $r = \frac{1}{2}$ (raideurs égales de l'amplitude et de la probabilité) tombe juste au-dessus de l'intervalle, à moins de deux écarts type ; elle reste **non dérivée**. Le principe du compromis entre capital et complexité, posé, lu sur les quatre flux, fixe l'action sans passer par ce rapport : $40{,}0 \pm 1{,}3$ au flot (Prop. 21).

Le couplage au grain [C]

Au point de coexistence de la jauge sur l'arène F_4, $1/\alpha_0 = 67{,}0 \pm 0{,}2$ ($6^3 \times 4$; $67{,}1 \pm 0{,}2$ en volume infini ; quatre ou six couches de temps donnent la même valeur), entre les deux bords d'une transition du premier ordre. La conversion $1/\alpha_0 = \pi\beta$ est la même que sur le produit, où le même code donne $71{,}5 \pm 0{,}3$. Le calcul d'origine sur le produit donnait 75 ± 3 : les deux codes ont les mêmes données (même pente de l'écart d'énergie libre), mais diffèrent d'une constante de normalisation de la branche ordonnée ($\approx 0{,}6$ par plaquette) que le nouveau code, contrôlé sur l'intégrale exacte d'un lien à 0,004 près par lien, ne reproduit pas. La valeur que demandent les couplages mesurés, courus jusqu'au grain par la chaîne d'unification et convertis au schéma de réseau de F_4 par une conversion mesurée sans perturbation (flot de gradient), est 80 ± 3 (cible de la chaîne à trois boucles et avec seuils ; flot à étalonnage additif). **La valeur obtenue tombe hors de cette plage**, en dessous, à environ quatre écarts type. Le couplage au grain est donc trop fort : lu en $\overline{\text{MS}}$, il vaut $1/\alpha_{\overline{\text{MS}}}(1/a) = 29{,}9 \pm 1{,}4$, alors que la chaîne demande 43 ± 3. Avec la conversion perturbative, la cible est 82 ± 5 ($-3{,}1$ écarts type) ; sur le produit, 71,5 est sous sa cible 85 ± 5 ($-2{,}6$). L'écart est robuste. Il tient pour les deux géométries de l'arène, pour l'échelle de lecture que N_0 désigne (la maille a_c), pour le contenu et les seuils raisonnables de la chaîne, pour la conversion (perturbative et non perturbative), pour la normalisation et pour la matière ; la gravité l'aggrave (O21). La lecture au point de coexistence est celle que N_0 désigne. **L'écart tient à la forme de l'action** de Wilson. Il devient une contrainte : avec un terme $|\text{tr}_{\mathbf{16}}|^2$ de poids $\beta_a/\beta_f = 0{,}34 \pm 0{,}10$, la valeur obtenue tombe dans la cible. Ce rapport n'est fixé par aucune règle de N_0. Sans ajustement : β ne dépend pas de J, et la règle qui le fixe (le point de coexistence) n'est pas la durabilité du vide des flux. Avec des choix déclarés : lecture euclidienne ([D]), réseaux de taille modeste (jusqu'à $6^3 \times 4$ et $4^3 \times 6$ pour le point de coexistence, $6^3 \times 12$ pour le flot), une cible qui passe par la chaîne d'unification (règle 5). Aucune règle de lecture de l'accord, ni la durabilité le long de la ligne de coexistence, ne fixe ce rapport. La forme de l'action est une question de structure, du ressort de N_0, et non une valeur fine : l'écart est trop grand pour un réglage par de faibles interactions. **Le principe du compromis entre capital et complexité** (tiré du concept [B, concept]) la fixe : lu sur les quatre flux d'une plaquette (les deux mains, l'aller-retour, la frontière partagée, chacun pour un quart), il donne $40{,}0 \pm 1{,}3$ au flot de gradient, dans la cible, à son bord bas (sans la frontière, 51 à 53). L'écart est fixé au grain (flot sur $8^3 \times 16$). Un audit indépendant ne trouve aucune erreur de formule (O21). Sans le principe, l'écart ne se fermerait que par un terme du second ordre de poids $r^* \approx 0{,}34$, ou par environ deux scalaires de dimension 126 de plus au-dessus de M_U, que rien ne demande. **Statut** : avec l'action de Wilson, $67{,}0 \pm 0{,}2$, sous la cible 80 ± 3 [H] ; sous le principe du compromis, $40{,}0 \pm 1{,}3$ en $\overline{\text{MS}}$, dans la cible 43 ± 3 à son bord bas [B, concept] ; la chaîne inversée met le principe en tension d'un à deux écarts type avec α_s et le proton (O21).

7.3 La chaîne d'unification

La figure 21 donne le schéma de la chaîne décrite ici.

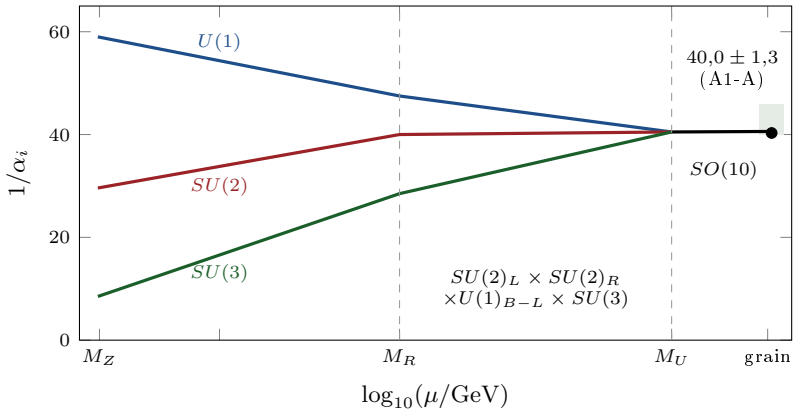


Figure 21 : La chaîne d'unification, en schéma (pentes non à l'échelle). Les couplages mesurés à M_Z sont courus jusqu'à l'échelle droite $M_R \approx 2$–4×10^9 GeV, puis jusqu'à l'unification, $M_U \approx 2 \times 10^{16}$ GeV, et enfin jusqu'au grain. La cible au grain est 43 ± 3 en $\overline{\text{MS}}$ (bande verte) ; le principe du compromis donne $40{,}0 \pm 1{,}3$, à son bord bas. Inversée, la même chaîne donne $\alpha_s(M_Z) = 0{,}102 \pm 0{,}010$ et $M_U \approx 2{,}4 \times 10^{15}$ GeV : un proton trop rapide au centre.

Le nœud ne donne jamais le groupe de Pati–Salam : **la chaîne est directe**, $SO(10) \to SU(3) \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ à l'échelle d'unification M_U, puis le Modèle standard à M_R, par la paire $\nu^c\nu^c$ (C48, C64 ; **conditionnel** aux deux postulats de C64). À deux boucles, les trois couplages mesurés à M_Z fixent :

- $M_U = 1{,}35$ **à** $1{,}62 \times 10^{16}$ **GeV** ; le proton reste au-delà de la sensibilité annoncée de Hyper-Kamiokande (C22, C23, C123) ;
- $M_R = 2{,}6$ **à** $3{,}2 \times 10^9$ **GeV** sur la chaîne directe, à deux boucles et sans les seuils (CT5) ; les masses des états lourds, non calculées, le déplacent d'un facteur 37 à 68 % (masses lourdes à $\times 3$; `somme_nu_seuils`) : les bosons droits hors de portée des collisionneurs, au-dessus de la borne de la leptogenèse thermique.

La parité gauche–droite de $SO(10)$ (« parité D », sans rapport avec la fonction D) doit tomber dès M_U ; si elle survivait, le proton se désintégrerait trop vite (C8, C9). Inversement, le couplage au grain du principe du compromis ($40{,}0 \pm 1{,}3$), avec α_{em} et $\sin^2\theta_W$ mesurés, fixe $\alpha_s(M_Z)$: la chaîne reste déterminée (quatre équations, quatre inconnues). On obtient $\alpha_s(M_Z) = 0{,}102 \pm 0{,}010$ ($M_U \approx 2$ à $2{,}4 \times 10^{15}$ GeV, $M_R \approx 2$ à 3×10^{10} GeV), contre $0{,}1180 \pm 0{,}0009$ mesuré : **1,7 écart type sous la mesure**. L'échelle droite ainsi obtenue est environ huit fois au-dessus de celle de la chaîne directe ($2{,}6$–$3{,}2 \times 10^9$ GeV) et de celle que demandent les neutrinos avec KD ($3{,}7$–$4{,}6 \times 10^9$ GeV) : redonner α_s, c'est redonner l'échelle de la chaîne directe (`coherence_MR`), et l'écart a la même cause. Une unité sur $1/\alpha_{\overline{\text{MS}}}(1/a)$ déplace α_s d'environ 0,006. Avec ce M_U, la désintégration $p \to e^+\pi^0$ par les bosons X donne $\tau_p \approx 2 \times 10^{32}$ à 4×10^{32} ans (3×10^{29} à 3×10^{33} avec les seuils) : **la valeur centrale est exclue par Super-Kamiokande** ($\tau/B > 2{,}4 \times 10^{34}$ ans). Comme τ_p varie comme M_U^4, la borne demande un couplage au grain d'au moins 41,2 à 41,5, soit 0,9 à 1,1 écart type au-dessus de la valeur du flot ; Hyper-Kamiokande ($\approx 8 \times 10^{34}$ ans en dix ans) demandera 41,6 à 41,8. Le proton et α_s tirent le couplage au grain dans le même sens : c'est l'épreuve la plus serrée du principe, et l'incertitude au grain, qui domine la chaîne, la tranchera (`prediction_alphas`).

7.4 La longueur d'unification et la taille de l'association

L'échelle d'unification se lit en mailles du réseau : $n = 1/(M_U a)$. La chaîne directe prend l'intensité mesurée de la force forte, $\alpha_s(M_Z) = 0{,}1180 \pm 0{,}0009$, en entrée. Elle fixe M_U, pas la maille. La maille vient d'ailleurs (le comptage des faces, §3.1) : avec $a \approx 2{,}8$ à $4{,}1\,\ell_P$, on trouve $n \approx 184$ **à** 325. Si l'on imposait au contraire une petite association, M_U monterait, et α_s prédit serait bien trop fort :

$n = 1/(M_U a)$	association (diamètre)	$\alpha_s(M_Z)$ prédit, $M_C = M_U$
3,04	192 grains	**0,183–0,192**
5,02	648 grains	**0,171–0,180**
7,23	≈ 1 600 grains	**0,164–0,172**
10,56	≈ 4 900 grains	**0,157–0,164**
$\alpha_s = 0{,}1180 \pm 0{,}0009$ mesuré, en entrée :		$M_U = 1{,}35$–$1{,}62 \times 10^{16}$ GeV ; $n \approx 184$ à 325

Deux valeurs par case : $a = 4{,}11$ et $2{,}80\,\ell_P$ ($\gamma = 0{,}274$ et $0{,}127$) ; chaîne directe à deux boucles, sans seuils (`maille_robustesse/rge.py`). Les quatre petites associations sont exclues de plus de 40 erreurs.

Traduire n en taille d'association demandait une convention entre une énergie et une longueur (un facteur 2π). N_0 fixe pourtant déjà le *rapport* des énergies de deux associations, sans convention : **la même règle donne l'échelle du grain et celle d'une association** — le mode le plus court que le réseau porte, et le mode le plus long qu'une association contient ; leur rapport ρ est un nombre pur (C124).

association	grains	diamètre	ρ (grain / association)
le point	24	$1{,}1\,a$	2,83
le point de points	192	$3{,}0\,a$	**5,35**
rayon 2	648	$5{,}0\,a$	7,73
rayon 3	1 536	$7{,}0\,a$	10,11
rayon 4	3 000	$9{,}0\,a$	12,49
rayon 5	5 184	$11{,}0\,a$	14,87
unification ($\rho = 184$ à 325)	$\approx 1{,}5 \times 10^7$ **à** 8×10^7	150 à $270\,a$	184 à 325

$\rho \approx 1{,}19\times$ diamètre $+1{,}75$ (rayons ≥ 2) ; grains extrapolés en $N \approx 4{,}1\,D^3$ (contrôles K1, K2 de C124) ; pour l'unification, l'extrapolation va très loin au-delà de ces contrôles.

La taille de l'association d'unification [F]

Le point de points porte une énergie 5,35 fois plus basse que le grain ; l'unification en demande 184 à 325, avec la maille de 2,8 à $4{,}1\,\ell_P$. L'association d'unification a un diamètre de 150 à 270 mailles et compte **environ** $1{,}5 \times 10^7$ **à** 8×10^7 **grains** (un rayon de 75 à 135 pas autour d'un point ; extrapolé loin des contrôles). La règle commune donne $\rho \approx 1{,}2\times$ diamètre, et tranche entre les conventions. *Comparée ailleurs* : les quarks lisent le vide d'un volume fermé d'au plus 10^4 grains, trois à quatre ordres de grandeur en dessous. Les deux tailles ne se rejoignent pas (§10.5).

Ce à quoi suffisent 192 grains. Pour chaque contrainte, la taille de la plus petite association qui la résout (C122) :

contrainte	association	où
appariement des pattes, $\overline{\mathbf{5}}$, règle de lien	1 grain	C76–C79, C88, C114, C116
mélange des familles lourdes (V_{cb})	2 grains voisins	C81, C108
le **10**, rapports de masses, $B-L$, $d-e$ (2^{e} gén.)	24 grains (point)	C88, C89, C107
couleur et isospin ($\mathbf{3}+\mathbf{2}$ sous S_4)	24 grains (point)	C117, C118, C119
J du vide	$24 + 192$ grains	C92, C93
longueur d'unification (184 à 325 a, chaîne directe)	$1{,}5 \times 10^7$ à 8×10^7 grains	C124, chaîne recalculée
première génération, Cabibbo	24 grains (point), règle « l naît de s »	C125–C127, C154
chiralité de la force faible	N_1 (choix du signe)	C121
échelles de course (M_R, électrofaible, confinement)	la course sur l'arène, non une taille	C13, C22

Pour les formes, 192 grains suffisent : générations, multiplets, couleur, isospin, rapports de masses, vide — tout se joue au grain, au point et au point de points. **Pour l'échelle d'unification, non** : il faut une association environ 10^5 fois plus grande (8×10^4 à 4×10^5 fois). Ces étages supplémentaires ne sont pas des fonctions nouvelles : ce sont des réseaux plus grands du même échelon $N_{0.3}$.

Le tableau 21 fait le bilan du chapitre, et le tableau 22 en donne les correspondances N_4/N_0.

résultat	statut	remarque
groupe Spin(10) de la connexion	[B]	opérations à deux modes du nœud et identification des modes d'un nœud à l'autre (Prop. 18, 19)
centre $\mathbb{Z}_4$: $\pm i$ sur **16**, $\overline{\mathbf{16}}$	[A] pour le groupe, [B] pour le nœud (sous le postulat des modes) ; lecture [G]	les deux racines non départagées séparent matière et antimatière (Prop. 20)
place du doublet de Higgs	[B]	opérateurs à un mode d'isospin, hypercharge $+\frac{1}{2}$ (§6.2)
$\sin^2\theta_W = \frac{3}{8}$ à l'unification	[B]	stabilisateur de la paire $\nu^c\nu^c$ (C6)
$1/\alpha_0 = 67{,}0 \pm 0{,}2$	[C] valeur ; [H] avec Wilson ; [B, concept] sous le principe	point de coexistence de la jauge sur F_4 ; avec Wilson, sous la cible ($29{,}9 \pm 1{,}4$ contre 43 ± 3 en $\overline{\text{MS}}$, environ -4σ) ; sous le principe du compromis, $40{,}0 \pm 1{,}3$, dans la cible à son bord bas (§7.2, O21)
chaîne directe $SO(10) \to 3221$	[D] règle 5	deux postulats de C64
M_U, M_R	[F]	calculés sur la chaîne directe, à deux boucles depuis les couplages mesurés (C22, C123)
$1/(M_U a) \approx 184$–325	[F] (α_s en entrée)	la chaîne directe fixe M_U ; n suit de la maille $a \approx 2{,}8$–$4{,}1\,\ell_P$, conditionnelle à γ (§3.1, O19)
taille de l'association d'unification	[F]	sur la chaîne directe ; $\rho \approx 1{,}2\times$ diamètre, sans convention (C124)

Tableau 21: Les couplages et les échelles : ce qui est dérivé, posé, renvoyé.

la règle	N_4 **: la société**	N_0 **: les échelles**
le compromis d'une transition brusque est l'égalité des deux camps	une décision collective se prend là où aucun camp ne l'emporte	$1/\alpha_0$ au point de coexistence
la forme se fixe en petit, l'échelle en grand	une règle se décide en comité, son effet se mesure à l'échelle d'un pays	192 grains pour les formes, 10^7 à 10^8 pour l'unification
une même mesure pour la partie et le tout	on compare deux villes avec la même unité	le même spectre donne grain et association

Tableau 22: Correspondances N_4/N_0 pour les échelles.

8 Les neutrinos

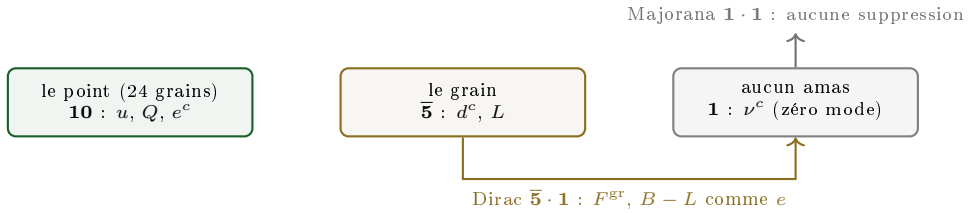
Pour le lecteur non spécialiste : les neutrinos, particules presque sans masse

Les neutrinos sont les particules de matière les plus discrètes. Ils n'ont pas de charge électrique et traversent la Terre presque sans la toucher. Des milliers de milliards nous traversent chaque seconde. On a longtemps cru qu'ils n'avaient pas de masse. On sait aujourd'hui qu'ils en ont une, des millions de fois plus petite que celle de l'électron : en voyageant, un neutrino change de type, ce qui n'est possible que s'il a une masse. Ces *oscillations* mesurent les écarts entre les masses, pas les masses elles-mêmes.
Trois questions restent ouvertes, que l'expérience tranchera bientôt. Quelle est la somme des trois masses ? Le neutrino le plus lourd est-il seul en haut (ordre « normal ») ou seul en bas (ordre « inversé ») ? Les neutrinos distinguent-ils la matière de l'antimatière, et dans quel sens (la « violation de CP ») ?
Ce chapitre lit le neutrino comme un *déchet* : une partie de structure que le voisinage ne reconnaît pas, et que le vide reçoit sans la trier. Cette lecture donne l'ordre normal, une somme des masses de 0,063 à 0,070 eV et un sens de violation de CP opposé à celui des quarks. Ce sont des prédictions : des mesures peuvent les réfuter.

Les neutrinos sont le terrain où le modèle est le plus exposé : leurs masses sont un million de fois plus petites que celle de l'électron, leurs mélanges sont grands quand ceux des quarks sont petits, et l'ordre de leurs masses n'est pas encore tranché par l'expérience. Cette section en tire, dans l'ordre, les rapports et l'ordre, les mélanges, puis l'échelle — qui demande la lecture du neutrino comme *déchet*.

8.1 Le neutrino droit ne porte pas de famille

Le neutrino droit ν^c est l'état à zéro mode du nœud de matière (§3.8). Sous le groupe qui distingue les trois partitions des pattes, cet état est invariant : il n'est attaché à aucune partition, et n'engage l'organisation d'aucun amas. **Ses trois masses de Majorana sont égales** au niveau de N_0 (C128).

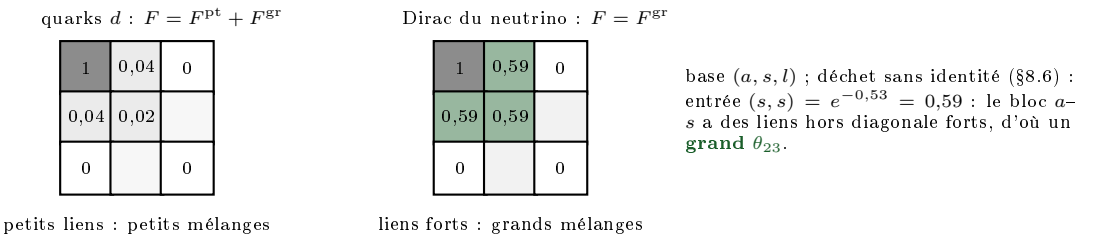


Où vivent les trois multiplets d'une génération. Le neutrino droit n'est attaché à aucune partition : ses trois masses de Majorana sont égales, et le seesaw ne voit que le grain.

Une propriété ne dépend même pas de cette invariance : si ν^c portait des suppressions, elles entreraient dans la masse de Dirac et, au double, dans la masse de Majorana ; elles s'annulent exactement dans le seesaw. **Le spectre léger ne dépend pas de l'endroit où vit ν^c** : les neutrinos légers lisent directement le grain, qui porte le $\overline{\mathbf{5}}$ et donc le doublet de leptons.

8.2 L'ordre normal et les grands mélanges

La masse de Dirac du neutrino a la texture de N_0 (§5.5), avec la seule suppression du grain : $F_s^{\mathrm{gr}} \approx 0{,}5$, quand les quarks portent aussi celle du point ($F_s^{\mathrm{pt}} + F_s^{\mathrm{gr}} \approx 3{,}3$). Le lien entre les familles a et s vaut donc $e^{-0{,}53} = 0{,}59$ pour le neutrino, 0,04 pour les quarks.



Les textures de N_0 (valeurs relatives). La masse de Dirac du neutrino ne porte que la suppression du grain, petite pour s : ses liens hors diagonale sont forts.

Ordre sans règle ajoutée, mélanges grands [C]

L'ordre des masses est normal, celui que les données favorisent, pour toutes les lectures du facteur $B - L$ et toutes les phases (C128). **Les mélanges des leptons sont grands** — 30 à 45° au lieu de quelques degrés — *parce que* le neutrino n'est couplé qu'au grain (C131). Lue comme $M_D\, M_D^{\mathrm{T}}$, la masse légère serait **trop hiérarchique** (écart solaire 10 fois trop petit, C153) ; lue comme un déchet émis par l'association et reçu par le vide, elle a le bon spectre (§8.6, C160).

8.3 L'échelle : le seesaw de type I ne suffit pas

La troisième génération est la famille du vide : aucun multiplet n'y est supprimé, et la masse de Dirac du troisième neutrino est celle du top à l'unification ($m_3^D \approx 75\,\mathrm{GeV}$ à M_R). Le neutrino droit n'ayant pas de famille, sa masse de Majorana vaut au plus $f\, v_R$, soit $4{,}6 \times 10^9$ à $2{,}0 \times 10^{10}\,\mathrm{GeV}$. Le seesaw de type I demande $1{,}1 \times 10^{14}\,\mathrm{GeV}$ (C129) :

	$M_R = 2{,}6 \times 10^9$ GeV		$M_R = 3{,}2 \times 10^9$ GeV	
	$f \le 1$	$f \le \sqrt{4\pi}$	$f \le 1$	$f \le \sqrt{4\pi}$
m_3^D à M_R ($y_t(M_U) = 0{,}45$)	75 GeV			
M_N demandé ($m_\nu = 0{,}05\,\mathrm{eV}$)	$1{,}1 \times 10^{14}$ GeV			
M_N disponible	$4{,}6 \times 10^9$	$1{,}6 \times 10^{10}$	$5{,}7 \times 10^9$	$2{,}0 \times 10^{10}$
écart	**×24 000**	**×6 800**	**×19 600**	**×5 500**
m_3^D admissible	0,48 GeV	0,91 GeV	0,53 GeV	1,00 GeV
soit, de la valeur de N_0	0,6 %	1,2 %	0,7 %	1,3 %

S1 : y_t couru dans le Modèle standard de m_t à $M_U = 1{,}5 \times 10^{16}\,\mathrm{GeV}$, puis y_{ν_3} redescendu sans couleur jusqu'à M_R (chaîne directe, CT5, CT6) ; les seuils et la course gauche–droite au-dessus de M_R changent m_3^D de moins d'un facteur 2.

Il manque un facteur 5 500 à 24 000. Les sorties classiques — compenser la masse de Dirac dans la troisième génération, monter l'échelle droite, un triplet gauche léger — contredisent ce que le modèle a déjà établi. **La seule sortie qui ne casse rien** est un état neutre de plus par génération, hors des seize états : le *seesaw inverse*, où la masse légère vaut

$$m_\nu \;\approx\; \frac{(m_3^D)^2\,\mu}{M^2}, \tag{17}$$

M étant le lien entre ν^c et le nouvel état, μ la petite masse propre de celui-ci. Si $\mu = 0$, le neutrino léger est exactement sans masse ; la masse de Majorana de ν^c n'y change rien.

8.4 Le neutrino comme déchet

La figure 22 dessine la lecture développée dans cette section.

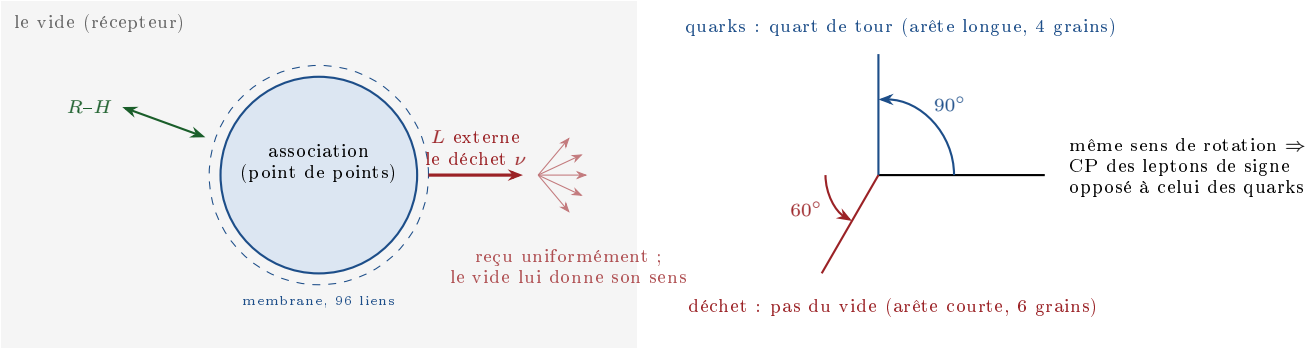


Figure 22: Le neutrino comme déchet. À gauche, une association échange avec son voisinage dans les deux sens sur l'axe R–H ; elle rejette ce qu'elle ne reconnaît pas par le seul canal à sens unique, le L externe. Le vide reçoit ce déchet sans le trier et lui donne son sens. À droite, les deux angles de l'arène : le quart de tour des quarks et le sixième de tour du pas du vide, orientés par le même choix. Le signe relatif de la violation de CP en découle [B, concept].

Où vit le nouvel état. Dans la vision de l'auteur, un échelon supérieur peut porter ses propres modes. Le point de points (192 grains) porte alors un état à zéro mode : l'état neutre S, un par génération. Il n'a aucune identité — exactement ce que l'association externalise quand elle rejette ce qui ne correspond pas à son identité.

Règle 6 [D] (fixée avec l'auteur avant le calcul, seconde traduction ; C130, C132)

La petite masse μ de S est l'**impulsion de L externe** : le point de points rejette du L par sa membrane *sans contrepartie* — aucun lien D accordé ne revient ; la variable hiérarchique *n'intervient pas*. Son coût $F = -\ln P$ se mesure dans le vide de N_0 tel quel, et $\mu/M = e^{-F}$.

Une première traduction — une membrane sans aucun échange hiérarchique accordé — donne $F \approx 20$, résultat robuste (deux méthodes concordantes) mais **beaucoup trop rare** : le neutrino serait 3×10^4 à 5×10^5 fois trop léger (C130). L'auteur a précisé que l'absence de hiérarchie veut dire que la variable hiérarchique n'intervient pas ; c'est alors le D, contrepartie d'un échange réciproque, qui doit manquer. C'est la traduction ci-dessus, mesurée sans connaître son résultat.

réseau	F, point de points	F, point (contrôle)	répliques
384 grains	$8{,}68 \pm 0{,}03$	1,6	3
3 072 grains	$9{,}21 \pm 0{,}04$	1,6	2
10 368 grains	$\mathbf{9{,}34 \pm 0{,}01}$	1,65	2
contrôle CT6 : 3 072 à 24 576 grains	**9,31** à **9,36**	1,65	6 séries
fenêtre demandée	7,5 à 10,0		
lecture « sans échange hiérarchique » (C130)	20,2 à 20,7	2,5 à 2,9	

Tirage des couleurs (avec $L > 0$) : 8,4 à 9,1 sur 384 et 3 072 grains, accord avec le calcul exact. La moyenne ne dépend pas d'états rares : les configurations à 5 facteurs $\frac{1}{2}$ ou moins en font 20 à 26 %, et le plus petit nombre observé est 2 à 4.

M (lien ν^c–S)	v_R, $M_R = 2{,}6\times10^9$	v_R, $M_R = 3{,}2\times10^9$	*($\sqrt{4\pi}\,v_R$, écarté)*
m_ν (le plus lourd), $F = 9{,}34$	**0,106 eV**	**0,086 eV**	*(0,024–0,030 eV)*
observé		$\sqrt{\Delta m^2_{\text{atm}}} \approx 0{,}050$ eV	

Étape intermédiaire : sans la réception par le vide (C161) ni l'asymétrie gauche–droite (règle 14). La valeur retenue, 0,052 à 0,063 eV, est celle de l'encadré ci-dessous.

L'échelle des neutrinos [E]

Le coût du rejet sans contrepartie au point de points vaut $F = 9{,}34 \pm 0{,}02$ (dispersion de CT6), stable de 3 072 à 24 576 grains (CT6), dans la fenêtre que demande l'échelle (7,5 à 10). Avec $M = v_R$ (ci-dessous) et l'échelle droite de la chaîne directe à deux boucles, et la réception du déchet par le vide (§8.6, C161), **le neutrino le plus lourd pèse 0,067 à 0,098 eV**, pour 0,050 observé, *sans paramètre ajusté* : le bon ordre de grandeur, 1,3 à 1,9 fois la valeur observée, tous les états lourds étant mis à leur échelle. Les seuils de l'unification laissent M_R incertain d'un facteur 37 à 68 % (masses lourdes à ×3 ; `somme_nu_seuils`), dominé par les états colorés qui distinguent la gauche de la droite (C197). Le choix de signe de N_1 étant global, le côté gauche est natif, et le partenaire droit, lu à rebours, perd un quart d'accord : $M_{\text{droit}}/M_{\text{gauche}} = e^{J/4}$ (règle 14, KD, C198). Alors $M_R = 4{,}1\times10^9$ GeV et **le neutrino le plus lourd pèse 0,052 à 0,063 eV** ; $\sum m_\nu \approx 0{,}066$–$0{,}086$ eV (la masse 0,052–0,063 eV multipliée par le rapport $\sum m_\nu/m_{\nu_3} = 1{,}26$–$1{,}37$ calculé sur la plage, `CRITERE_cp_somme_plage.md`). Ces deux plages sont tirées du spectre propre du modèle, à l'échelle de la chaîne. **Mais cette échelle n'est pas fixée par N_0** : avec des masses lourdes tirées à un facteur trois de leur échelle, M_R varie d'un facteur 37 (68 %), et la somme de 0,011 à 0,55 eV (`somme_nu_seuils`). L'échelle absolue est donc attendue de N_1. Ce que N_0 fixe sont les rapports de masses : avec l'écart mesuré $\Delta m^2_{31} = 2{,}513\times10^{-3}$ eV^2 (oscillations, indépendant de la cosmologie), ils donnent $m_{\nu_3} = 0{,}050$–$0{,}051$ **eV**, $m_{\nu_1}/m_{\nu_3} = 0{,}08$–$0{,}14$ **et** $\sum m_\nu = 0{,}063$–$0{,}070$ **eV** sur la plage (0,063–0,076 sur la zone entière de J). C'est la prédiction de N_0 pour la somme. Avec les écarts de masse mesurés (NuFIT 6.0), le plus lourd vaut 0,050 à 0,053 eV dans cette plage de la somme : l'échelle du modèle est juste au bord bas, à quelques pour cent près, ce qui reste dans la précision du premier ordre. Le point (24 grains) ne supprime presque rien ($F \approx 1{,}6$) : c'est bien le point de points qui porte S.

Le lien M, fixé par la moitié d'identité. Le lien M relie ν^c, l'état à zéro mode du nœud, à S, l'état à zéro mode du point de points : il traverse le bord de cette association. **Aucun de ses deux côtés ne porte d'identité** — ni famille, ni anneaux. Par la règle de la moitié d'identité (§8.6), un côté sans identité n'apporte rien : le lien n'a ni suppression ni renforcement, et vaut exactement l'échelle du condensat qui le porte, $M = v_R$ (C143). Un couplage maximal ($\sqrt{4\pi}\,v_R$) supposerait un côté qui le porte ; il est écarté. S porte $B - L = +1$, comme ν^c, l'autre état à zéro mode : le lien $\nu^c S$ et la masse μSS passent alors par le condensat du **126** ($B - L = 2$) ; avec $B - L = 0$, le lien demanderait un **16** scalaire, absent du contenu. C'est l'affectation que demandent $M = v_R$ et le contenu scalaire nommé ; elle n'est pas dérivée de la lecture « état à zéro mode du

point de points ». Il en résulte une relation sans paramètre entre la masse des neutrinos et l'échelle des bosons droits :

$$m_{\nu_3} \;=\; \frac{(m_3^D)^2\, e^{-F}}{v_R} \cdot \frac{\lambda_{\max}}{s_{\max}^2} \;; \qquad m_{\nu_3} = 0{,}050 \text{ eV} \iff M_R \approx 4{,}3\text{–}5{,}1 \times 10^9 \text{ GeV}, \tag{18}$$

où $\lambda_{\max} = 1{,}591$ est la plus grande valeur propre de la forme émission–réception (§8.6) et $s_{\max} = 1{,}432$ la plus grande valeur singulière de la texture de Dirac, normalisée sur l'entrée de la famille du vide (C161) ; 1,3 à 1,9 fois la valeur que donne la chaîne directe à deux boucles sans seuils (2,6–3,2 $\times 10^9$ GeV, CT5) ; avec l'asymétrie gauche–droite de KD, 3,7–4,6 $\times 10^9$ GeV (C198) : **la mesure de l'une prédit l'autre**.

Un phénomène de bord. intérieur et extérieur n'étant en N_0 que relatifs (§3.9), « rejeter sans contrepartie » se lit au *bord d'une association* : du L qui passe le bord du point de points sans qu'aucun D accordé ne revienne. Le point de points étant de même nature que le point, **le neutrino est un phénomène de bord de niveau** — ce qui s'accorde avec sa place : l'état S vit au dernier échelon de N_0, juste avant N_1.

Pourquoi c'est rare : le neutrino compté en bits. Chaque cycle réciproque est une alternance spatiale D/L dont la phase est indifférenciée en N_0 : un bit. Le rejet demande que chaque alternance qui traverse le bord y présente L. Les données de C132 se décomposent ainsi (C141) : $F = 9{,}34$ vaut **13,5 bits**, stable avec la taille — **9,3 bits de phases** (chaque alternance qui traverse le bord présente L une fois sur deux ; 11 à 12 alternances traversent en moyenne, mais la probabilité est dominée par les configurations où il n'en traverse qu'environ 6) et **4,2 bits de compatibilité** (aucune alternance ne doit traverser le bord dans ses deux phases, ce qui n'arrive que dans 5 % des configurations). Au point, 2,4 bits seulement.

8.5 La famille dans le rejet

Si S porte la famille — celle du point central de son point de points —, la suppression propre à S entre deux fois dans μ et deux fois dans M^2 : elle s'annule, comme celle de ν^c. Reste la **facilité de rejet** de chaque famille, $r_p = P(\text{rejet}\,|\,p)/P(\text{rejet}\,|\,a)$, qui pondère les neutrinos légers : $W = \text{diag}(1, r_s, r_l)$ (C133 ; forme retenue au §8.6). Mesurée directement sur 112 graines indépendantes de 10 368 grains, dans le vide sans la règle locale (lecture des poids, C180 ; C194–C201), par le rapport des sommes, l'erreur étant prise sur la dispersion entre graines :

$$r_s = 1{,}31 \pm 0{,}05, \qquad r_l = 1{,}21 \pm 0{,}23$$

(r_l : distribution à queue lourde, les familles l étant rares) ; sous la règle : $1{,}32 \pm 0{,}07$ et $0{,}94 \pm 0{,}11$, compatibles (C162). D'une graine à l'autre, r_s varie beaucoup (médiane 1,23) : les familles s au point de points sont rares et leur rejet très fluctuant. Sans le demi-accord, les angles en dépendent peu (moins de 1° sur $r_s = 1{,}15$–$1{,}45$, $r_l = 0{,}8$–$1{,}2$) ; avec lui, θ_{12} varie de 33,6 à 38°.

8.6 La moitié d'identité : le facteur de $B - L$

Reste le facteur que $B - L$ donne à l'entrée (s, s) de la masse de Dirac du neutrino. Avec le facteur entier ($\sqrt{3}$, comme pour l'électron), θ_{23} et θ_{13} sont justes mais θ_{12} trop petit ; sans facteur, l'inverse (C131, C134). La règle de l'auteur tranche.

Règle 7 [D] : la moitié d'identité (auteur)

Dans aucun flux une association ne se vide de son identité (§3.2) : **un lien porte une moitié de l'identité de chaque côté ; un côté sans identité n'apporte rien.** La moitié vient du budget minimal d'une association stationnaire (§3.9) : R prélève 1 sur un capital de 2, que H reconstitue.

Pour d et e (le lien $\mathbf{10} \cdot \overline{\mathbf{5}}$), les deux côtés ont une identité : les deux moitiés donnent le facteur entier, $\sqrt{3}$ — l'écart $d - e = +\ln 3$ de la section 5. Pour la masse de Dirac du neutrino (le lien $\overline{\mathbf{5}} \cdot \mathbf{1}$), seul le doublet de leptons a une identité ; ν^c, sans anneaux, n'apporte rien :

$$x \;=\; \left(\sqrt{3}\right)^{1/2} \;=\; 3^{1/4} \;\approx\; 1{,}32, \tag{19}$$

sans paramètre.

r_s, r_l mesurés (C201 ; C162 pour les lignes suivantes)	θ_{12}	θ_{23}	θ_{13}	$\Delta m^2_{\text{sol}}/\Delta m^2_{\text{atm}}$
déchet sans identité, lu en sortie, reçu par le vide, pas du vide (C166)	33,8°	43,6°	8,97°	**0,035**
lecture $M_D W M_D^{\mathrm{T}}$ (C153) :				
$x = 3^{1/4}$	33,3°	38,4°	8,52°	**0,0029**
si le demi-accord valait aussi pour le neutrino	35,5°	39,5°	8,51°	**0,0013**
$x = \sqrt{3}$ (facteur entier)	26,2°	44,4°	8,7°	**0,0051**
$x = 1$ (sans facteur)	36,8°	34,3°	8,3°	**0,0018**
observé (NuFIT 6.0, ordre normal)	33,7°	42–49°	8,5°	0,030

Ligne en gras : phases fixées par la règle du pas du vide (C166) ; autres lignes : meilleures phases choisies sur les seuls angles (C151) ; texture de C131 avec les énergies libres de CT4 et la règle locale de C154 (décalages nuls), poids mesurés (`controles/C164_R8.py`, `CT6_nu.py`) ; demi-accord sur les leptons chargés seulement (C155) ; à une erreur près sur toutes les entrées, la ligne en gras varie de ±1,0° (θ_{12}), ±1,6° (θ_{23}), ±0,6° (θ_{13}), ±0,002 (rapport), surtout par r_s, r_l (C194) ; son rapport, son spectre et θ_{23} ne dépendent pas des phases. Dans la lecture $M_D W M_D^{\mathrm{T}}$, le rapport ne dépasse jamais 0,007.

Ce facteur vaut pour un neutrino qui garde l'identité du doublet. Mais le neutrino léger est un *déchet* : l'association le rejette parce qu'il n'a pas de valeur pour lui, et un déchet ne porte plus rien de l'identité de la maison (C155, C160). Les deux côtés de son lien de Dirac sont alors sans identité, et la même règle donne $x = 1$. Le lien entre ν^c et S n'a, lui non plus, aucun côté qui porte une identité : $M = v_R$, sans facteur (C143). **Le demi-accord entre familles** (§5.8) — la même règle, avec le même $\kappa = e^{J/2}$, que dans le secteur d — ne s'applique pas ici : le neutrino est un déchet, il n'a plus l'identité de l'association (C155) ; s'il s'appliquait, il écarterait un peu θ_{12} (35,5°) et séparerait davantage les deux masses légères.

ν^c et S, une superposition [B, concept]. ν^c et S n'ont pas de structure propre. On les lit comme une superposition symétrique de toutes les structures possibles : sur un terrain vide, rien n'est figé. Une superposition uniforme n'a pas de structure, donc pas d'identité : $M = v_R$. Pondérée par le poids naturel du vide, $e^{JN_{\text{acc}}}$, elle donne à S une identité partielle : un point porte ses anneaux internes avec la probabilité $p = 0{,}017$ au J réglé. Le lien reçoit alors un facteur 1,0055, et $\sum m_\nu$ baisse de 0,4 meV ; les rapports et les angles ne bougent pas (`superposition_S`). $M = v_R$ tient. **Une lecture par identités communes** [B, concept]. L'auteur précise la règle 7 : un lien se fait sur les sous-structures communes aux deux côtés, et seulement sur celles qui se côtoient — à N_0, sur leur frontière partagée. Lue ainsi, la règle redonne sans réglage $x = 1$ pour le Dirac du déchet, $M = v_R$, et l'absence d'accord entre points de familles différentes. Avec une croissance multiplicative, elle redit $\frac{1}{2}$ (K3) et $\frac{1}{4}$ (K4). Appliquée au facteur $B - L$ de l'électron, elle n'est juste que si $B - L$ appartient aux anneaux du point, et non à chaque membre du doublet ($\chi^2 = 3831$ sinon). Elle ne redonne pas KD, et ne dérive pas les règles 9 et 14, qui découlent d'une autre lecture du concept (la part des canaux ou des axes partagés) (`liens_identite`).

Le déchet émis par l'association, reçu par le vide (règle 15, C155–C164) [B, concept]

Une masse de Majorana a deux extrémités. L'*émission* est lue avec l'association qui rejette : la texture de Dirac, sans demi-accord ni moitié d'identité, et *dans le sens de la sortie* : inverser le sens d'une lecture change le signe du produit (§6.6, C120), si bien que les liens entre familles du déchet portent le signe opposé à ceux des leptons chargés, qui restent dans l'association. La *réception* est lue par l'environnement qui reçoit le déchet : au bout du compte le vide, qui le prend par l'axe de ses échanges avec l'environnement (R–H, en captant), alors que l'association l'a émis par la face externe de sa liaison (axe D–L) ; le vide ne reçoit qu'une présence, non une famille : sa réception est uniforme. D'où, symétrisée,

$$m_\nu \;\propto\; \tfrac{1}{2}\big(M_D\, W + W\, M_D^{\mathrm{T}}\big), \qquad W = \mathrm{diag}(1, r_s, r_l).$$

Sous la règle 15 et la règle 16 (ci-dessous), sans autre réglage, $\theta_{12} = 33{,}8°$, $\theta_{23} = 43{,}6°$, $\theta_{13} = 8{,}97°$ (entrées de C201 ; avec celles de C162, $\theta_{13} = 8{,}24°$ et un rapport des écarts de 0,0327), à moins d'une erreur chacun ; $m_1 : m_2 : m_3 = 0{,}11 : 0{,}22 : 1$, ordre normal ; mais **le rapport des écarts vaut 0,035** pour 0,030 observé, à +2,8 erreurs, incertitude du modèle comprise ; 0,0324 (+1,4) dans le cube de deux périodes (§10.5). Le côté neutrino donne $\theta_{23} \approx 41°$; la rotation des leptons chargés (2,6°), de sens opposé, s'y ajoute. Parmi les réceptions pondérées, seules celles qui reçoivent s comme a tiennent les trois angles (C157 ; la réception de l peut varier d'un facteur e environ ; `regles_15_16`). Le maximum d'entropie ne donne l'uniformité que si le vide ne paie pas, pour le déchet, les coûts de frontière qu'il paie pour une famille : avec eux, θ_{23} tombe à 26°. Les trois éléments de la règle — ni demi-accord, ni moitié d'identité, réception uniforme — découlent d'une seule prémisse, « le déchet ne porte pas l'identité de l'association », qui sert aussi à la règle 9 (K4) : le déchet est un intrus que les voisins ne reconnaissent pas (C159).

Ce qui reste

L'échelle : le vide reçoit avec l'intensité de son propre lien de Dirac, l'entrée de la famille a ($m_3^D/1{,}43$, C161) : $m_{\nu_3} = 0{,}052$–$0{,}063$ eV avec l'asymétrie gauche–droite du spectre lourd (KD, C198 ; relation (18)).

Lue comme $M_D\, W M_D^{\mathrm{T}}$, la masse légère élèverait au carré la hiérarchie du grain : rapport des écarts au plus 0,007 sur toutes les variantes et toutes les phases (C153, CT6). C'est la réception par le vide, linéaire en M_D, qui donne le spectre observé.

Règle 16 [B, concept] : la phase, le pas du vide (C165, C166)

Les phases des deux secteurs n'agissent que par leur *différence* $\varphi = \delta_\nu - \delta_e$: θ_{23} et le rapport des écarts n'en dépendent pas, θ_{12} et θ_{13} en dépendent ensemble (C165). L'association lit ses liens dans $\mathbb{Z}_4$, par quarts de tour (la règle des quarks : $\pi/2$ sur le lien de filiation) ; c'est la charnière d'ordre 4 du grain, l'arête longue. Le vide est une organisation courte : sa charnière est l'arête courte, à 60°, autour de laquelle 6 grains se referment (§3.5). Le déchet, émis par l'association, porte à la fois la rotation des leptons chargés et, reçu par le vide, **le pas du vide, un sixième de tour** : $\varphi = \pi/3$. Alors, sans aucune phase choisie,

$$\theta_{12} = 33{,}8°, \quad \theta_{23} = 43{,}6°, \quad \theta_{13} = 8{,}97°, \quad \delta_{\mathrm{CP}} = 347°, \quad J_{\mathrm{CP}} = -0{,}0080.$$

Cette lecture découle du concept [B, concept]. Le déchet est une partie de structure que les voisins ne reconnaissent pas, un intrus externalisé. Sans identité reconnue, il ne porte ni moitié d'identité ni demi-accord ; il sort par le seul axe à sens unique, de l'association vers l'environnement, d'où sa lecture dans le sens de la sortie ; et le vide ne peut trier ce qui n'a pas d'identité : il le reçoit uniformément. Le signe *global* est une convention (le nommage matière/antimatière), le même pour les quarks et les leptons ; c'est la mesure côté quarks, $J_{\mathrm{CKM}} > 0$, qui le fixe, et non le choix de $\pm i$ de N_1 (l'article N_1 dit ce choix sans rapport avec l'antimatière, et la conjugaison de charge appartient à N_2). Avec la règle 16, le signe *relatif* sort opposé : $J_{\mathrm{CP}} < 0$ pour $J_{\mathrm{CKM}} > 0$ dans tous les cas (C195). Ce sens vient du concept (auteur) [B, concept] : le flux de rejet ne dépend d'aucun pôle — il est fait de ce qui n'est pas l'identité de l'association —, il n'apporte donc aucun sens propre ; le sens est celui du récepteur, le vide, dont le pas est orienté par le même choix de N_1 que le quart de tour des quarks. Les deux tournent dans le même sens, d'où le signe opposé, quelle que soit l'orientation que N_1 choisit. Un pas sans sens défini annulerait la phase et porterait θ_{13} à 9,6°, hors de la mesure ; un pas à rebours donnerait le même signe que les quarks (`sens_du_pas`). La valeur du pas se calcule (`phase_du_pas`) : sous la lecture du concept — un lien qui fait le tour d'une arête prend, à chaque grain, l'angle que ce grain occupe autour d'elle —, un pas vaut l'angle dièdre du grain. Celui de l'arête courte, où six grains se referment, vaut exactement $\pi/3$; celui de l'arête longue, où quatre se referment, exactement $\pi/2$, le quart de tour des quarks et la racine i de N_1 [B, concept]. Pour l'environnement, le déchet est soit inutilisable (entropie élevée), soit une ressource exploitable (entropie basse) : c'est le récepteur qui donne au déchet son sens et sa valeur. **Lecture** [G] : à N_0, le déchet est une fuite sur l'axe D–L, dans l'oscillation superposée entre R–H et D–L, sans succession ; il ne devient un flux orienté qu'en N_1. **Règle tirée du concept** [B, concept] : le pas de $\pi/3$ du vide est l'angle dièdre de l'arête courte ; il reste à éprouver dans d'autres liens qu'il reçoit ; il ne vaut pas quand le vide est la source (le lien direct des quarks u, C169) : c'est un pas de réception. *La symétrie seule ne suffit pas.* Aucune symétrie de N_0 ne fixe $\varphi = \pi/3$: la symétrie du point (T_d) n'a pas d'élément d'ordre 6, ni au point ni autour de l'arête courte (C_{3v}) ; l'élément d'ordre 6 de la géométrie nue échange les deux sous-réseaux de grains ; l'anneau de six donne une famille ($k\pi/3$) ; c'est la lecture du concept, un pas pour un grain, qui fixe $k = 1$. Les angles ne fixent $|\varphi|$ qu'entre 12° et 70° environ à deux écarts type (entre 52° et 87° avec les entrées de C201) ; sur treize phases « naturelles » fixées d'avance, trois à six y tombent (`regles_15_16`). δ_{CP} reste entre 344° et 357° sur toute la fenêtre ; mais le *sens* du pas, que les angles ne voient pas, fixe le signe relatif de CP. *Une seule géométrie* : les trois phases du modèle sont des angles de l'arène (angles dièdres calculés : 90,000° et 60,000° exactement, `phase_du_pas`) — 90°, l'angle dièdre autour de l'arête longue (4 grains ; filiation des quarks), 60°, autour de l'arête courte (6 grains ; réception par le vide), et 109,47°, l'angle entre deux pattes du point (lien direct, règle 11). Sous la lecture du concept — un pas est l'angle qu'occupe un grain, un lien direct l'angle entre deux pattes —, leurs valeurs découlent de la géométrie de l'arène [B, concept] : un pas, un grain ; l'anneau de six, qui ne donnait qu'une famille $k\pi/3$, donne alors $k = 1$.

8.7 Ce qui est établi

Le tableau 23 fait le bilan du chapitre, et le tableau 24 en donne les correspondances N_4/N_0.

résultat	statut	remarque
ν^c sans famille, Majorana égales	[B]	état à zéro mode invariant (C128)
ordre normal	[C]	toutes lectures, toutes phases (C128) ; dépend des énergies libres simulées
grands mélanges	[C]	le neutrino ne voit que le grain (C131) ; valeurs des angles : règle 15 [B, concept]
échelle par le seesaw de type I	[H] réfuté	facteur 5 500–24 000 (C129)
échelle par le rejet sans contrepartie	[D] (règles 6, 7), [B, concept] (14, 15) ; échelle absolue attendue de N_1	$F = 9{,}34$, $M = v_R$, réception à l'intensité du lien du vide : $m_{\nu_3} = 0{,}052$–$0{,}063$ eV avec KD (C132, C143, C161, C198)
facilités de rejet r_s, r_l	[C] mesuré	$1{,}31 \pm 0{,}05$; $1{,}21 \pm 0{,}23$ (C201, 112 graines sans la règle locale)
moitié d'identité	[D] règle 7	1 sur le Dirac du déchet (C160) ; $M = v_R$ sur le lien ν^c–S, sans identité (C143, `superposition_S`)
émission et réception du déchet	[B, concept] règle 15	réception uniforme par le vide (C155, C156, C160)
θ_{12}, θ_{13}	[B, concept] règles 15 et 16	33,8°, 8,97° ; phase relative fixée par le pas du vide, $\pi/3$ (C166)
rapport des écarts	[H]	**0,035** pour 0,030, à +2,8 erreurs (0,0343, à +3,8, avec les entrées mesurées ensemble de CT8) ; indépendant des phases (C160) ; la règle 12 qui l'ajustait est retirée ; 0,0029 dans la lecture $M_D W M_D^{\mathrm{T}}$ (C153)
θ_{23}	[B, concept] règle 15	43,6° pour 42–49°, indépendant des phases ; déchet lu en sortie (C164)
δ_{CP}	[B, concept] règle 16	347°, $J_{\mathrm{CP}} = -0{,}0080$; signe relatif aux quarks opposé, fondé par le concept (le rejet n'a pas de sens propre ; le pas du vide suit l'orientation commune ; non contraint par les angles) ; signe global : convention, fixée par la mesure $J_{\mathrm{CKM}} > 0$, non par le choix de N_1 (C166, C195) ; à mesurer

la règle	N_4 **: la société**	N_0 **: les neutrinos**
ce qui n'appartient à aucun groupe ne porte pas de rang	un passant n'a pas de place dans la hiérarchie d'une entreprise	ν^c, état à zéro mode : aucune famille
qui ne dépend que d'un petit cercle se mêle facilement aux autres	un indépendant change de client sans peine	le neutrino (grain seul) mélange fort
ce qu'on rejette est ce qui ne correspond pas à son identité	une maison sort ses poubelles, pas ses meubles	S, sans identité, est le déchet du point de points
rejeter sans rien recevoir en retour est rare	une ville qui n'échange rien avec ses voisins est une exception	aucun D accordé : $F \approx 9$
on transmet son identité sans la perdre	un professeur donne son savoir et le garde	un lien porte une moitié de chaque côté : $\sqrt{3}$ pour d et e

Tableau 24: Correspondances N_4/N_0 pour les neutrinos.

9 Ce que les simulations ont appris : la géométrie du socle, expliquée simplement

Cette section s'adresse au lecteur qui ne connaît ni la gravité quantique à boucles ni la physique quantique. Elle reprend, sans formalisme, ce que des centaines de séries de simulations ont établi sur le socle N_0 : comment on simule, à quelles échelles on intègre, ce que fait la forme des grains et la manière de les assembler, ce que sont la rigidité et le vide, et quels *leviers* le socle offre aux niveaux suivants, N_1 et N_2, qui sélectionneront les réseaux, les formes et les échelles les plus stables, d'où émergent les particules et les forces. Elle fait le lien, à chaque pas, avec le concept MicroGlobal : des systèmes qui échangent des flux à travers leurs membranes.

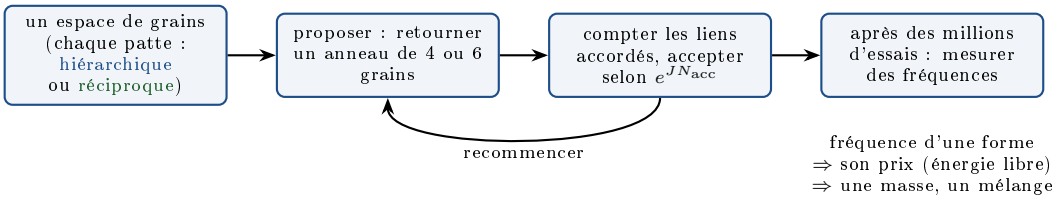
9.1 Le principe d'une simulation

Les briques. L'espace de N_0 est fait de **grains**. Un grain est un petit tétraèdre ; chacune de ses quatre faces est percée par une **patte** qui le relie au grain voisin. Les grains remplissent l'espace sans vide entre eux, comme des briques : six grains par maille d'un réseau régulier.

Deux axes de flux. Dans MicroGlobal, un système vit de quatre flux différenciés : transmettre (R), échanger (D), prélever (H) et lier (L). En N_0, ces quatre fonctions ne sont pas encore distinctes : transmettre et prélever sont les deux sens d'un même axe, l'**axe hiérarchique** ($R = H$) ; échanger et lier sont les deux sens d'un autre axe, l'**axe réciproque** ($D = L$). Le socle n'a donc que **deux axes de flux**, chacun parcourable dans les deux sens, sauf le L externe, à sens unique, de l'association vers son environnement (§3.9). Chaque patte porte l'un ou l'autre : elle est *hiérarchique* ou *réciproque*. Et chaque grain a toujours exactement deux pattes hiérarchiques et deux pattes réciproques.

L'organisation d'un grain. Quatre pattes se partagent en deux paires de trois façons seulement. Choisir *quelle* paire est hiérarchique, c'est choisir l'**organisation** du grain. Deux grains voisins sont **accordés** quand ils ont la même organisation : leurs flux se prolongent sans heurt.

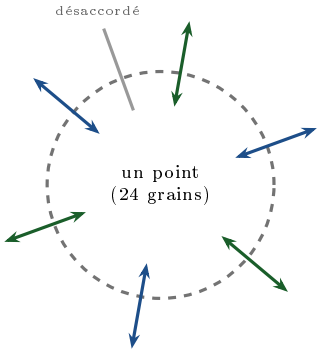
La règle du jeu. Une configuration de l'espace pèse d'autant plus qu'elle compte de liens accordés : son poids est $e^{JN_{\text{acc}}}$, où N_{acc} est le nombre de liens accordés et J le **couplage** (la force du lien), le seul paramètre du modèle. La simulation part d'une configuration, propose sans cesse de petits changements — retourner un anneau de 4 ou 6 grains autour d'une arête, ce qui garde à chaque grain ses deux pattes de chaque sorte —, les accepte ou les refuse selon le poids, et recommence des millions de fois. On ne suit pas un temps physique : on tire au hasard des configurations avec la bonne fréquence, comme on estime le climat en accumulant des jours de météo.



Ce qu'on mesure. On compte combien de fois un regroupement de grains se trouve dans telle organisation. Une fréquence rare veut dire une forme coûteuse : son **prix** (l'énergie libre F) est le logarithme de cette rareté. Une particule est une forme du vide ; sa masse se lit sur son prix, $m \propto e^{-F}$ (§3.7). La simulation ne tire pas des masses au hasard : elle mesure des fréquences, qui sont des nombres fixes, comme la température de fusion de la glace est fixe alors que chaque molécule s'agite.

9.2 Les membranes et les flux

Dans MicroGlobal, un système est délimité par une **membrane**, à travers laquelle passent ses flux. En N_0, les membranes sont *virtuelles* : rien de matériel ne les trace, mais tout regroupement de grains en a une — l'ensemble des pattes qui le relient à l'extérieur. Le **point**, regroupement de 24 grains autour d'un sommet, a une membrane de 24 liens ; le **point de points**, 192 grains, une membrane de 96 liens. Un lien accordé de la membrane laisse passer un flux : hiérarchique s'il porte l'axe R–H, réciproque s'il porte l'axe D–L ; un lien désaccordé ne laisse rien passer.



axe hiérarchique $R = H$: un seul axe, deux sens (transmettre / prélever)

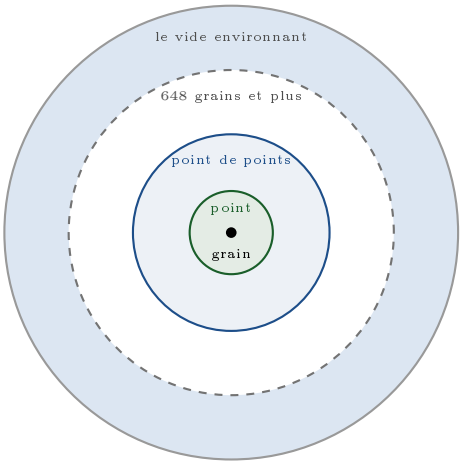
axe réciproque $D = L$: un seul axe, deux sens (échanger / lier)

membrane *virtuelle* : les pattes qui relient le regroupement à l'extérieur

La **complexité** d'une membrane mesure l'écart entre l'échange réel et l'échange idéal — les quatre flux à parts égales, tous transmis (§4.3) : elle baisse quand des liens ne transmettent pas (le désordre) et quand un type de flux manque (l'ordre). La **durabilité** est le compromis entre cette complexité et la liberté du réseau ; elle fixe la zone de J (§4.4). Deux résultats des simulations sur les membranes méritent d'être retenus. **(1)** Seuls le point et le point de points « voient » l'ordre du vide : au-delà (648 grains et plus), la membrane couvre assez du motif pour que tous les flux la traversent à parts égales. **(2)** Une moyenne des flux sur toute une membrane ne dépend pas de la forme du volume : les flux réciproques internes et ceux de la membrane sortent égaux. La forme ne se lit que dans les *corrélations* entre regroupements ; et la distinction entre L interne et L externe se lit au bord d'une association ; son orientation demande une durée, qui appartient à N_1.

9.3 L'échelle d'intégration

Intégrer, c'est ici calculer le prix d'une forme en l'étendant à un regroupement de grains de plus en plus grand, plongé dans un vide de plus en plus grand. Le résultat dépend fortement de l'échelle à laquelle on intègre : c'est l'un des acquis majeurs des simulations.



grain (1) : un bit (sa main), trois organisations ; seul, il donne la forme des hiérarchies de masse, mais une échelle **trois à quatre fois trop faible** (en logarithme).

point (24) : **la famille existe à cette échelle** ; il donne environ les trois quarts de l'échelle des masses en logarithme ($1 : \frac{1}{12} : \frac{1}{250}$), protège la couleur (symétrie S_4), porte $B - L$ sur ses anneaux.

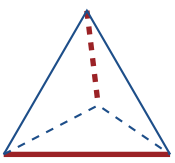
point de points (192) : voit l'ordre du vide (durabilité) ; porte le rejet sans contrepartie, le « déchet » L, d'où l'échelle des neutrinos ($F = 9{,}34$).

au-delà : les membranes deviennent aveugles à l'ordre. **Le vide environnant** compte : les particules ne lisent pas le vide infini, mais un *volume fermé* fini (§9.7).

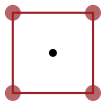
Le tableau des masses le montre directement (§5.1) : porté par un grain, un anneau de 4 ou de 6, la hiérarchie des trois générations est trop faible ; portée par le point, elle atteint environ les trois quarts de la hiérarchie observée en logarithme, sans autre réglage que J. **La particule n'occupe pas un grain, elle occupe un point** : un ensemble de grains est une association, avec ses propriétés propres — c'est la règle de MicroGlobal, l'élément d'un niveau est un système du niveau inférieur.

9.4 La forme des grains

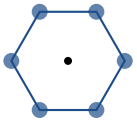
Le grain n'est pas un tétraèdre régulier : c'est un **disphénoïde**, un tétraèdre aux quatre faces identiques, avec deux côtés *longs* opposés et quatre côtés *courts*. Cette forme a trois conséquences, toutes mesurées ou démontrées.



disphénoïde : 2 côtés longs, 4 courts



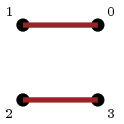
autour d'un côté long : **4 grains**, angle 90°



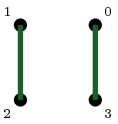
autour d'un côté court : **6 grains**, angle 60°

$4 \times 90° = 360°$
$6 \times 60° = 360°$
l'espace se referme : il est **plat**

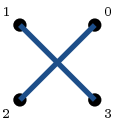
(1) Le vide est plat. Autour de chaque côté, les grains se referment exactement : quatre fois 90° autour d'un côté long, six fois 60° autour d'un côté court. Avec des tétraèdres réguliers, il manquerait ou il y aurait trop d'angle (+78° et −63°) : **c'est la forme du grain qui rend l'espace plat** (§3.5). **(2) Deux sortes d'anneaux, deux angles.** Les anneaux de 4 et de 6 grains sont les lieux où tournent les phases : un quart de tour (90°) pour les liens des quarks, un sixième de tour (60°) pour ce que le vide reçoit — le second est l'angle dièdre de l'arête courte (§8.6) ; le quart de tour est celui de l'arête longue [B, concept]. **(3) Une organisation longue et deux courtes.** Des trois façons d'apparier les pattes, l'une suit les côtés longs, les deux autres les côtés courts. La forme du grain distingue donc une organisation et laisse deux jumelles : d'où les trois familles, et le choix que fait le vide.



appariement **long**
organisation l



appariement **court**
organisation a (le vide)



appariement **court**
organisation s

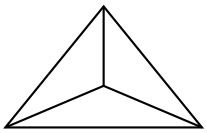
les trois organisations d'un point = **les trois générations**

9.5 La manière d'associer les grains

Une face partagée est une seule face. Deux grains voisins ne sont pas posés côte à côte : ils partagent une face, qui n'appartient à aucun des deux. Ce qui la traverse se lit, de l'autre côté, à l'envers sur l'axe hiérarchique (ce qui transmet d'un côté prélève de l'autre) et à l'identique sur l'axe réciproque (un échange est le même vu des deux côtés) (§3.3). C'est, au niveau le plus bas, la distinction de MicroGlobal entre dépendance et cohérence : **la hiérarchie est relative, la réciprocité est absolue**.

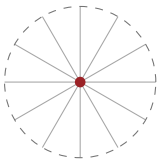
Les chaînes et les boucles. Parce que chaque grain a une patte de chaque fonction et que chaque lien obéit à cette règle, les liens hiérarchiques forment des chaînes fermées, et les liens réciproques des boucles alternées. Rien ne circule encore : les deux sens de chaque chaîne ont le même poids. Le réseau est *biparti* — deux grains voisins sont toujours de deux sous-réseaux opposés.

Le point, lieu de la symétrie. Un grain seul ne voit que peu de symétrie : deux échanges de pattes. Mais les 24 grains qui entourent un sommet retrouvent la symétrie complète du tétraèdre (24 opérations, réflexions comprises). C'est au point, et non au grain, que la couleur et l'isospin sont protégés (§6.4).



un grain : 2 échanges
rien n'est protégé

24 grains →



un point : 24 opérations
3 + 2 protégés

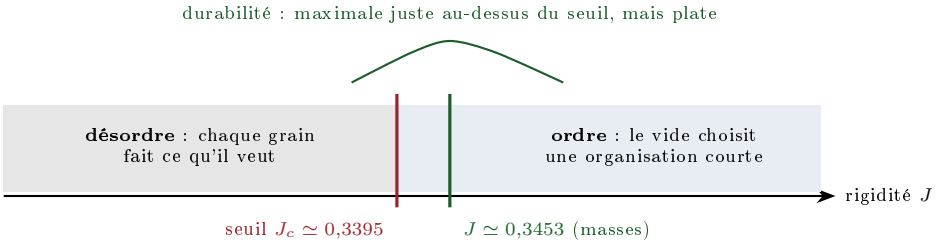
+ une patte →

le nœud de matière : **5 pattes** → 5 états : **3** (couleur) + **2** (isospin) ⇒ **16 états : une génération**

La matière est une patte de plus. Le vide est fait de grains refermés. La matière est le plus petit excès possible : un grain qui porte une **cinquième patte** (§3.8). Cinq pattes ne peuvent pas se refermer : ensemble, elles forment cinq états possibles. Attention, ce ne sont pas les pattes elles-mêmes qui se rangent en trois plus deux (elles se rangent en trois, un et un), ce sont ces *cinq états* : posés sur un point, ils se séparent en trois plus deux — la couleur et l'isospin. Si l'on admet que chacun de ces cinq états est une place qu'on occupe ou non (un postulat, déclaré [G]), leurs combinaisons donnent exactement les seize états d'une génération de particules, avec des charges quantifiées en tiers.

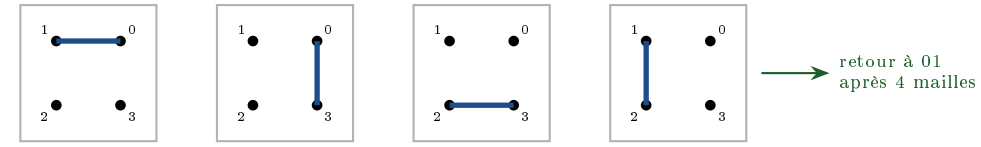
9.6 La rigidité et le vide

La rigidité. J mesure à quel point le socle tient à ses accords : c'est sa **rigidité**. Faible, chaque grain fait ce qu'il veut : le vide est désordonné. Au-delà d'un seuil, $J_c \simeq 0{,}3395$, les grains s'alignent sur une même organisation : le vide s'ordonne. La valeur que demandent les masses, $J \simeq 0{,}3453$, est *juste au-dessus* du seuil, à 1,7 %. La règle de durabilité, qui ne regarde pas les masses, tombe dans cette zone, mais trop à plat pour fixer J : sa valeur exacte reste le seul réglage du modèle (O13).



Le vide. Le vide n'est pas un néant : c'est le socle lui-même, dans son état le plus durable. Il choisit l'une des deux organisations courtes, ce qui brise la symétrie entre les jumelles (les simulations le montrent : l'une des deux l'emporte nettement). Ce choix est un tirage figé, comme le côté de la route ; les masses n'en dépendent pas. Le vide fluctue : ses grains changent sans cesse, autour d'un ordre moyen stable.

L'onde naturelle du socle. Un résultat central des simulations est que le socle désordonné, avant même de s'ordonner, porte **une seule onde privilégiée** : la paire hiérarchique y fait le tour du grain en avançant d'une patte à chaque maille, et revient au départ après quatre mailles (§10.1). C'est le **mode mou** du socle — la forme qu'il prend le plus volontiers, et celle qui s'impose quand il s'ordonne. Il n'y en a qu'une : le socle ne contient pas encore de classes d'ondes.

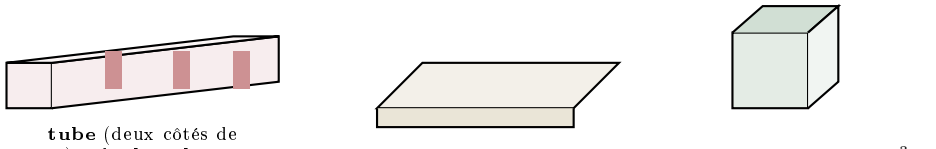


maille 1 : paire 01 — maille 2 : paire 03 — maille 3 : paire 23 — maille 4 : paire 12

Cette période de quatre mailles est la clé des formes : un volume refermé doit en contenir un nombre entier, et au moins deux, pour que l'onde du socle puisse s'y installer (§9.7).

9.7 Les formes des volumes

Une particule ne lit pas le vide infini : elle lit un **volume fermé**, fini, où le vide se referme sur lui-même. Les simulations ont mesuré ce que la forme de ce volume change.



tube (deux côtés de 8) : des **bouchons** où les points s s'accumulent : **refusé**

tranche (un côté de 8) : **à la limite** pour les quarks

cube de deux périodes (8^3) : **le terrain commun**

- **Une épaisseur refermée doit être un multiple de 4** (la période de l'onde du socle), sinon le vide ne s'ordonne plus ; **et d'au moins deux périodes** (8 mailles) : avec une seule, l'onde ne peut pas s'installer.
- **Une seule grandeur commande les quarks** : le prix du point dans l'organisation s, F_s^{pt}. Il doit tomber dans une fenêtre étroite ($\approx$ 2,70–2,80). Les volumes allongés le font baisser (les points s s'y regroupent en bouchons, dont la part croît comme $L^{1,2}$), les grands volumes le font monter.
- **Les leptons** lisent la même grandeur, avec un seuil bas seulement ; **les neutrinos** sont commandés par une autre grandeur, le rejet de la famille l (r_l).
- **Le cube de deux périodes** est l'un des rares volumes mesurés où quarks, leptons et neutrinos s'accordent : lu tout entier dans ce cube, le modèle tient les dix-huit grandeurs avec J pour seul réglage ($\chi^2 = 24$ avec 24 graines, réplication ; il a été retenu parmi une trentaine de volumes). Pourquoi c'est ce volume qui est choisi reste à dire : c'est une sélection que N_1 et N_2 opéreront (O9c).

9.8 Les leviers du socle

Voici, réunies, toutes les variables qui interviennent au niveau N_0. Certaines sont fixées par le socle lui-même ; d'autres restent libres, et ce sont elles que les contraintes de N_1 (un temps orienté, le choix d'un sens) et de N_2 (la façon dont la matière se pose sur le socle) viendront régler, en sélectionnant les réseaux, les formes et les échelles les plus stables.

levier	ce qu'il règle	statut
forme du grain (disphénoïde)	la platitude du vide, les deux angles (90°, 60°), une organisation longue et deux courtes	**fixé par** N_0
association des grains (face partagée, inversion)	hiérarchie relative, réciprocité absolue, chaînes et boucles, réseau biparti	**fixé par** N_0
deux axes de flux ($R = H$, $D = L$)	ce que le socle peut porter : deux distinctions : R–H dans les deux sens, D–L aussi, sauf le L externe	**fixé** ; différenciés par N_1
échelle d'intégration	le grain donne la forme, le point les familles et la couleur, le point de points les neutrinos	**mesuré**
période de l'onde du socle (4 mailles)	les épaisseurs refermées permises (multiples de 4, au moins 8)	**dérivé**
rigidité J	la zone d'ordre (juste au-dessus du seuil) ; la valeur fine des masses	zone **dérivée** ; valeur **réglée**, peut-être fixée par N_1/N_2
organisation choisie par le vide	laquelle des deux courtes devient le vide	**libre** : tirage figé, sans effet sur les masses
taille et forme du volume fermé	la fenêtre de F_s^{pt}, l'accord des secteurs	**libre en** N_0 : sélection par N_1/N_2
main du grain (son bit)	le doublet d'isospin ; plus tard la chiralité	**superposée en** N_0 : choisie en N_1
phases des pattes (centre $\mathbb{Z}_4$, $\pm i$)	matière et antimatière (le signe global des phases CP en dépend : une convention, fixée par la mesure côté quarks, $J_{\mathrm{CKM}} > 0$; le signe relatif, leptons opposés aux quarks, est fixé en N_0)	**indifférencié** : le choix de $\pm i$ en N_1 ne le fixe pas ; conjugaison de charge en N_2
couplage du nœud au vide	le sens de la séparation doublet–triplet	**absent de** N_0 : N_2

9.9 Pourquoi cette géométrie engendre ces particules

Le dernier tableau relie, pas à pas, un trait de la géométrie du socle à une propriété des particules. C'est le cœur de la proposition : **les nombres quantiques ne sont pas ajoutés, ils se lisent sur la forme de l'espace**.

trait géométrique	propriété des particules
quatre pattes, chacune d'un demi-tour de « spin »	le spin $\frac{1}{2}$ de la matière ; le grain porte exactement un bit
le bit du grain : sa main (deux formes miroir)	le doublet d'isospin (la paire des deux mains) ; la chiralité, choisie plus tard
trois façons d'apparier les pattes (une longue, deux courtes)	trois générations ; la plus lourde est celle du vide (a), puis s, puis l
le prix d'un point dans une organisation	la masse : $m \propto e^{-F}$, les rapports de masse avec J pour seul réglage
la symétrie complète du point (24 opérations)	la couleur (un triplet) et l'isospin (un doublet), protégés ensemble
une patte de plus (cinq états, lus comme cinq places à occuper, [G])	la matière : seize états, une génération complète, des charges en tiers
les quatre anneaux internes d'un point, permutés comme les diagonales d'un cube ($\mathbf{4} = \mathbf{1} + \mathbf{3}$)	la charge $B - L$: -1 sur le singulet (lepton), $+\frac{1}{3}$ sur le triplet (quarks)
le quart de tour et le sixième de tour des deux sortes d'anneaux	les phases des mélanges (quarks, et ce que le vide reçoit) ; angles dièdres de l'arène (règles 11 et 16) [B, concept]
le rejet sans contrepartie à la membrane du point de points (L déchet)	le neutrino, très léger
le centre $\mathbb{Z}_4$ porté par la phase commune des pattes ($\pm i$)	la distinction entre matière et antimatière, une convention ; la conjugaison de charge appartient à N_2
l'accord d'un cycle de grains (la règle du socle appliquée aux boucles)	la force de jauge et son couplage ($1/\alpha_0 = 67{,}0 \pm 0{,}2$ sur l'arène F_4, sous sa cible avec l'action de Wilson ; $40{,}0 \pm 1{,}3$, dans la cible à son bord bas, sous le principe du compromis, O21)
l'onde du socle de période 4	les épaisseurs permises, et le cube de deux périodes où les particules se lisent

Ce qui reste à N_1 et N_2. Le socle donne les briques, leur forme, leurs assemblages, la rigidité et l'onde privilégiée. Il ne dit pas encore quelles formes fermées seront choisies, ni la valeur fine de la rigidité, ni le sens

du temps, ni lequel du triplet ou du doublet sera lourd : ce sont des *sélections*, que les contraintes de N_1 puis de N_2 opéreront sur ce socle en superposition — en le perturbant, elles feraient émerger des classes d'ondes, puis des classes de particules (§10.5, O17). L'acquis des simulations est d'avoir dressé la carte complète de ce que le socle offre, et de ce qu'il laisse à choisir.

L'assiette creuse et l'assiette plate. C'est la lecture de MicroGlobal (encadré de l'introduction) : si tout était décidé dès la base, rien n'émergerait. Le socle est une assiette *creuse* : il fixe les conditions grossières — les familles, la couleur, les seize états —, et rien de petit ne les déplace. Les valeurs fines se règlent sur une assiette *plate* : le vide se tient juste au-dessus de son seuil, où de faibles interactions, entre particules et avec le support, suffisent à les ajuster. Les simulations donnent les plages où ces valeurs doivent tomber ; les dix-huit grandeurs du modèle y tombent (§10.4).

10 Bilan

Cette section rassemble ce que l'article établit, ce qu'il doit à des règles, ce qui reste ouvert, et ce qu'il annonce que l'expérience pourra trancher. Elle compte aussi les choix : un modèle qui explique autant de nombres qu'il a fait de choix n'a rien expliqué.

10.1 Vue d'ensemble : les particules et les forces

Les deux tableaux qui suivent rassemblent, particule par particule et force par force, ce que N_0 en dit. Les masses sont données en rapports à la troisième génération (logarithmes), la masse du top fixant l'échelle. La dernière colonne du tableau 25 donne les règles ajoutées que chaque grandeur utilise (tableau 28) ; c'est sur lui que porte le compte du §10.3.

particules	où elles vivent	masse lue	grandeur	modèle	observé	règles
quarks u, c, t	$\mathbf{10}\cdot\mathbf{10}$, au point	$2F^{\mathrm{pt}}$	$\ln(m_t/m_c)$	5,59	$5{,}60 \pm 0{,}03$	1
			$\ln(m_t/m_u)$	11,60	$11{,}83 \pm 0{,}17$	1–4, 8, 10, 11
quarks d, s, b	$\mathbf{10}\cdot\overline{\mathbf{5}}$, point et grain	$F^{\mathrm{pt}} + F^{\mathrm{gr}}$, $B-L$	$\ln(m_b/m_s)$	3,91	$3{,}98 \pm 0{,}09$	1, 2
			$\ln(m_b/m_d)$	6,85	$6{,}97 \pm 0{,}07$	1–4, 9
leptons e, μ, τ	$\mathbf{10}\cdot\overline{\mathbf{5}}$, point et grain	comme d, $B-L$ inverse	$\ln(m_\tau/m_\mu)$	2,80	2,832	1, 2
			$\ln(m_\tau/m_e)$	8,14	8,183	1–4, 9 (K4)
			$T_d - T_e$ (quarks d − leptons)	$-0{,}17$	$-0{,}07 \pm 0{,}11$	9 (K4)
neutrinos	$\overline{\mathbf{5}}\cdot\mathbf{1}$, grain seul ; S au point de points	seesaw inverse	m_{ν_3} (eV)	0,052–0,063	0,050	5, 6, 7, 14, 15
			ordre des masses	normal	normal favorisé	—
			θ_{12}	33,8°	$33{,}7 \pm 0{,}7°$	15, 16
mélanges des quarks	texture $Y_{pq} = e^{-F(p,q)}$		$\lvert V_{us}\rvert$	0,225	$0{,}2245 \pm 0{,}0008$	1–4, 9
			$\lvert V_{cb}\rvert$	0,040	$0{,}041 \pm 0{,}001$	1, 9
			$\lvert V_{ub}\rvert$	0,0037	$0{,}0038 \pm 0{,}0002$	1–4, 8–11
			γ ; $\sin 2\beta$	67,1° ; 0,737	$65{,}9 \pm 3{,}4°$; $0{,}708 \pm 0{,}011$	8, 10, 11
			$\lvert J_{\mathrm{CKM}}\rvert$	$3{,}0 \times 10^{-5}$	$3{,}1 \times 10^{-5}$	8, 10, 11
mélanges des leptons	le neutrino ne voit que le grain		θ_{23}	43,6°	$43{,}3 \pm 0{,}9°$	15
			θ_{13}	8,97°	$8{,}56 \pm 0{,}11°$	15, 16
			$\Delta m^2_{\mathrm{sol}}/\Delta m^2_{\mathrm{atm}}$	0,035	$0{,}0298 \pm 0{,}0008$	15

Tableau 25: Les particules de matière : où elles vivent dans N_0, comment leur masse se lit, et ce que le modèle donne. F^{pt}, F^{gr} : énergies libres d'une famille au point et au grain ; familles a, s, l = troisième, deuxième, première génération. Règles : numéros du tableau 28 ; « — » : aucune règle ajoutée ; toutes les grandeurs dépendent en outre de J, réglé. Rapports et mélanges observés à M_Z (basse énergie, §3.8) : masses de Huang–Zhou [12], mélanges des quarks du PDG [13], des leptons de NuFIT 6.0 [14] ; les couplages mesurés à M_Z et la masse du top servent d'*entrées* (pour M_U, M_R et l'échelle de la masse de Dirac) et ne sont pas comptés. Détails : §5.3 à §5.7 et section 8.

Le tableau 26 fait de même pour les interactions.

interaction	porteurs	ce que N_0 en dit	statut
forte, $SU(3)_c$	8 gluons	la couleur n'est pas dans le grain ; elle est **protégée au point** par sa symétrie T_d (§6) ; $\alpha_s(M_Z)$ fixe M_U, d'où la longueur d'unification ($1/(M_U a) \approx 184$–325 avec $a \approx 2{,}8$–$4{,}1\,\ell_P$)	**[B]** symétrie et lieu ; **[F]** α_s en entrée ; **[H]** champ, confinement
faible, $SU(2)_L$	$W^\pm$, Z	l'isospin est protégé par les réflexions du point ; le doublet est la **paire des deux mains** du grain ; **la chiralité n'est pas dans** N_0 (vide symétrique gauche–droite)	**[B]** doublet ; **[H]** chiralité, renvoyée à N_1
électro-magnétique, $U(1)_{\text{em}}$	photon	charges $Q_{\text{em}} = T_3 + Y$ du nœud (tableau 6) ; $\sin^2\theta_W = \frac{3}{8}$ à l'unification	**[B]** charges en tiers (Y unique à l'échelle près) ; photon : jauge abélienne libre, deux polarisations isotropes (§10.7)
droite, $SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$	W_R, Z'	brisée par la paire $\nu^c\nu^c$ (le **126**) à $M_R \approx 3 \times 10^9$ GeV (deux boucles, sans seuils) ; $M^2_{Z'}/M^2_{W_R} = 5$	**[F]** sous la règle 5
unifiée, $SO(10)$	45 bosons	$1/\alpha_0 = 67{,}0 \pm 0{,}2$ au grain avec l'action de Wilson, sous sa cible 80 ± 3 (schéma de réseau) ; $40{,}0 \pm 1{,}3$ en $\overline{\text{MS}}$ sous le principe du compromis, dans la cible 43 ± 3 à son bord bas (§7.2) ; $M_U \approx 2 \times 10^{16}$ GeV avec α_s mesuré, $2{,}4 \times 10^{15}$ GeV avec le couplage au grain ; proton exclu au centre par Super-Kamiokande dans ce second cas ; association d'unification d'environ $1{,}5 \times 10^7$ à 8×10^7 grains	**[C]** $1/\alpha_0$; [B, concept] accord sous le principe ; **[F]** M_U
gravitation	—	hors de cet article : N_0 en fournit l'arène (disphénoïdes, maille $a \approx 2{,}8$–$4{,}1\,\ell_P$, conditionnelle à γ) ; la courbure comme source relève de N_2	**[H]** non traitée ici

Tableau 26: Les interactions : ce que N_0 en établit : les symétries d'une génération et leurs lieux de protection, non les champs de jauge en interaction ni leurs porteurs. Les porteurs comme multiplets relèvent de N_2, les vertex et les forces de N_3 (article N_1).

Les écarts en unités d'erreur. Les dix-huit comparaisons des tableaux, refaites avec les valeurs observées actuelles et leurs incertitudes, avec les entrées mesurées sur des graines indépendantes et leur incertitude propagée (C180), se répartissent ainsi, l'incertitude du modèle comptant la statistique des graines et l'effet de la taille du réseau (C186) : **treize à moins d'une erreur** (avec ce jeu d'entrées, C201 ; dix avec les entrées mesurées ensemble, CT8) — dont m_t/m_c, m_b/m_s, $|V_{us}|$, $|V_{cb}|$, $|V_{ub}|$, γ, $|J_{\text{CKM}}|$ [17], les trois angles des neutrinos —, quatre entre une et deux (m_t/m_u, m_b/m_d, $\sin 2\beta$, et les leptons chargés à une erreur), **une au-delà de deux** : le rapport des écarts des neutrinos, à $+2{,}8$; $\chi^2 = 18{,}1$ pour 18 grandeurs (modèle de C188 avec les entrées de C201). Avec les entrées extrapolées au grand réseau (trois tailles, 12^3, 16^3, 20^3), l'énergie libre du point s est plus haute de 0,04 que ce que le modèle demande, et $\chi^2 = 39{,}6$ (C203, C204). Cet écart est celui d'un décalage du couplage de $-0{,}0003$: les énergies libres en dépendent fortement près du seuil ($dF_s^{\text{pt}}/dJ = 153$ en 20^3). **À** $J = 0{,}3451$, $\chi^2 \approx 24$ pour 18, aucune grandeur au-delà de trois erreurs, $\sin 2\beta$ à $+2{,}2$ (C206, C208). L'électron, à $-6{,}5$ erreurs avec le demi-accord entier, tombe juste avec le quart d'accord de son doublet (K4). **Degrés de liberté.** Diviser par $\nu = 17$ n'a pas de sens ici. Sur les 18 grandeurs du χ^2, deux sont des identités du modèle ($d - e$ des deux générations, différences d'autres lignes), et deux se déduisent des autres ($\sin 2\beta$ et $|J_{\text{CKM}}|$ découlent de $|V_{us}|$, $|V_{cb}|$, $|V_{ub}|$ et γ) : il reste environ **14 grandeurs indépendantes**. En face, il faut compter J, les sous-choix discrets des sept règles formulées en connaissant les cibles, le choix du jeu d'entrées (C201, CT8, volume fermé) et, selon les cas, l'incertitude de texture. Le nombre de degrés de liberté effectifs est donc bien plus petit que 17, et le χ^2/ν n'est donné qu'à titre indicatif : les χ^2 sont donnés bruts, avec le jeu d'entrées qui les produit (§10.3).

Le test des entrées mesurées ensemble (CT8). Les valeurs ci-dessus prennent les entrées à 12^3, chacune de sa propre série, avec une incertitude qui compte l'effet de la taille ($\pm 0{,}04$ sur les énergies libres du point). Le contrôle CT8 les mesure toutes *dans une même série*, au même J, en 20^3, où la taille ne joue plus (annexe A.5) : les énergies libres y sont connues à $\pm 0{,}007$, cinq fois mieux, et ne peuvent plus absorber les écarts. Les règles de décision ont été écrites avant la mesure. Au meilleur J (0,34532, le seul réglage), $\chi^2 = 61$ **pour 18** avec les seules erreurs des graines, $\chi^2/\nu = 3{,}6$; quinze grandeurs tiennent à moins de deux erreurs, et trois s'en écartent, quel que soit J : $\sin 2\beta = 0{,}762$ pour 0,708 (+4,7), **le rapport des écarts des neutrinos,** 0,0343 pour 0,0298 (+3,8) et $\ln(m_\tau/m_e) = 8{,}162$ pour 8,183 ($-3{,}2$). Avec l'incertitude de taille de la convention précédente, $\chi^2 = 19{,}8$ à $J = 0{,}34524$, en accord avec la valeur ci-dessus : **l'accord de** $\chi^2 \approx 18$ **tenait en partie à la largeur des entrées**. Les angles des neutrinos ne bougent guère (33,4°, 43,9°, 8,87°). Les tableaux de cet article gardent les entrées de C201, et les trois écarts sont rangés parmi les questions ouvertes. **L'écart de** $\sin 2\beta$**.** Dans le triangle d'unitarité, β est fixé par γ et par $R_u \propto |V_{ub}|/|V_{cb}|$: le modèle donne $R_u = 0{,}420$ pour

0,404 observé, d'où $\sin 2\beta = 0{,}762$. Les valeurs observées de $|V_{ub}|$, $|V_{cb}|$ et γ donnent elles-mêmes $0{,}738 \pm 0{,}042$: le modèle en est à 0,6 erreur ; l'écart de +4,7 est avec la mesure directe ($0{,}708 \pm 0{,}011$), quatre fois plus précise. Les règles B3, B4 et le demi-accord ont été éprouvés contre des variantes fixées d'avance (annexe A.6) : **toutes trois tiennent** ; ce qui manque est $|V_{cb}|$ (0,0383 pour 0,0410, −1,9 erreur). **Un décalage entre quarks et leptons.** Cinq grandeurs seulement varient assez vite avec J pour le fixer : chacune tombe juste à un J propre, $|V_{cb}|$ à 0,34506, $|J_{\mathrm{CKM}}|$ à 0,34516, m_t/m_c à 0,34519, m_τ/m_μ à 0,34530, m_τ/m_e à 0,34545. **Elles se rangent par type** : les quarks autour de 0,3451, les leptons autour de 0,3454. L'écart, 0,00025, vaut environ 0,05 sur les énergies libres ($dF_s^{\mathrm{pt}}/dJ \approx 190$) : c'est la précision de l'ordre dominant de la texture, mais des erreurs prises au hasard ne se rangeraient pas ainsi. Les trois écarts ouverts en sont la trace. Quatre causes ont été éprouvées et écartées (annexe A.6) : la structure de $B - L$ dans le secteur d, le quart d'accord des leptons, une lecture différente du vide par le singulet et le triplet des anneaux internes, et l'échelle de comparaison ; une cinquième, le triplet de couleur du point, l'est aussi (tous les points uniformes gardent S_4 entier).

L'incertitude de texture. Les textures sont écrites à l'ordre dominant : un terme par lien, des zéros exacts. Leur précision n'est donc pas celle des entrées mesurées. Le décalage entre quarks et leptons en donne l'ordre : 0,05 sur l'énergie libre. **Cette incertitude est déclarée**, et appliquée de la même façon aux quatre textures : chacune (u, d, e, et le déchet ν) lit son énergie libre principale (F_s^{pt}, ou F_s^{gr} pour le déchet) à ±0,05 près, indépendamment des autres, et cette incertitude est propagée comme celle des entrées (`C_texture4.py`). La valeur a été choisie en connaissant l'écart : c'est un choix [E] sur le budget d'erreur, non une règle physique. Au meilleur J (0,34541) :

incertitude de texture	0	±0,03	±0,05	±0,07
χ^2 (18 grandeurs)	61	37	**25**	18
χ^2/ν	3,6	2,2	**1,5**	1,1
au-delà de deux erreurs	$\sin 2\beta$, m_τ/m_e, rapport	$\sin 2\beta$	$\sin 2\beta$ (+3,7)	$\sin 2\beta$ (+3,1)

Avec ±0,05, dix-sept grandeurs sur dix-huit tiennent à moins de deux erreurs ; $\sin 2\beta$ reste à +3,7 de la mesure directe, à 0,7 erreur de la valeur indirecte. **Le prix** : la texture du déchet est très sensible à F_s^{gr}, et le rapport des écarts des neutrinos devient $0{,}035 \pm 0{,}005$: il n'est plus en tension, mais il n'est plus prédit qu'à 14 % près.

La texture à l'ordre suivant. L'ordre dominant lit chaque lien entre familles comme si les points étaient indépendants. L'ordre suivant remplace cette indépendance par la probabilité jointe mesurée de deux points liés, comme la règle 8 le fait pour le lien direct (`CRITERE_texture_ordre2.md`, 20^3, douze séries). Le lien direct redonne CT8 ($\delta F = 0{,}44$) ; la correction du lien (s, l) est petite ($+0{,}16 \pm 0{,}04$), celle du lien (a, s) ne l'est pas : +1,18 — les points s se regroupent, et un point s lié au vide est trois fois plus rare que s'ils étaient indépendants. Corrigée ainsi, la texture donne $\chi^2 = 807$; levés en plus, les zéros (l, l) donnent 4 330. **Les zéros (l, l) sont donc structurels**, et l'ordre dominant n'est pas le premier terme d'une série en corrélations de paires : celles-ci vont à l'opposé du demi-accord, comme au grain (C150), parce qu'elles mesurent l'amas entier et non le lien. L'incertitude de texture ne peut pas être calculée ainsi ; elle reste déclarée.

La dimension d'interaction des quarks. L'interaction des quarks est de courte portée : l'association qui porte un quark ne voit qu'une partie finie du vide, quand les leptons le lisent en entier. Cinq formes de cette idée ont été éprouvées, chacune avec ses règles écrites d'avance (annexe A.6) : une région isolée, à bord coupé, est réfutée nettement (F_s^{pt} monte de 1,0 au lieu de baisser) ; une région plongée dans un vide figé ne déplace pas l'énergie libre moyenne ; la moyenne de e^{-F} sur trente environnements donne un décalage réel, du bon signe (−0,01 à −0,05), mais compensé. Seuls les *volumes fermés, sans bord*, ferment l'écart — la couleur se refermant sur elle-même (lecture [G]). On a donc mesuré la loi de taille de chaque entrée sur des réseaux fermés de 12^3 à 24^3 : $F_s^{\mathrm{pt}}(L) = F_\infty + c/L^3$, avec $c \approx -90$ à -170, les autres entrées dépendant à peine de L. La taille du volume des quarks n'est pas choisie mais tirée des données :

volume des quarks (grains)	3 072	8 000	**10 400**	24 600	infini
écart de J quarks–leptons	+0,00030	+0,00008	**+0,00001**	−0,00014	−0,00027
$\lvert V_{cb}\rvert$, $\sin 2\beta$ (erreurs)			−0,2 ; +2,6		−2,5 ; +5,2

Le volume qui ferme l'écart compte $N^* = 1{,}04 \times 10^4$ grains (9 100 à 11 700 à une erreur), soit un rayon d'environ six pas. Il est bien plus petit que l'association d'unification (environ $1{,}5 \times 10^7$ à 8×10^7 grains, §7.4) : les deux tailles ne se rattachent pas l'une à l'autre. Les dix grandeurs des quarks s'y accordent ensemble, $|V_{cb}|$ à −0,2 erreur et $\sin 2\beta$ à +2,6. **Le verdict écrit d'avance est pourtant « réfuté »** : la règle faisait lire aux leptons le vide infini extrapolé, et leurs deux rapports de masse s'y contredisent (m_τ/m_μ à +4,0, m_τ/m_e à −4,2 erreurs). Lus en 20^3, comme dans toutes les épreuves précédentes — choix fait après coup, qui ne compte pas comme preuve —, le χ^2 des dix-sept grandeurs hors neutrinos vaut 25,7 entre 8 000 et 9 100 grains, aucune

au-delà de trois erreurs. **La dimension des quarks est donc mesurée [C] ; aucune taille prédite ne l'explique encore, et la lecture des leptons — vide infini ou dimension propre, plus grande — reste à établir** : c'est l'épreuve suivante. L'incertitude de texture déclarée reste, en attendant, la base du χ^2 de cet article.

La lecture des leptons. L'épreuve suivante (`CRITERE_dimension_leptons.md`) a précisé le vide infini (six graines en 24^3, et 28^3, 131 712 grains) et laissé aux leptons leur propre dimension. **Les leptons ne lisent pas le vide infini** : le meilleur χ^2 des dix-sept grandeurs y vaut 75, leurs deux rapports de masse au-delà de trois erreurs. Le meilleur couple de la loi de taille (quarks vers 4 400 grains, leptons vers 10 400, $\chi^2 = 12$) tombe au bord de la grille, hors du domaine où la loi est validée — elle se trompe en 8^3 (2,50 prédit, 2,74 mesuré) — : ce n'est pas une mesure. Les *mesures directes*, sans loi, disent ce qui tient (après coup, à titre de contrôle) :

quarks \ leptons	8^3	12^3	16^3	20^3	24^3	28^3
8^3 (3 072 grains)	**12**	16	15	19	27	37
12^3 (10 368 grains)	18	25	23	26	33	42
16^3 et plus	27–39	52–70	27–38	33–46	49–65	56–71

(χ^2 des dix-sept grandeurs hors rapport des neutrinos, au meilleur J.) **Les quarks demandent un volume fermé d'au plus 10^4 grains** : avec 8^3 ou 12^3, l'accord est bon tant que les leptons lisent un volume fini de 20^3 ou moins ; au-delà de 16^3 pour les quarks, il se dégrade. **Ce qui reste ouvert** : la valeur exacte de la dimension des quarks — le réseau n'admet que des côtés multiples de 4, et rien entre 3 072 et 10 368 grains en cube —, ce qui la fixe (elle reste très en dessous de l'association d'unification), et une dimension propre des leptons, distincte de celle des quarks, que ces mesures ne font pas voir. L'épreuve suivante passe à des volumes fermés non cubiques, qui donnent les tailles intermédiaires et permettent de demander si c'est le nombre de grains ou la forme — un côté court, comme un tube de flux — qui gouverne.

La forme du volume. Les volumes fermés sont des parallélépipèdes $N_A \times N_B \times N_C$ construits sur les trois vecteurs primitifs du réseau, qui pointent le long de trois des quatre diagonales du cube — trois directions du tétraèdre —, et sont faits des grains disphénoïdes eux-mêmes : ce ne sont pas des cubes au sens géométrique, mais des assemblages de tétraèdres le long des axes tétraédriques. Chaque côté doit être un multiple de 4, la période du vide ordonné. Huit boîtes non cubiques ont été mesurées (`CRITERE_forme_reseau.md`, quatre graines, trois J), et chacune a servi de volume aux quarks :

volume des quarks	grains	forme	F_s^{pt} ($J = 0{,}3453$)	χ^2 (17), leptons 8^3
$8 \times 8 \times 8$	3 072	un côté court (cube)	2,79	**13**
$8 \times 12 \times 12$	6 912	un côté court (tranche)	2,67	**15**
$8 \times 16 \times 16$	12 288	un côté court (tranche)	2,69	**15**
$12 \times 12 \times 12$, $12 \times 12 \times 16$	10 368, 13 824	côté de 12	2,76, 2,80	19, 20
$8 \times 8 \times 12$, $8 \times 8 \times 16$	4 608, 6 144	deux côtés courts (tube)	2,72, 2,63	28, 63
$8 \times 8 \times 20$, $8 \times 8 \times 24$	7 680, 9 216	tube allongé	2,45, 2,32	439, 255
16^3 à 24^3	24 576 à 82 944	grands	2,82–2,83	43

La forme compte : à nombre de grains égal, une tranche et un tube lisent des vides différents (5 à 6 erreurs sur F_s^{pt}). **Les quarks lisent un volume mince dans une seule direction** : les trois meilleures boîtes ont un côté de 8 et deux côtés égaux, et leur nombre de grains varie d'un facteur 4 ; le χ^2 des dix-sept grandeurs y vaut 13 à 15, aucune au-delà de 2,1 erreurs ($|V_{cb}|$ à $-1{,}3$, $\sin 2\beta$ à $+2{,}1$, m_τ/m_e à $-0{,}3$). Mince dans deux directions, le volume échoue. La règle écrite d'avance demandait une propriété commune aux meilleures boîtes ; elle désigne le plus petit côté, 8 ; le résultat précise qu'il faut *un seul* côté court. **Lecture [G]** : le lien fort de la couleur se lit dans une dimension faible, et dans une seule. **Restent** : l'épaisseur est-elle un optimum (4, 12, 16 mailles) ? la taille latérale est-elle vraiment indifférente au-delà de 16 ? les leptons ont-ils une épaisseur propre ? et l'orientation de la direction mince par rapport aux axes du tétraèdre compte-t-elle ? — l'épreuve de l'épaisseur est faite.

L'épaisseur et la taille. Des tranches $T \times L \times L$ d'épaisseur $T = 4$ à 16 et de côté L jusqu'à 24 ont été mesurées (`CRITERE_epaisseur.md`, sept nouvelles boîtes) :

épaisseur	4	**8**	12	16	20–24
meilleure tranche, χ^2 (17)	1 348	**13**	19	39	43
épaisseur 8, côté L	8	12	16	20	24
χ^2 (17)	13	15	15	20	35

L'épaisseur 8 est un optimum net (écart de 5,5 avec 12) ; à 4 mailles, une seule période, le vide change de phase et l'accord s'effondre. **La taille latérale compte au-delà de 16** : le volume des quarks est mince *et* de taille limitée, de 3×10^3 à $1{,}2 \times 10^4$ grains ; le nombre de grains n'est indifférent que jusque-là. **Les leptons rejettent les volumes minces** : les quarks placés en 8^3, les leptons donnent 18 à 21 dans les cubes et les tranches épaisses, 26 à 100 dans les tranches minces, 65 à 517 dans les tubes. Le meilleur couple reste 8^3 pour les deux ($\chi^2 = 13$) : la différence de forme se voit dès qu'on s'en écarte.

Une correspondance à l'étude : l'ovoïde $RDHL$ en volume ([G]). Le petit livre décrit tout système par la figure de ses quatre flux : quatre axes, R et H opposés, D et L opposés, et un ovoïde dont la *taille* dit combien la boucle échange, la *forme* — le décentrage $\vec{R}$ — comment elle répartit son activité, et le *sens* si elle construit ($RDHL$) ou défait ($RLHD$). Cette figure a un équivalent exact dans le grain de N_0. Le grain est un tétraèdre dont les faces portent R, D, H, L (§3.2) ; R et H forment la paire hiérarchique, D et L la paire réciproque. Dans un tétraèdre, deux arêtes opposées sont perpendiculaires ; vu le long de leur perpendiculaire commune — un axe du cube, l'axe de l'organisation du grain —, le tétraèdre se projette en un carré dont les quatre coins sont R, D, H, L : **la figure des quatre flux est la projection du grain le long de son axe d'organisation**. L'ovoïde plan serait alors la projection d'une forme en volume, repérée sur les quatre directions du tétraèdre — les quatre diagonales du cube, celles des anneaux internes et de la symétrie S_4 du point.
Les volumes fermés mesurés plus haut seraient de telles formes. Les quarks, porteurs de la couleur, lisent un volume mince dans une seule direction : une fonction contrainte, un ovoïde aplati. Les leptons, sans couleur, se contentent d'un volume peu anisotrope : un ovoïde presque rond. Un volume mince dans deux directions échoue. **Cette correspondance n'est pas établie** ; elle suggère trois prédictions, écrites avant tout calcul (`CRITERE_orientation_RDHL.md`) : la direction mince des quarks doit être une direction du tétraèdre, non un axe du cube ; les leptons ne doivent pas avoir de direction mince préférée ; la couleur ne demande qu'une direction mince. **Épreuve faite.** La première prédiction est **réfutée** : mince de 8 le long d'un axe du cube, le volume des quarks donne $\chi^2 = 16$; mince le long d'une diagonale (épaisseur 6,9), 23,5 ; les tranches sur les vecteurs primitifs, 13 à 15. Ce qui gouverne n'est pas l'orientation, mais l'épaisseur comptée en périodes du vide ordonné : deux périodes marchent dans toutes les orientations, alors qu'une épaisseur de 6 le long d'un axe du cube, non commensurable, donne 77, et qu'une diagonale trop mince fait changer le vide de phase. La deuxième prédiction tient : les leptons préfèrent un volume isotrope et rejettent les volumes minces. La troisième tient : une seule direction mince. **La correspondance garde sa partie la plus simple** — une classe colorée, un volume aplati ; une classe sans couleur, un volume rond — et perd sa forme tétraédrique : l'ovoïde en volume, s'il existe, n'est pas repéré sur les quatre directions du tétraèdre, mais sur l'épaisseur du volume en périodes du vide. On pourra dessiner chaque classe de particules dans le référentiel $RDHL$ quand cette correspondance sera précisée.

Les neutrinos et un volume commun. Les neutrinos lisent le rejet au point de points. Placés à leur tour dans chaque volume fermé (`CRITERE_formes_A1_B1.md`), ils corrigent le dernier écart : le rapport des écarts de masse passe de 0,0347 (vide entier, +4,1 erreurs) à 0,030–0,034 dans les volumes de moins de 2×10^4 grains, et remonte au-delà de $2{,}4 \times 10^4$ (+3,6 à +5,2). La valeur bouge, pas seulement l'erreur. Les meilleures boîtes n'ont en commun que d'être petites, propriété non écrite d'avance : verdict partiel. **Lu tout entier dans le même volume fermé de 8^3** — deux périodes du vide dans chaque direction, 3 072 grains —, **le modèle donne $\chi^2 = 16{,}2$ pour les dix-huit grandeurs**, aucune au-delà de 2,2 erreurs, sans incertitude de texture et avec J pour seul réglage. **Ce choix a été trouvé en explorant une trentaine de volumes : c'est un résultat d'exploration, non une prédiction**, tant que la raison de ces deux périodes n'est pas établie.

Réplication. Règles écrites d'avance (`CRITERE_replication_cube8.md`) : 24 graines nouvelles par valeur de J au lieu de 6, même moteur, même production, même analyse (qui redonne 16,2 sur les anciennes graines). **Confirmé selon la règle, mais à sa limite** : $\chi^2(18) = 24{,}3$ avec les seules graines nouvelles (seuil écrit : 25), 26,6 avec les trente, aucune grandeur au-delà de trois erreurs, $\sin 2\beta$ à +2,7. Le chiffre original n'était pas un tirage favorable (sur 200 sous-échantillons de six graines, médiane 18,0, intervalle 16–84 % de 14,4 à 22,3) : le χ^2 monte parce que l'erreur statistique sur les entrées diminue avec le nombre de graines, alors que les entrées elles-mêmes ne bougent presque pas (F_s^{pt} de 2,811 à 2,814). **Le chiffre à citer est désormais $\chi^2(18) \approx 24$** ; le biais du choix du volume n'est pas levé par la réplication.

Fonder les formes. Quatre explications ont été éprouvées, chacune avec ses règles écrites d'avance. **Réfutées** : la taille des amas de points s (B1 : presque toujours isolés, une maille) ; la taille des domaines de grains s (B2 : filamentaires, de 11 mailles, en partie percolants, corrélés sur moins d'une maille) ; un minimum de frustration (B3 : toute boîte fermée est un peu plus frustrée que le vide entier — 0,315 à deux périodes pour 0,3133 —, sans minimum à 8). La quatrième, une seule direction mince moins frustrée qu'un tube (B4),

ne tient que pour une paire sur deux. Ce qui ressort de toutes les épreuves est autre : dans chaque orientation, la meilleure épaisseur est *la plus petite épaisseur fermée que le vide tolère*. Une épaisseur fermée doit être un multiple de la période du vide ordonné, sinon elle le frustre ; elle doit dépasser une période, sinon le vide change de phase ; la plus petite qui remplit les deux est deux périodes. **Principe de la plus petite dimension tolérée [G]** : la contrainte à son minimum n'est pas la frustration, mais la taille elle-même, au plus bas permis par la stabilité du vide ; les quarks, liés le plus fortement et à la plus courte portée, s'y lisent. **Prédiction écrite d'avance, d'abord lue comme confirmée, entachée d'un défaut de l'instrument** (`CRITERE_plus_petite_dimension.md`) : des épaisseurs paires mais décalées par rapport à la période — 6 et 10, sur des côtés de 12 et 16 — font toutes basculer le vide dans une autre phase (F_s^{gr} de 1,07 à 1,64 au lieu de 0,52), et le χ^2 des quarks dépasse 2×10^4, contre 15 à deux périodes. La commensurabilité avec la période du vide n'est donc pas un détail : hors d'elle, le vide n'existe plus sous sa forme ordonnée. Avec le changement de phase à une seule période, cela fixe la plus petite épaisseur tolérée à deux périodes. **Restent ouverts** : pourquoi la période du vide vaut 4 (plus bas), pourquoi la couleur demande une seule direction refermée, et pourquoi les leptons et les neutrinos se lisent aussi au mieux dans le cube de deux périodes.

Le cube de deux périodes fixe-t-il J ?. Si le cube 8^3 est l'association où toutes les particules lisent le vide, la règle de durabilité (§4.4) devrait s'y lire aussi, et fixer J sans aucun réglage. Règles écrites d'avance (`CRITERE_durabilite_8.md`) : la complexité des membranes est reconstruite à partir des comptes de liens accordés hiérarchiques et réciproques (le code de C92 n'étant pas conservé), la liberté s par intégration thermodynamique du désaccord de J à l'ordre parfait ; la reconstruction doit d'abord redonner le minimum de C92 en 12^3 ($0{,}3454 \pm 0{,}0010$) ; puis le modèle entier est lu en 8^3 au minimum, et retenu si $\chi^2(18) \leq 27$ sans grandeur au-delà de trois erreurs. Une première reconstruction omettait la rigidité $-2 \ln s$; l'oubli a été corrigé, daté, avant toute validation. La liberté mesurée redonne la rigidité de la figure de C92 (+0,14 de $J = 0{,}3425$ à 0,3475, pour +0,15). Seule la complexité calculée membrane par membrane — qui voit chaque point se fermer à la moitié des flux — passe la validation, de justesse : $0{,}3445 \pm 0{,}0004$ en 12^3. En 8^3, Φ est presque plat, comme l'annonçait C92 :

minimum de Φ en 8^3	$J_{\mathrm{dur}} = 0{,}3452 \pm 0{,}0036$
J que demandent les masses en 8^3	0,3456
écart	0,1 erreur
modèle entier à J_{dur}, sans réglage	$\chi^2(18) = 54$; m_τ/m_μ à $-5{,}8$ erreurs

Réfuté. La règle tombe sur le J des masses, mais avec une erreur dix fois trop large : m_τ/m_μ, connu à 3×10^{-4} près en logarithme, demande J à 10^{-4} près. C'est la conclusion du test direct au grand réseau (CT8), retrouvée dans le cube de deux périodes : **la règle fixe la zone, pas la valeur**, à toute taille mesurée ; J reste le seul paramètre réglé du modèle.

Pourquoi la période vaut 4 : la paire hiérarchique fait le tour du grain. Règles écrites d'avance (`CRITERE_periode4.md`) : on lit, dans les trois vides parfaits (organisation homogène longue l, courte +, courte −), la période de l'état sous la translation d'une maille le long des vecteurs primitifs, et la suite des paires hiérarchiques de chaque grain ; le cycle $\mathbb{Z}_4$ des flux serait fondé si la période vaut 4 pour les trois vides et si, d'une maille à la suivante, la paire hiérarchique avance d'une patte autour du grain.

vide parfait	période	grains en cycle	paires hiérarchiques successives
court +	4	100 %	$01 \to 03 \to 23 \to 12 \to 01$
court −	4	100 %	$03 \to 23 \to 12 \to 01 \to 03$
long l	2	0	$02 \to 13 \to 02$ (même appariement, rôles échangés)

Dans les deux vides courts, qui font la phase ordonnée (94 % des grains au J des masses), la paire hiérarchique tourne d'une patte par maille : chaque patte est hiérarchique deux mailles de suite sur quatre, comme un flux qui fait le tour des quatre pattes, et l'état revient à lui-même après quatre mailles, sur les trois axes, pour tous les grains. Les étiquettes d'organisation, elles, ont une période de 2. **La règle n'est pas remplie à la lettre** : le vide long a une période de 2. La lecture $\mathbb{Z}_4$ tient donc pour le vide qui compte, non pour les trois.

Ce qui en suit. Une épaisseur fermée non multiple de 4 ne peut pas refermer ces cycles : les deux vides courts y sont *impossibles*, le vide long reste possible partout. L'épreuve a révélé un **défaut de l'instrument** : dans les arènes non multiples de 4 ($6 \times 12 \times 12$, $6 \times 16 \times 16$, $10 \times 12 \times 12$, $10 \times 16 \times 16$, 14^3, cellule B6), les états de départ courts contenaient des liens incohérents — hiérarchiques d'un côté, réciproques de l'autre —, de 310 à 8 944 selon l'arène, que la dynamique ne peut jamais réparer et que le moteur comptait comme accordés. Toutes les autres arènes en sont exemptes : les résultats établis dans les volumes multiples de 4 sont intacts ; ceux de ces six arènes, dont la « autre phase » des épaisseurs 6 et 10 et l'anomalie de 14^3, sont retirés. Refaites depuis un départ sain (le vide long), au J des masses, les épaisseurs 6 et 10 *ne s'ordonnent pas* : + et − restent à

égalité (0,46 et 0,46), quand les volumes multiples de 4 brisent la symétrie (0,58 contre 0,36). Ce constat n'était pas écrit d'avance ; une confirmation sur six boîtes jamais simulées l'a été :

épaisseur	6	10	14	18	16 (réf.)	20 (réf.)
ordre $m = \lvert f_+ - f_- \rvert$	0,02	0,03	0,06–0,08	0,08–0,11	0,24–0,26	0,22–0,25

Non concluante à la lettre : la règle demandait $m < 0{,}05$ pour toute épaisseur non multiple de 4, et 14 et 18 dépassent ce seuil sans atteindre celui de la réfutation (0,12). Toutes restent loin des multiples de 4, et l'empêchement s'affaiblit avec l'épaisseur, comme une paroi imposée dont le coût se dilue dans le volume. **Acquis** : la période 4 est celle du cycle de la paire hiérarchique autour du grain dans le vide ordonné, et une épaisseur décalée l'empêche de se refermer. **À établir** : que ce cycle est celui des quatre flux R, D, H, L (la lecture de R et H dans la paire hiérarchique demande le sens de la hiérarchie), et la loi de l'empêchement avec l'épaisseur.

Contrôle des instruments. Avant d'ouvrir d'autres voies, les instruments qui ont donné des résultats négatifs ont été contrôlés.

- **Les 44 arènes** ont été vérifiées : voisinage symétrique, graphe biparti, étiquettes complètes, anneaux bien formés, points de 24 grains distincts, transport plat. **Tout est juste**.
- **Le calcul de l'énergie** a été relu et testé par une relecture indépendante : un million de comparaisons avec un recomptage complet, **aucun écart**. Les invariants tiennent, le bilan détaillé aussi, et le tirage au hasard est sans biais.
- **Les quinze moteurs** font tous le même mouvement. Quatre mille balayages suffisent pour les grandeurs symétriques entre $+$ et $-$, les seules que lisent les épreuves.
- **Le seul défaut** : les états de départ courts des arènes non multiples de 4. Les moteurs vérifient chaque état à son chargement et refusent un état invalide ; les scripts partent du vide long dans ces arènes.
- **Les erreurs des entrées** : leur dépendance au protocole (départ, durée), mesurée sur quatre protocoles avec six graines chacun, **se réduit au bruit des graines**. Recalculés avec des erreurs élargies, aucun verdict ne change : le modèle entier en 8^3 donne $\chi^2 = 15$ (6 graines ; 24 avec 24 graines), les tubes échouent toujours, la durabilité en 8^3 reste réfutée.

Les résultats négatifs restants sont des résultats, non des erreurs d'instrument.

Ce que la forme change : le soutien d'un point par son image. Les quarks lisent mal les volumes allongés : dans les tubes $8 \times 8 \times L$, l'énergie libre du point F_s^{pt} tombe de 2,79 à 2,32 quand L passe de 8 à 24, alors qu'elle ne bouge pas dans les tranches. Trois explications ont été éprouvées, chacune avec ses règles écrites d'avance.

- **Les domaines (réfutée)** : le vide des tubes ne se fragmente pas en domaines $+$ et $-$; l'ordre est le même partout (`CRITERE_couleur_direction.md`).
- **Les flux moyens aux frontières (réfutée)** : l'échange R/H et D/L à travers les membranes du point et du point de points est le même dans toutes les directions (10^{-4}). Une moyenne sur tous les liens ne dépend que de la statistique de chaque type de lien, pas de la forme ; pour la même raison, les liens réciproques internes et ceux de la membrane sortent égaux (`CRITERE_flux_frontieres.md`).
- **Les corrélations (confirmée après réplication)** : on mesure ρ_s, rapport de la corrélation entre points uniformes de la famille s à une période (4 mailles) le long de la direction distinguée, à la même corrélation le long des autres directions (`CRITERE_confirmation_s.md`). Une première série de 10 graines a donné les trois prédictions, mais son témoin 8^3 a échoué (statistique trop maigre) : non concluante. La réplication, avec 30 graines nouvelles et des erreurs par graine, les confirme toutes :

volume	ρ_s	écart à 1	lecture
tube $8 \times 8 \times 24$, direction longue	$0{,}685 \pm 0{,}030$	$-10{,}6$	directions refermées plus corrélées
tranche $8 \times 24 \times 24$, axe mince refermé	$1{,}421 \pm 0{,}044$	$+9{,}5$	axe mince plus corrélé
tube refermé à trois périodes $12 \times 12 \times 24$	$0{,}958 \pm 0{,}028$	$-1{,}5$	pas de déficit net
témoin 8^3	$0{,}89 \pm 0{,}13$	$-0{,}8$	symétrique

Lecture d'abord donnée, puis corrigée par l'épreuve suivante. On a d'abord lu ces rapports comme un soutien du point par son image qui *chuterait* le long d'une direction longue. Une épreuve écrite d'avance (F4, `CRITERE_soutien_masses.md`) a mesuré le soutien lui-même, S — la corrélation à une période des points uniformes s, moyennée sur les trois axes — dans seize volumes, avec 10 graines nouvelles chacun. Elle prédisait que F_s^{pt} croît avec S :

volumes	soutien S	F_s^{pt}
grands volumes (12^3 à $16\times20\times20$)	1,22 à 1,34	2,76 à 2,83
cube 8^3	1,32	2,79
tranches $8\times L\times L$, $8\times12\times16$	1,49 à 1,79	2,65 à 2,69
tubes $8\times8\times12\to8\times8\times24$	1,43 → 2,66	2,72 → 2,32

Réfutée, par le signe : la relation est très forte (corrélation de rang $-0{,}93$, $p=2\times10^{-7}$), mais *inverse* — plus le soutien est grand, plus F_s^{pt} est bas ($F_s^{\mathrm{pt}}=3{,}25-0{,}35\,S$). Le rapport $\rho_s<1$ des tubes ne venait donc pas d'un soutien qui chute le long de la direction longue, mais d'un soutien qui monte plus encore le long des deux directions refermées. **Ce qui est acquis** : dans un volume refermé sur deux périodes dans deux directions, les points de la famille s se regroupent d'autant plus que le volume s'allonge ; ils deviennent plus nombreux, et l'énergie libre que lisent les quarks baisse — de quoi rendre compte de l'échec des tubes. Le cube 8^3, refermé dans les trois directions, reste bas ($S=1{,}32$) : **ce n'est pas le nombre de directions refermées qui compte, mais l'allongement d'un volume refermé dans deux directions ; reste à fonder pourquoi**. Avec le χ^2 des quarks, le lien n'est que faible (corrélation de rang $+0{,}44$, $p=0{,}09$), la taille des volumes jouant aussi.

Pourquoi l'allongement regroupe les points s : les bouchons. Une section refermée sur deux périodes est la plus petite que le vide tolère : une paroi perpendiculaire au tube n'y coûte que cette section, et elle est commensurable avec le cycle $\mathbb{Z}_4$. L'organisation minoritaire peut alors occuper toute la section sur quelques mailles, en un *bouchon* ; un tube aussi mince, presque unidimensionnel, ne garde pas d'ordre à longue portée. Règles écrites d'avance (`CRITERE_bouchons.md`) : une couche (toutes les mailles de même rang le long du tube) est un bouchon si la minoritaire y dépasse la moitié des grains ; on mesure la part P_b des couches-bouchons et l'enrichissement E des points s uniformes dans ces couches.

tube $8\times8\times L$	$L=8$	12	16	20	24	**32**	**40**	**48**	**64**
bouchons P_b (%)	2,1	2,8	3,7	4,5	5,8	10,4	12,0	13,6	18,0
enrichissement E	5,1	5,6	6,1	6,1	6,0	5,2	4,9	4,7	4,0

Fondée : les points s uniformes sont six fois plus fréquents dans les bouchons que le hasard ne le voudrait, et la part de bouchons croît avec la longueur, ce que le tube nouveau $8\times8\times32$ a confirmé. La chaîne est mesurée maillon par maillon : section refermée sur deux périodes, parois bon marché, bouchons, points s concentrés, énergie libre du point plus basse — l'échec des quarks dans les tubes. Le tube refermé à trois périodes ($12\times12\times24$, 0,4 %) et la tranche $8\times24\times24$ (0,2 %) n'ont presque pas de bouchons, leurs couches étant aussi plus grandes.

La loi. Quatre lois ont été ajustées sur $L=12$ à 32, et leurs prédictions gelées avant de mesurer trois tubes nouveaux ($L=40$, 48, 64, `CRITERE_loi_bouchons.md`). **L'exponentielle**, qui collait le mieux aux tubes courts, **est réfutée** (écarts de -3 à -5 erreurs) : l'accélération n'était qu'apparente. **La loi retenue est une puissance**, $P_b\simeq0{,}0014\,L^{1{,}20}$ (écarts $+0{,}8$, $-0{,}4$, $-1{,}0$) ; une droite et une loi saturant à $\frac{1}{2}$ passent aussi, les tubes longs ne départageant pas finement les lois lentes. Le vide d'un tube perd la moitié de son ordre ($P_b=\frac{1}{4}$) vers **80 à 110 mailles**, 20 à 27 périodes, selon la loi. **Les quarks échouent bien avant** : dès $8\times8\times16$, quand les bouchons n'occupent que 3,7 % du tube. Leur limite n'est donc pas la perte d'ordre, mais un petit seuil de bouchons, vers 3 %, qu'il reste à dériver.

Une seule entrée commande la tolérance des quarks. Dans chaque volume où les quarks échouent, remettre F_s^{pt} à sa valeur de 8^3 ramène le χ^2 de 28–65 à 18–29 ; les autres entrées pèsent peu (`RESULTAT_diag_entrees.txt`). Les quarks demandent une *fenêtre* de F_s^{pt}, environ 2,70 à 2,80, que le cube 8^3 occupe (2,79). Les volumes allongés ou aplatis sont sous la fenêtre (les points s s'y regroupent, bouchons compris) ; les grands volumes isotropes sont au-dessus (2,82–2,83). La « limite latérale » des tranches tient surtout à leurs erreurs, plus petites quand le volume grandit : toutes ont $F_s^{\mathrm{pt}}\simeq2{,}65$–$2{,}69$. Le regroupement S seul ne suffit pas à classer les volumes (même $S=1{,}32$ en 8^3, toléré, et en 16^3, non toléré) : la tolérance dépend de la forme *et* de la taille (`CRITERE_seuil_S.md`). Une épreuve voulant dériver la longueur tolérée à partir d'un seuil de bouchons (`CRITERE_seuil_quarks.md`) est restée non concluante : dans les sections plus larges, les bouchons sont trop rares pour fixer une longueur.

L'effet de taille : les fluctuations de la brisure de symétrie. Dans les cubes, F_s^{pt} dépend très fortement de l'ordre instantané $m = |f_+ - f_-|$: de 0,7 pour les instantanés presque à égalité ($m < 0{,}1$) à 4,1 pour les plus ordonnés ($m \geq 0{,}3$), en 8^3. L'ordre moyen est le même dans tous les cubes ($\langle m \rangle = 0{,}24$), mais sa distribution s'élargit dans les petits volumes : 11 % d'instantanés presque à égalité en 8^3, 2,6 % en 12^3, aucun au-delà. Ces instantanés, riches en points s, abaissent F_s^{pt}. L'épreuve écrite d'avance (`CRITERE_taille.md`) est **partielle** : la fréquence des instantanés faiblement ordonnés est confirmée, mais sa règle principale était mal posée, et le déficit de 8^3 ($-0{,}02$) est sous son seuil. **Lecture à éprouver** : l'effet de taille est celui des fluctuations de la brisure de symétrie, qui décroissent comme l'inverse de la racine du volume.

N0 est un socle : les formes n'y sont qu'en puissance ([G] ; voir l'encadré de l'introduction et le §10.4). Toutes les formes et associations de grains coexistent en N0, en superposition, avec leurs poids. Les volumes fermés, l'épaisseur de deux périodes, la fenêtre de F_s^{pt} ne sont pas des objets de N0 : ce sont des sélections, que les contraintes de N1 et N2 opèrent sur le socle. Enfermer le vide dans un cube 8^3, c'est imposer de l'extérieur une forme que, dans le programme, N1 et N2 imposeraient. C'est pourquoi la meilleure forme est trouvée en explorant et non dérivée de N0 seul, et pourquoi la règle de durabilité fixe la zone de J sans sa valeur : **la règle fixe la zone, non la valeur, comme on l'attend d'un socle**. Ce que N0 peut donner, c'est son *potentiel* — les modes de fluctuation du socle, et celui qui devient instable le premier : la forme que les contraintes sélectionnent, la plus stable. Les ondes proprement dites, qui demandent un temps orienté ($D \neq L$), n'apparaissent qu'avec N1. Ce qui est en superposition, ce sont les configurations portées par le graphe (les bits, les formes, les associations de grains), et non le graphe lui-même. À aires des faces fixées, l'arène n'a aucun plongement voisin autre qu'une translation d'ensemble (calcul `superposition_orientations/`). Son orientation dans l'espace n'est pas une variable, car aucun repère extérieur ne la fixe. On peut donc lire l'état de N0 comme la superposition de toutes les orientations de l'arène, avec des poids égaux. C'est une absence de choix, et non un acte. Tous les résultats de N0 (spectre, plages, seize états, verrou, signature) sont invariants par une rotation d'ensemble. Cette lecture ne rend pas isotrope ce qui se lit par rapport au graphe, comme l'anisotropie $(k\ell)^4$ des ondes ou le nombre de faces coupées par un horizon plan selon son orientation dans le réseau (24 % entre les extrêmes ; un horizon fermé, lui, en voit la moyenne). Car une région ou un vecteur d'onde tournent avec l'arène. L'entropie d'une coupure plane reste donc anisotrope dans chaque branche ; celle d'un horizon fermé est isotrope.

La période 4 est le mode propre du socle. Règles écrites d'avance (`CRITERE_mode_propre.md`) : dans le vide *désordonné* ($J < J_c \simeq 0{,}3395$), sans aucune forme imposée, le spectre des fluctuations de la paire hiérarchique (6 types de grain × 6 dyades) doit avoir son maximum au vecteur d'onde de période 4, croissant vers J_c, dans deux boîtes, 20^3 et 24^3, qui admettent bien d'autres périodes.

J	0,300	0,320	0,335	0,3453 (ordonné)
maximum en 20^3	10,8	24,0	120	2 700
maximum en 24^3	10,6	23,3	174	4 565
position	$(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$	$(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$	$(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$	$(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$, harmonique $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

Fondée : le spectre n'a qu'un pic, exactement au vecteur de période 4, de même hauteur dans les deux boîtes, déjà dominant loin de l'ordre (le fond du spectre vaut 4,7–4,9) ; il croît vers J_c et devient le pic du vide ordonné. Le champ d'organisation ($+$, $-$, l), lui, a son maximum aux grandes longueurs d'onde : son ordre est uniforme. **La période 4 est le mode mou du socle désordonné** : la paire hiérarchique qui fait le tour du grain en quatre mailles est la forme que le socle sélectionne quand il se perturbe vers l'ordre. Constatée dans le vide ordonné, elle est ici dérivée du vide désordonné ; deux périodes font les huit mailles du cube que lisent les quarks. **Restent** : les classes de modes autour de ce pic et leur symétrie sous S_4, et la sélection des modes par les volumes fermés (ci-dessous).

Un seul mode mou, sans classes. Au point P de la zone de Brillouin (le vecteur de période 4), le groupe de symétrie est $T_d \simeq S_4$: les modes s'y rangent en multiplets de dimension 1, 2 ou 3. La question était de savoir lesquels sont mous (`CRITERE_classes_modes.md`). La matrice de covariance des 36 canaux (6 types de grain × 6 dyades) a **un seul mode dominant, non dégénéré** — 117 en 20^3, 171 en 24^3 près de J_c ; 2 700 et 4 560 dans le vide ordonné —, toutes les autres valeurs propres restant sous 0,52, plus de deux cents fois moins. Les multiplets que la règle découpait parmi ces petites valeurs dépendent du bruit et diffèrent d'une boîte à l'autre : **réfutée** ; le plus mou n'est pas un doublet ($+/-$), et un triplet (candidat de la couleur) ne figure parmi les modes mous que dans une des deux boîtes. **Le socle a un seul mode mou, un singulet** : il ne porte pas, à ce niveau, de classes de modes. Dans le cadre du programme, c'est attendu : la différenciation en classes relèverait des contraintes de N_1 et N_2.

Une épaisseur n'est pas une cavité. Hypothèse écrite d'avance (`CRITERE_selection_forme.md`) : une épaisseur refermée retiendrait le mieux le mode mou à environ deux longueurs de corrélation — 8 mailles dans le vide ordonné ($\xi \approx 3$; 2,6 au J réglé), 12 ou 16 près de J_c ($\xi \approx 6{,}7$) ; tranches $T \times 24 \times 24$, $T = 4$ à 16, rapportées à 24^3 :

épaisseur T	4	8	12	16
mode mou près de J_c (rapport)	0,31	0,74	0,73	0,73
ordre gardé, vide ordonné (pic, rapport)	0,07	0,31	0,47	0,64
fluctuations autour du pic (rapport)	2,43	1,15	1,01	0,98

Réfutée : aucune résonance. **Ce qui se voit** : une seule période d'épaisseur empêche le mode mou de condenser (7 % de l'ordre) ; dès deux périodes il condense, d'autant plus que l'épaisseur croît. Le principe de la plus petite épaisseur tolérée se relit ainsi : *huit mailles est la plus petite épaisseur où le mode mou du socle peut s'ordonner*. C'est une relecture, non une dérivation : elle ne dit pas pourquoi les quarks préfèrent 8 à 12.

10.2 Les quatre nombres quantiques

L'article N_2 [5] retient quatre nombres quantiques d'une particule — la masse, la couleur, la charge et le spin — et les rattache aux quatre fonctions, R, D, H et L respectivement. Le tableau 27 dit ce que N_0 apporte à chacun.

nombre	**ce que N_0 établit**	**cat.**	**ce qui reste, et où**
masse (R)	pas d'énergie en N_0 ; des rapports de suppression, lus comme probabilités d'organisation du point et du grain (section 5)	[C], [G]	existence et échelle de la masse : N_2
couleur (D)	triplet du nœud de matière, protégé au point par $T_d \simeq S_4$; absent du grain, le vide reste neutre (§6.4)	[B]	connexion SU(3) et confinement : N_1 à N_3
charge (H)	Y unique à l'échelle près, charges en tiers (Prop. 14) ; doublet d'isospin ; $B - L$ sur quatre anneaux	[B]	valeur de α : N_3
spin (L)	spin $\frac{1}{2}$ des pattes et de la matière (Prop. 3, postulat de matière) ; deux statistiques (Prop. 10)	[A], [B]	hélicités des porteurs : N_1

Tableau 27: Les quatre nombres quantiques d'une particule : ce que N_0 en établit.

Les autres étiquettes ne sont pas des nombres quantiques indépendants, mais leurs composantes ou leurs lieux : l'isospin T_3 et l'hypercharge composent la charge ; la famille est l'organisation du point ; $B - L$ est une charge portée par les anneaux ; la chiralité est renvoyée à N_1. Les nombres n, l, m, s de l'atome en sont la réalisation au niveau N_3.

10.3 Le bilan des choix

Pour le lecteur non spécialiste : accord ou prédiction : pourquoi la différence compte

Un modèle qui a beaucoup de réglages peut reproduire presque n'importe quoi. Une courbe passe toujours par trois points si l'on a trois boutons à tourner. Pour juger un modèle, il faut donc compter ses choix et les comparer au nombre de résultats qu'il obtient.
Cet article appelle *accord* un résultat qui tombe juste, mais qui dépend d'un choix fait en connaissant la valeur visée. Il appelle *prédiction* un résultat qui ne dépend d'aucun tel choix, et qu'une mesure future peut contredire. Les rapports de masses sont des accords. L'ordre des masses des neutrinos, leur somme et le sens de leur violation de CP sont des prédictions. Cette section fait le compte : un seul paramètre réglé, quinze règles de lecture, dont sept formulées en connaissant la cible, et environ quatorze grandeurs indépendantes.

Le modèle de base a un paramètre, le couplage J (la force du lien) : la durabilité en fixe la zone (section 4), et sa valeur y est réglée sur les masses. Au-delà du modèle de base (tableau 12), quinze règles restent ajoutées pour des questions particulières ; ce sont des choix. Une seizième, la règle 12, qui portait une valeur ajustée pour le rapport des écarts des neutrinos, a été retirée (§10.5) : le modèle n'a plus qu'un paramètre réglé, J. Sept règles ont été fixées *avant* le calcul qu'elles commandent [D] ; la règle 5 reprend deux postulats d'unification ; sept ont été formulées en connaissant la grandeur visée. Toutes sept découlent du concept, posé au départ comme structure du modèle [B, concept] : les règles 1, 9, 10, 11, 14, 15 et 16.

Le compte. Un paramètre réglé (J) et quinze règles ajoutées, dont sept formulées en connaissant la grandeur visée (toutes tirées du concept [B, concept]), plus un choix déclaré sur le budget d'erreur (l'incertitude de texture, ±0,05, [E]), pour dix-neuf grandeurs mesurées : les dix-huit du tableau 25 et $1/\alpha_0$ (tableau 26). Deux de ces grandeurs n'utilisent aucune règle ajoutée ($T_d - T_e$ sans le quart d'accord, l'ordre des masses des neutrinos) ;

	règle	ce qu'elle explique	cat.	remarque
1	la durabilité porte sur le point et le point de points	la zone de J ; trois rapports de masses	[B, concept]	les associations de l'arène, dont les échanges portent la mesure de complexité ; appuyée par une seconde lecture (C95)
2	$B - L$ sur un intérieur à quatre anneaux, déclenché dans les défauts	d et e de la deuxième génération (deux rapports)	[D]	support dérivé (Prop. 17) ; déclenchement et couplage posés (C107)
3	la masse se lit linéairement	la part de la première génération héritée de s	[D]	accord avec « masse = probabilité », elle-même justifiée par l'indifférenciation (C110, C138)
4	la famille légère naît de l'intermédiaire	$d - e$ de la première génération ; $\lvert V_{us}\rvert$	[D]	validée par l'auteur (C125) ; confirmée sur dix paires (C127)
5	chaîne directe $SO(10) \to 3221$	M_U, $1/(M_U a)$	[D]	deux postulats (C64)
6	l'état S au point de points ; sa masse = rejet de L sans contrepartie	l'échelle des neutrinos	[D]	seconde traduction ; la première échouait (C130, C132)
7	un lien porte une moitié d'identité de chaque côté	le facteur $\sqrt{3}$ de d et e ; $x = 1$; le lien $M = v_R$	[D]	règle de l'auteur, justifiée par le budget minimal d'une association stationnaire (C136)
8	une association n'est pas seulement emboîté : au point, la famille légère garde un lien direct avec le vide	m_u et $\lvert V_{ub}\rvert$ ensemble	[D]	entre pairs $R = H$, le second H du budget se lit comme un lien direct au vide (un couplage, non un apport net : $\varphi = 0$) ; coût mesuré (C137–C139, CT4)
9	au grain, les liens entre familles regagnent un demi-accord, $\kappa = e^{J/2}$; l'électron, dont le doublet partage son identité avec le neutrino déchet, la moitié, $e^{J/4}$ (K4)	$\lvert V_{cb}\rvert$, $\lvert V_{us}\rvert$, d et e de première génération	[B, concept]	un axe partagé sur deux, au grain (face commune) ; au point, aucun : les familles s'y remplacent, sans frontière commune (C144, C149, C181)
10	prélever dans le vide demande de formater une identité brute ; le formatage se fait dans l'association (B4)	m_u avec la phase du lien direct	[B, concept]	le récepteur formate, sur son lien d'identité ; un bit à valence quatre, effacé une fois (C172–C174)
11	le lien direct, au point, est lu à l'angle tétraédrique de la filiation (B3)	γ, β, J_{CKM}	[B, concept]	l'angle entre deux pattes du point (symétrie T_d, C177)
12	*retirée* : la fraction des associations s qui émettent un déchet valait e^{-c}, $c = 0{,}046$ ajusté (S)	—	—	dix lectures fixées avant la mesure n'en ont pas trouvé l'origine (CT7) ; retirée plutôt que gardée comme second paramètre
13	en N_0, une interaction est acceptée ou refusée par le partenaire, sans énergie (un interrupteur) ; l'environnement paie le tribut des flux externes tant qu'il accepte la relation (I)	la cuisine ($10 : \ln 2$), le lien entre pairs (8)	[D]	principe de l'auteur (C191–C193)
14	le choix de signe de N_1 étant global, le côté gauche est natif ; le partenaire droit d'un état lourd perd un quart d'accord : $M_{\mathrm{droit}}/M_{\mathrm{gauche}} = e^{J/4}$ (KD)	M_R, l'échelle propre de la chaîne	[B, concept]	lire à rebours ôte la main native, un canal sur quatre (C198)
15	lecture du déchet : émis par l'association dans le sens de la sortie, sans moitié d'identité ni demi-accord ; reçu uniformément par le vide	θ_{23}, le rapport des écarts, le spectre léger	[B, concept]	réception uniforme : le déchet, intrus que les voisins ne reconnaissent pas, n'a pas d'identité à trier (C157, C159) ; C155–C164
16	le pas du vide : la phase relative des leptons vaut un sixième de tour, $\varphi = \pi/3$	θ_{12}, θ_{13}, δ_{CP}	[B, concept]	la valeur est l'angle dièdre de l'arête courte (`phase_du_pas`)

Tableau 28: Les règles ajoutées au modèle de base, leur catégorie et ce que chacune explique ; quinze sont en vigueur, la règle 12 est retirée. Les sigles entre parenthèses (S, I, KD, K4, B3, B4) sont ceux des sections de calcul.

$1/\alpha_0$ n'en utilise aucune pour sa valeur, mais sa cible passe par la chaîne d'unification (règle 5) ; une n'utilise que la première (m_t/m_c) ; toutes dépendent de J. Les grandeurs qui reposent sur une règle formulée en connaissant la grandeur visée ont servi à la choisir : elles ne comptent pas comme prédictions. Le compte est favorable sur la structure — un seul vide, une seule texture, un seul κ pour deux secteurs —, modeste sur les nombres : plusieurs accords sont à 0,1–0,3 en logarithme, non à la précision des mesures. Le critère retenu tout au long du travail (C104) est qu'une règle n'est gardée que si elle résout plus de contraintes qu'elle n'ajoute de choix : les règles 2 et 4 en résolvent chacune deux, comme la règle 8 ; la règle 9 en règle trois d'un seul κ dans le secteur d ;

la règle 6 n'en approche qu'une, l'échelle des neutrinos, que la règle 14 précise au facteur près (une règle pour une grandeur) ; la règle 12, qui introduisait un paramètre pour une seule grandeur, le rapport des écarts, a été retirée ; les règles 3, 5 et 7 sont des lectures du cadre plutôt que des ajustements.

Le compte, relu par un arbitre indépendant. Une relecture faite sans avoir suivi le travail conclut que le compte ci-dessus est trop favorable, et nous retenons ses raisons. **(1) Grandeurs.** Les « dix-neuf » ne sont pas indépendantes : deux sont des identités du code ($d-e=$ différence de deux lignes de masse), deux se déduisent des autres ($\sin 2\beta$, $|J_{\mathrm{CKM}}|$) ; les dix-huit du tableau 25 ne sont pas exactement les dix-huit du χ^2. Il reste environ quatorze grandeurs indépendantes. **(2) Choix non comptés jusqu'ici.** Le volume de lecture (vide entier, volumes distincts pour quarks et leptons, cube 8^3), retenu parmi une trentaine ; l'incertitude de texture ($\pm 0{,}05$ sur chacune de quatre énergies libres, choisie en connaissant l'écart) ; la phase de Cabibbo $\delta=\pi/2$; la comparaison à M_Z ; et des **planchers d'incertitude du modèle**, présents dans le code et jusqu'ici absents du texte : 0,010 sur $|V_{us}|$, 0,45°, 1,0°, 0,30° sur les trois angles des neutrinos, 0,0009 sur le rapport des écarts (leur effet sur le χ^2 est faible, 17,8 au lieu de 17,9). **(3) Prédiction.** Avec la convention de la section 1 — un résultat prend la catégorie la plus faible de ses sources —, les grandeurs de masse et de mélange, qui passent toutes par la règle 1, formulée en connaissant la grandeur visée, ne sont pas des prédictions mais des *accords*. Le contenu prédictif du modèle tient aujourd'hui dans les structures (un vide, trois familles, $\mathbf{3+2}$, seize états, ordre normal) et dans quelques nombres que l'expérience n'a pas encore fixés ($\sum m_\nu$, le signe de la violation de CP des leptons par rapport à celle des quarks), non dans le χ^2.

Moins de choix indépendants. Le principe d'indifférenciation (§3.9) n'ajoute aucune règle : il justifie des éléments du modèle de base (tableau 7), sans changer aucune valeur. Le principal gain porte sur la durabilité : la mesure qui fixe J, et par lui toutes les masses, reposait sur des poids posés ; la zone de J repose sur un principe. Avec le budget minimal d'une association stationnaire (§3.9), il appuie aussi quatre des règles ajoutées :

règle	ce qui la justifie	ce qui en dépend
la moitié d'identité (règle 7)	le budget minimal : R prélève 1 sur un capital de 2, que H reconstitue	$x=1$, θ_{12}, $M=v_R$
le lien direct au vide (règle 8)	$R=H$ entre pairs : le second H du budget ne peut venir que du vide, comme couplage et non comme apport net ($\varphi=0$)	m_u, $\lvert V_{ub}\rvert$
le demi-accord entre familles (règle 9)	un axe partagé sur deux, au grain : la grandeur (R–H), non la forme (D–L) ; le lien regagne $e^{J/2}$	$\lvert V_{cb}\rvert$, $\lvert V_{us}\rvert$, d_1
« l naît de s » (règle 4)	relue comme contrainte de voisinage *des états*, compatible avec un N_0 sans temps orienté et avec la règle 8 (vérifié, C140)	$d-e$, $\lvert V_{us}\rvert$

La règle 3 découle de « masse = probabilité ». Restent appuyés sur leurs raisons propres : la valeur de J, réglée (sa zone vient de la règle 1, [B, concept]), $B-L$ sur quatre anneaux (règle 2), la chaîne d'unification (règle 5), l'état S et le rejet sans contrepartie (règle 6).

10.4 Structures, plages et valeurs fines

L'introduction pose que N_0 fixe des structures et des plages, et que les valeurs précises viennent des interactions de N_1 et N_2 (§1). Cette section chiffre les plages. Définition écrite avant le calcul (`CRITERE_plages.md`) : la **plage** d'une grandeur est l'intervalle que parcourt le modèle quand on fait varier les seuls choix que N_0 laisse ouverts — le volume fermé de lecture (24 volumes, de 3 072 à 82 944 grains, dont le cube de deux périodes avec ses trente graines) et la rigidité J sur l'intervalle mesuré 0,3451–0,3455 —, les règles restant fixes. On donne la plage entière et sa **bande centrale** (16–84 % des lectures).

Pour l'étudiant : plage, bande centrale et les deux assiettes

Une plage. Le modèle ne laisse que deux choix ouverts : le volume fermé dans lequel on lit (24 volumes, de 3 072 à 82 944 grains) et le couplage J, la force du lien (ici de 0,3451 à 0,3455). Les règles restent fixes. On calcule la grandeur pour chaque choix ; l'intervalle que couvrent toutes ces lectures est sa plage.
La bande centrale. On trie les lectures et on garde celles qui sont entre 16 % et 84 %. Pour une distribution gaussienne, ce serait un écart type de part et d'autre de la médiane : le cœur des lectures, sans les extrêmes. Exemple : pour $\ln(m_t/m_c)$, la plage va de 3,67 à 5,73, la bande de 4,92 à 5,62 ; la valeur mesurée, 5,604, est dans la bande.
Dans la plage ne veut pas dire prédit. Cette plage-là couvre environ 70 erreurs expérimentales : presque toute valeur raisonnable y tomberait. Y tomber teste peu. Une plage étroite, comme celle de m_t/m_u (moins de cinq erreurs), est bien plus informative. De plus, les grandeurs ne sont pas indépendantes : dix-huit « dans la plage » ne font pas dix-huit tests. Le tableau est un inventaire, non une épreuve.
Les deux assiettes. Une bille au fond d'une assiette *creuse* y revient après une petite poussée. Ainsi des structures de N_0 (trois familles, $\mathbf{3+2}$, seize états) : rien de petit ne les déplace ; la symétrie qui protège

3 + 2 ne se perd en aucun point du vide fluctuant. Dans une assiette presque *plate*, une faible force suffit à déplacer la bille. Ainsi des valeurs fines : la durabilité est plate autour de son maximum, et fixe la zone de J, non sa valeur. Dans la lecture de MicroGlobal, ce sont les interactions de N_1 et N_2 qui régleront ces valeurs.

La figure 23 illustre l'image des deux assiettes.

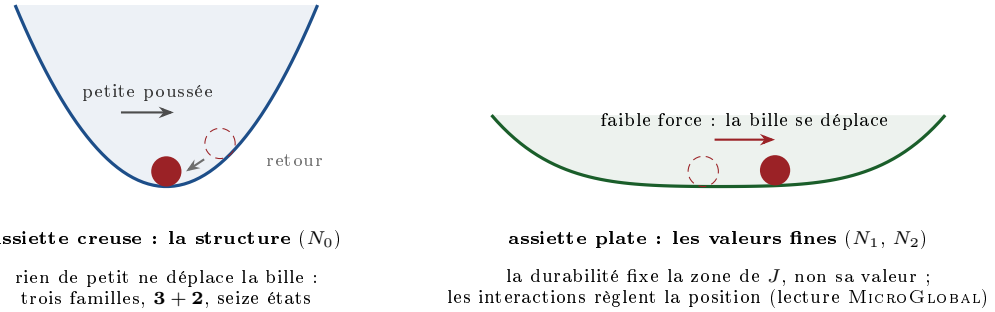


Figure 23: L'image des deux assiettes. À gauche, une cuvette profonde : après une petite poussée, la bille revient au fond (position en tirets : écartée, puis rappelée). Les structures de N_0 sont de ce type. À droite, une cuvette presque plate : une faible force déplace la bille (de la position en tirets à la position pleine). Les valeurs fines, que N_0 ne fixe qu'à une plage près, sont de ce type ; la lecture de MicroGlobal attend leur réglage des interactions de N_1 et N_2.

grandeur	plage de N_0	bande centrale	observé	position
$\ln(m_t/m_c)$	3,67 – 5,73	4,92 – 5,62	$5{,}604 \pm 0{,}028$	dans la bande
$\ln(m_t/m_u)$	11,38 – 11,69	11,51 – 11,60	$11{,}83 \pm 0{,}17$	**au-dessus**
$\ln(m_b/m_s)$	3,05 – 3,99	3,59 – 3,93	$3{,}978 \pm 0{,}087$	**au-dessus**
$\ln(m_b/m_d)$	6,28 – 6,91	6,73 – 6,87	$6{,}969 \pm 0{,}072$	**au-dessus**
$\ln(m_\tau/m_\mu)$	1,74 – 2,88	2,43 – 2,82	2,832	**au-dessus**
$\ln(m_\tau/m_e)$	7,75 – 8,20	8,06 – 8,16	8,183	**au-dessus**
$d-e$ (2^{e})	1,11 – 1,31	1,12 – 1,16	$1{,}146 \pm 0{,}087$	dans la bande
$d-e$ (1^{re})	−1,48 – −1,28	−1,33 – −1,29	$-1{,}214 \pm 0{,}072$	**au-dessus**
$\lvert V_{us}\rvert$	0,192 – 0,229	0,202 – 0,226	$0{,}2245 \pm 0{,}0008$	dans la bande
$\lvert V_{cb}\rvert$	0,037 – 0,113	0,039 – 0,057	$0{,}0410 \pm 0{,}0014$	dans la bande
$\lvert V_{ub}\rvert$	0,0036 – 0,0046	0,0037 – 0,0039	$0{,}00382 \pm 0{,}00024$	dans la bande
γ	58,7° – 67,2°	66,4° – 67,1°	$65{,}9° \pm 3{,}4°$	au bord bas
$\sin 2\beta$	0,38 – 0,78	0,60 – 0,76	$0{,}708 \pm 0{,}011$	dans la bande
$\lvert J_{\text{CKM}}\rvert$	$2{,}7 – 8{,}5 \times 10^{-5}$	$3{,}0 – 4{,}0 \times 10^{-5}$	$3{,}08 \times 10^{-5}$	dans la bande
θ_{12}	31,4° – 36,2°	33,0° – 34,8°	$33{,}7° \pm 0{,}7°$	dans la bande
θ_{23}	41,8° – 49,6°	43,2° – 44,8°	$43{,}3° \pm 0{,}9°$	dans la bande
θ_{13}	6,8° – 11,9°	8,0° – 9,3°	$8{,}56° \pm 0{,}11°$	dans la bande
$\Delta m^2_{21}/\Delta m^2_{31}$	0,019 – 0,038	0,030 – 0,036	$0{,}0298 \pm 0{,}0008$	au bord bas
$\sum m_\nu$	0,063 – 0,070 eV	0,065 – 0,068 eV	$< 0{,}064$ eV (cosmologie)	**à cheval**

Calcul : `C_plages.py`, `RESULTAT_plages.txt` (modèle C188qn, entrées mesurées dans chaque volume). $\sum m_\nu$: §8.4, borne DESI DR2 en ΛCDM.

Ce que dit le tableau. **Les dix-huit grandeurs tombent dans leur plage, à l'erreur de mesure près** ; pour quinze, la valeur mesurée centrale est dans la plage, et dix tombent dans la bande centrale. Mais les plages n'ont pas toutes le même poids : plusieurs sont larges (jusqu'à 70 erreurs expérimentales pour m_t/m_c, $|V_{cb}|$, θ_{13}), donc peu contraignantes ; les plages étroites — m_t/m_u, $d-e$, γ, $|V_{ub}|$, moins de cinq erreurs — sont les plus informatives, et elles contiennent la valeur mesurée. La somme des masses des neutrinos est calculée avec les rapports de N_0 et l'écart de masse mesuré par les oscillations (l'échelle propre de la chaîne n'étant pas fixée, §8.4) : elle est **à cheval** sur la borne cosmologique actuelle, qui dépend du modèle ΛCDM.

Un sens, annoncé d'avance. Les six grandeurs au-dessus de leur bande centrale ont un trait commun : ce sont toutes des hiérarchies de masse (lourd sur léger) ou un écart qui en dépend. **Les hiérarchies observées sont un peu plus raides que la lecture centrale de N_0.** Si la lecture de l'introduction est juste, les interactions de N_1 et N_2 doivent *raidir* les hiérarchies de masse : c'est le sens annoncé que demande la condition (2). L'échelle des neutrinos n'entre pas dans ce sens : la chaîne ne la fixe pas (§8.4). L'inverse — des corrections qui aplatiraient les hiérarchies — mettrait le modèle en difficulté.

Une première épreuve, aux niveaux supérieurs. Parmi les niveaux déjà écrits, seul N_2 fixe des valeurs de masse dans les plages de N_0 : pour les leptons chargés, il lit la relation de Koide, $Q = (\sum m)/(\sum \sqrt{m})^2 = \frac{2}{3}$, comme le maximum de la capacité d'un secteur. Sur la plage de N_0, Q a pour médiane 0,655, et 88 % des points

sont sous $\frac{2}{3}$; or Q croît avec la hiérarchie. Les points de la plage que sélectionne $Q = \frac{2}{3}$ ont $\ln m_\tau/m_\mu = 2{,}819$ et $\ln m_\tau/m_e = 8{,}153$, contre 2,701 et 8,120 pour la lecture centrale, et 2,822 et 8,154 observés (masses de pôle) (`emboitement`). **La sélection de N_2 raidit la hiérarchie, dans le sens annoncé.** L'accord avec l'observé est la relation de Koide elle-même, connue empiriquement ; ce qui est éprouvé est que la plage de N_0 contient ces points et que la sélection va dans le sens annoncé. Pour les quarks, l'épreuve n'est pas encore disponible : ni N_1, linéaire et sans vertex, ni N_2, où les quarks n'ont pas de masse de pôle, ne fixent leurs masses ; elles attendent N_3.

Toute la zone de durabilité. La plage ci-dessus ne fait varier J que sur 0,3451–0,3455, l'intervalle où les entrées étaient mesurées. Or N_0 fixe une *zone* de J (la durabilité : $0{,}3454 \pm 0{,}0005$ aux petites tailles, $0{,}3458 \pm 0{,}0003$ en 20^3), pas une valeur. La latitude réelle est donc $J \in [0{,}3449\ ;\ 0{,}3461]$. On a refait le calcul sur toute la zone, avec un critère écrit avant le calcul (`CRITERE_plages_zone_durabilite.md`) : mêmes 24 volumes, règles fixes, 174 séries nouvelles à $J = 0{,}3449$ et 0,3461 (6 graines pour les cubes, 3 pour les autres volumes), interpolation en J de degré 2, ou de degré 3 si un point s'écarte de plus de 3 erreurs (c'est le cas de 14 volumes).

grandeur	plage, J mesuré	plage, zone entière	observé	valeur centrale dans la plage
$\ln(m_t/m_u)$	11,38 – 11,69	11,32 – 11,89	$11{,}83 \pm 0{,}17$	**oui**
$\ln(m_b/m_d)$	6,28 – 6,91	6,28 – 7,07	$6{,}969 \pm 0{,}072$	**oui**
$d-e$ (1^{re})	$-1{,}48$ – $-1{,}28$	$-1{,}47$ – $-1{,}27$	$-1{,}214 \pm 0{,}072$	**non**, dehors de 0,06 (0,8 erreur)

Verdict : cas (B) du critère. Deux des trois valeurs centrales qui dépassaient leur plage y entrent ; l'écart $d-e$ de la première génération reste au-dessus, de moins d'une erreur. Les dix-huit grandeurs restent dans leur plage étendue. Un contrôle sans interpolation (le modèle lu seulement aux points mesurés) donne la même conclusion. **Trois réserves.** Les deux entrées viennent seulement du bord haut de la zone ($J = 0{,}3461$), et d'un seul volume ($8 \times 12 \times 12$) ; sans ce point, aucune des trois n'entre. Les plages s'élargissent toutes (celle de m_t/m_u passe de 1,8 à 3,4 erreurs, celle de $|V_{ub}|$ de 3,8 à 6,5, celle de θ_{13} double), donc elles contraignent moins. Les bandes centrales bougent peu (celle de m_t/m_u monte au plus à 11,65, pour 11,83 observé). **Lecture.** Monter J dans la zone raidit les hiérarchies, mais le cœur des lectures reste en dessous des valeurs mesurées : le sens de correction annoncé plus haut ne change pas. La latitude que N_0 laisse sur J est épuisée sur ce point ; le tableau garde l'intervalle mesuré, dont les plages sont plus étroites, donc plus informatives. $\sum m_\nu$, calculée ensuite sur la plage (`CRITERE_cp_somme_plage.md`), vaut 0,066–0,086 eV sur l'intervalle mesuré et 0,065–0,093 eV sur la zone entière à l'échelle de la chaîne, qui n'est pas fixée ; avec l'écart mesuré Δm^2_{31}, elle vaut 0,063–0,070 eV et 0,063–0,076 eV (`somme_nu_seuils`). Sur les mêmes points, le signe relatif de la violation de CP (leptons opposés aux quarks) ne change jamais, et δ_{CP} reste entre 345° et 349° (343° à 353° sur la zone entière). **Où se trouvent les écarts qui restent.** Ils sont tous dans la première génération, là où la lecture de N_0 est la moins précise : la première génération ne se lit pas directement, elle naît de la famille intermédiaire (règle 4) et cumule les approximations de la texture écrite à l'ordre dominant. L'incertitude de texture calculée (écart entre l'ordre dominant et l'ordre suivant, `RESULTAT_ordre2.txt`) est la plus grande pour le quark d et l'électron : 0,23 pour $\ln m_b/m_d$, 0,18 pour $\ln m_\tau/m_e$, contre moins de 0,05 pour les autres rapports de masse sauf $\ln m_b/m_s$ (0,07). **Pour $\ln m_t/m_u$, elle ne vaut que** 0,047 : elle n'explique qu'une partie de l'écart (0,14 au-dessus de la plage mesurée). **Un point commun.** Les trois grandeurs juste au-dessus de leur plage — m_t/m_u, m_b/m_d et $d-e$ de la première génération — portent toutes sur la première génération, que N_0 ne lit qu'à l'ordre dominant de la texture. La lecture au-delà de cet ordre a été faite, avec les mêmes entrées et les mêmes règles (`premiere_generation`, critère écrit avant le calcul). Les corrélations des points liés rapprochent bien les trois grandeurs de l'observé, dans le sens annoncé : à $J = 0{,}3453$, $\ln m_t/m_u$ passe de 11,58 à 11,63, $\ln m_b/m_d$ de 6,87 à 7,10, et $d-e$ de $-1{,}29$ à $-1{,}24$. Mais la correction ne converge pas (la correction de paire, $\delta_{as} = 1{,}18$, est d'ordre un), et elle multiplie par vingt le χ^2 des quinze autres grandeurs. Elle n'est donc pas une lecture de N_0. Ces petits écarts sont ceux que les interactions de N_1 et N_2 devront régler ; on s'arrête là pour N_0, sans chercher d'autre latitude après coup. (`C_plages_zone.py`, `RESULTAT_plages_zone.txt` ; contrôle `C_plages_zone_brut.py`.)

Limites. La plage ne fait varier ni les règles ni le modèle de base : elle mesure la latitude de lecture du socle, non toutes les incertitudes. Les grandeurs ne sont pas indépendantes (§10.3) : dix-huit « dans la plage » ne valent pas dix-huit tests. Et ce tableau est un inventaire, non une épreuve : aucune décision n'y était attachée d'avance.

10.5 Le bilan des points, et la frontière avec les niveaux suivants

Les questions posées en cours de travail sont recensées ici dans leur dernier état mesuré, numérotées pour être reprises une à une. Aucune ne reste ouverte qui relève de N_0. Elles sont de deux sortes : celles que N_0 a tranchées (dérivées, calculées ou déclarées), et celles qui demandent une variable que N_0 ne possède pas — l'énergie, le temps orienté, le choix de $+i$ ou $-i$ — et qui sont donc renvoyées à N_1 et N_2 (§3.9). N_0 est un socle où les formes ne sont qu'en puissance : une partie des premières relève en fait des secondes. Chaque point

a été trié, avec l'auteur, en trois classes : dérivé (ou calculé) dans N_0, non dérivé et déclaré comme choix, en attente de N_1 et N_2 ; le tableau ci-dessous en fait le bilan.

classe	sous-points
dérivé ou calculé dans N_0	O1a groupe et transport ; O1b action de Wilson ; O1c centre porté par les pattes ; O2a place du doublet ; O2d séparation doublet–triplet permise ; O3a courbure nulle en N_0 ; O4a pas de candidat de matière noire ; O9a mécanismes des formes ; O9b diagnostic des secteurs ; O12a coût du lien direct ; O13a zone de J ; conditionnels à O9c : O5b, O6, O7, O8 (accord dans le cube)
[B, concept] dérivé du concept	O10a règle KD ; O11a et O11c pas du vide et sa valeur
non dérivé, déclaré	O13b valeur de J (le seul paramètre réglé) ; règles 2–8 et 13, fixées avant le calcul (les règles 1, 9–11 et 14–16 sont [B, concept])
en attente de N_1 et N_2	O1c lien avec la géométrie (N2) ; O1d confinement (N_3) ; O2b dynamique du Higgs ; O2c échelle électrofaible ; O2d sens et ampleur de la séparation ; O3b lien matière–géométrie ; O4b effets gravitationnels ; O9c sélection du cube ; O10b échelle des neutrinos ; O14 à O19
levé sur l'arène d'espace-temps	O20 pas de temps (pas $a_c/2$ fixé par $W(F_4)$; tick de deux couches ; vitesse commune protégée aux boucles, pour les champs libres et la gravité de Regge linéarisée)
levé sous le principe du compromis	O21 couplage au grain : $67{,}0 \pm 0{,}2$ avec Wilson, sous sa cible 80 ± 3 ; $40{,}0 \pm 1{,}3$ sous le principe [B, concept], dans la cible 43 ± 3 à son bord bas ; tension d'un à deux écarts type avec α_s et le proton (chaîne inversée)
à trancher par l'observation	O10c $\sum m_\nu$; O11b δ_{CP} ; lectures [G] : O4c (réponse du socle), O10 (quart de tour), O13 (J fixé en N_1/N_2)

Points tranchés dans N_0.

- **(O1) L'origine de la connexion de jauge** : **(O1a) dérivé** : le groupe Spin(10) est celui des opérations à deux modes du nœud, le transport est l'identification des modes, le centre est $\mathbb{Z}_4$ (Prop. 18, 19, 20) ; **(O1b) dérivé sous l'hypothèse de linéarité (iii)**, [B] : l'action de Wilson est la règle d'accord appliquée aux cycles, au premier ordre (Prop. 21, [B]), son couplage fixé par le point de coexistence ; la forme de l'action est fixée par le principe du compromis [B, concept] (action A1-A, O21) ; Wilson en est la lecture au premier ordre ; **(O1c) en partie dérivé** : la phase commune des pattes porte le centre (Prop. 22 ; des phases distinctes par patte ne se transportent pas sur les modes) ; **le lien avec l'holonomie géométrique des faces n'est pas dérivable en N_0 et est renvoyé à N_2**, où la matière se loge dans l'espace ; **(O1d) renvoyé à N_3** : le confinement de la couleur est un phénomène de basse énergie, qui suppose la course et une échelle ; son échelle vient de α_s, qui est une entrée de N_0.
- **(O2) Le doublet de Higgs** : **(O2a) dérivé** : sa place, les opérateurs à un mode d'isospin, d'hypercharge $+\frac{1}{2}$ (§6.2, [B]) ; **(O2b) en attente de N_1 et N_2** : sa dynamique (l'article le tient pour composé ou collectif) ; **(O2c) en attente de N_1** : l'échelle électrofaible, N_0 étant sans échelle ; **(O2d) dérivé qualitativement** : la séparation entre doublet et triplet est permise par la symétrie du point (**3** et **2** irréductibles distincts, le doublet le plus fragile) ; **son sens en attente de N_2** (le couplage du nœud au vide), **son ampleur en attente de N_1**.
- **(O3) La courbure autour d'un défaut** : **(O3a) dérivé : nulle en N_0, par construction**. L'arène est figée : une configuration du vide choisit quels liens sont hiérarchiques et quelle organisation prend chaque grain, mais ne déforme aucun tétraèdre. Les grandeurs géométriques des états ne bougent pas non plus : toutes les pattes portent le spin $\frac{1}{2}$, donc les mêmes aires, et l'opérateur de volume du grain, $Q = \mathbf{s}_1 \cdot (\mathbf{s}_2 \times \mathbf{s}_3)$, vaut $\pm\sqrt{3}/4$ sur ses deux mains (`volume_grain.py`) : même volume au signe près. Un point de famille s ou l ne change ni aire ni volume : il ne courbe pas l'espace. **(O3b) en attente de N_1 et N_2** : le lien entre matière et géométrie demande une géométrie qui réponde aux états (spins variables, ou relation entre organisation et longueurs). Le socle en fixe la structure (l'aire d'une face est un opérateur, §2.9), non la dynamique.
- **(O4) Les effets gravitationnels attribués à la matière noire**. Ce qui est observé, ce sont des effets gravitationnels en excès (rotation des galaxies, cohésion des amas, lentilles) ; la matière noire en est une explication parmi d'autres. **(O4a) dérivé** : aucun état de N_0 n'est candidat à une matière noire durable : la seule parité exacte laissée par le centre $\mathbb{Z}_4$ quand le **126** condense est $z^2 = (-1)^{3(B-L)}$, que N_0 lit comme la parité fermionique ; sur tout le contenu (**16**, **10**, **126**, connexion), $(-1)^{3(B-L)+2s} = +1$, et aucun état n'est protégé. L'état S forme avec ν^c une paire lourde ($\approx v_R$), dont chaque état contient au moins un quart de ν^c, et se désintègre en 10^{-32} à 10^{-27} s, par son Yukawa ou par le courant droit (tableau 30). Un candidat protégé par ce centre serait un fermion de $z^2 = +1$ ou un boson de $z^2 = -1$: il romprait la lecture de z^2 comme parité fermionique. **(O4b) en attente de N_1 et N_2** : ces effets demandent une géométrie qui réagit (O3). **(O4c) lecture du programme** [G] : le socle a une organisation — ordre, fluctuations, entropie, un mode mou — ; si la gravité émerge de la façon dont la matière contraint ce socle, l'excès de gravité pourrait être la réponse du socle à la matière plutôt qu'une substance ajoutée,

dans la famille des gravités émergentes. Elle devra donner, à N_1 et N_2, une prédiction qui la sépare de la matière noire : la relation serrée entre gravité en excès et matière visible dans les galaxies plaide pour une réponse du vide, la séparation de la masse et du gaz dans les amas en collision et les pics du fond diffus pour des particules. Une piste reste à tester : une gravité qui dépend de l'échelle aux grandes distances, avec pour indice l'accélération $a_0 \approx c\,H_0$ à laquelle l'excès apparaît dans les galaxies. **Question ouverte pour N_3 et au-delà**, sans calcul ici.

- **(O5) Le rapport des écarts des neutrinos** : lu dans le vide entier, sans règle ajustée, il vaut 0,035 pour $0{,}0298 \pm 0{,}0008$ (+2,8 erreurs, modèle de C188, entrées de C201) ; avec les entrées mesurées ensemble en 20^3 (CT8), 0,0343 (+3,8) ; avec l'incertitude de texture , $0{,}035 \pm 0{,}005$. La règle 12 (S), qui le corrigeait par une valeur ajustée, a été retirée après dix lectures réfutées (annexe A.4). **Lu dans un petit volume fermé**, il descend à 0,030–0,034 ; avec le modèle entier lu dans le cube de deux périodes, 0,0324 (+1,4). **(O5a) un résultat** : l'écart dans le vide entier montre que le vide infini n'est pas le cadre où se lisent les neutrinos ; il n'y a plus rien à chercher dans leurs règles. **(O5b) conditionnel** : l'accord dans le cube de deux périodes est acquis si ce volume est dérivé ; (O5) suit le sort de (O9) et n'appelle aucun travail propre.

- **(O6) $|V_{cb}|$, et par lui $\sin 2\beta$** : avec les entrées de CT8 (vide entier), $|V_{cb}| = 0{,}0383$ ($-1{,}9$) et $\sin 2\beta = 0{,}762$ (+4,7 contre la mesure directe, +0,6 contre l'indirecte). Les règles B3, B4 et 9 tiennent contre 29 et 7 variantes fixées d'avance (annexe A.6) ; huit placements de $B - L$ et d'un terme (s, l) ne le déplacent pas. **Lu dans le volume fermé des quarks** , $|V_{cb}|$ tombe juste ; dans le cube de deux périodes, $|V_{cb}|$ est à $-1{,}2$ erreur et $\sin 2\beta$ à +2,2 (mesure directe). Même tri qu'en (O5) : l'écart dans le vide entier est un résultat ; l'accord dans le cube est conditionnel à (O9).

- **(O7) m_τ/m_e** : $\ln(m_\tau/m_e) = 8{,}162$ ($-3{,}2$) avec les entrées de CT8 ; K4 tient contre six lectures fixées d'avance. Dans le cube de deux périodes, il tombe à moins d'une erreur ($-0{,}6$). Même tri qu'en (O5) : conditionnel à (O9).

- **(O8) Le décalage de J entre quarks et leptons** : dans le vide entier, 0,00025, soit 0,05 sur les énergies libres. Écartés : les règles B3, B4, 9 et K4, la structure de $B - L$ du secteur d, les anneaux internes, le triplet de couleur du point, l'évolution en énergie dans le Modèle standard ; l'ordre suivant de la texture ne converge pas. **Lus dans des volumes fermés, quarks et leptons se lisent au même J** : le modèle entier, lu dans le cube de deux périodes, donne $\chi^2 = 16{,}2$ pour 18 grandeurs à $J \simeq 0{,}3454$ avec 6 graines, 24,3 avec 24 graines nouvelles (réplication). Le décalage devient ainsi la question (O9). **un résultat dans le vide entier, un accord conditionnel dans le cube de deux périodes** ; (O8) est fondu dans (O9).

- **(O9) La forme des volumes que lisent les particules** : **(O9a) établi dans N_0** — les mécanismes, mesurés avec des règles écrites d'avance : une seule entrée, F_s^{pt}, commande la lecture des quarks, dans une fenêtre ($\approx$ 2,70–2,80) que le cube 8^3 occupe ; les volumes allongés en sortent par le bas, parce que les points s s'y regroupent dans des bouchons dont la part croît comme $L^{1,2}$; les grands volumes en sortent par le haut ; l'abaissement dans les petits volumes suit les fluctuations de la brisure de symétrie (partiel) ; la période 4 est le mode propre du socle ; une épaisseur refermée doit être un multiple de 4 et d'au moins deux périodes pour que ce mode condense. Réfutés : un seuil de bouchons ou de regroupement seul, une épaisseur comme cavité, des classes de modes dans le socle. **(O9b) dérivé dans N_0 (diagnostic, `RESULTAT_diag_leptons.txt`)** : la même entrée, F_s^{pt}, commande les leptons chargés — la remettre à sa valeur de 8^3 ramène leur χ^2 de 24–84 à 16–25, la grandeur la plus tirée étant m_τ/m_μ —, mais avec un *seuil bas seulement* : les leptons tolèrent les grands volumes isotropes (16^3 à 24^3, $F_s^{\mathrm{pt}} = 2{,}82$–$2{,}83$, $\chi^2 = 17$–19) et refusent les volumes aplatis ou allongés ($F_s^{\mathrm{pt}} \leq 2{,}69$, $\chi^2 = 35$–84). **Les quarks demandent $F_s^{\mathrm{pt}} \lesssim 2{,}80$, les leptons $F_s^{\mathrm{pt}} \gtrsim 2{,}75$: les deux secteurs ne se recouvrent que dans une bande étroite, que le cube de deux périodes occupe** (2,79). Les neutrinos sont commandés par le rejet de la famille l (r_l) : les grands volumes font monter le rapport des écarts (+2,5 à +4,1), remettre r_l à sa valeur de 8^3 en corrige l'essentiel ; ils préfèrent les petits volumes (8^3, A8, cube vrai Acube : $\chi^2 = 13$–15 avec 6 graines ; 8^3 répliqué avec 24 graines : 24). **Lecture** [G] : le cube de deux périodes n'est pas le volume de chaque secteur, mais leur seul terrain commun. C'est une exploration sur des données existantes, non une épreuve écrite d'avance. **(O9c) en partie dérivé** [B, concept] : à N_0, l'oscillation superpose les deux axes R–H et D–L ; chacun demande un cycle complet du mode de période 4, d'où au moins deux périodes, une par axe. Cela fixe le minimum, pas le reste : le choix du volume lui-même — deux périodes plutôt que trois, et sa taille — serait une sélection que les contraintes de N_1 et N_2 opèrent sur le socle ; N_0 en donne les conditions (multiple de 4, au moins deux périodes, la bande commune de F_s^{pt}). Le cube reste un résultat d'exploration tant que N_1 n'aura pas dit quelle contrainte le sélectionne. **(O9d)** la valeur de J : reportée à (O13) ; la règle de durabilité, lue dans le cube, fixe la zone et non la valeur. La plage a été calculée sur toute la zone (§10.4) : deux des trois valeurs qui dépassaient leur plage y entrent, au bord haut seulement ; la latitude de N_0 sur J est épuisée.

- **(O10) Le spectre lourd** : **(O10a) dérivé du concept** [B, concept] : la règle 14 (KD : le partenaire droit d'un état lourd, lu à rebours, perd un quart d'accord, $M_{\text{droit}}/M_{\text{gauche}} = e^{J/4}$, C198) a sa valeur tirée du concept (un canal sur quatre, la main native, ôté par la lecture à rebours) ; son effet ne dépend pas des modes absorbés par les bosons lourds (C199). **(O10b) en attente de N_1** : l'échelle absolue des neutrinos passe par l'échelle droite M_R, une énergie. **(O10c) à trancher par l'observation** : avec les rapports de N_0 et l'écart de masse mesuré par les oscillations, $\sum m_\nu = 0{,}063$–$0{,}070\,\text{eV}$, **à cheval sur la borne cosmologique actuelle** ($< 0{,}064\,\text{eV}$, DESI DR2 en ΛCDM [16], qui dépend du modèle cosmologique) ; le neutrino léger n'est pas nul ($m_{\nu_1} \approx 4$–$7\,\text{meV}$). L'échelle propre de la chaîne (0,066–0,086 eV) n'est pas fixée par N_0 : les seuils lourds la déplacent d'un facteur 37 (`somme_nu_seuils`). **Lecture** [G] : les accords partiels du modèle sont des moitiés successives (accord entier e^J, demi-accord $e^{J/2}$ de K3, quart d'accord $e^{J/4}$ de K4 et de KD) ; le cycle $\mathbb{Z}_4$ du mode propre produit lui aussi des moitiés — deux phases voisines du cycle ont une patte hiérarchique commune sur deux. La « moitié d'identité » des règles pourrait être ce pas de cycle, et le quart, deux pas. **Non éprouvé** : il faudrait une grandeur du socle qui isole l'accord d'un lien d'un pas de cycle ; les corrélations de voisins mesurent l'association entière (C150), et une paroi décalée d'un pas est interdite par le caractère biparti du réseau. Lire « à rebours » supposant une orientation du cycle, que N_0 n'a pas ($D = L$), l'épreuve relèverait peut-être de N_1. **Un principe de partage, cherché à rebours et réfuté.** Une règle unique redonne les trois fractions : un lien vaut la moyenne de ses deux côtés, chaque côté apporte la part de son identité qui est portée et qui coïncide, et l'identité se partage par moitiés (les deux bits de $\mathbb{Z}_4$, les deux membres d'un doublet). Elle donne $\frac{1}{2}$ (K3), $\frac{1}{4}$ (K4), une perte de $\frac{1}{4}$ (KD), $3^{1/4}$ et $M = v_R$. Elle a été trouvée en connaissant les valeurs, parmi sept traductions ; un accord par hasard était probable (environ 60 %). Sa conséquence nouvelle — le doublet (ν, e), « à moitié » dans K4, réduit aussi aux trois quarts le facteur $B - L$ de l'électron — a été fixée avant le calcul : **elle échoue** ($\chi^2 = 1069$ contre 61 ; m_τ/m_μ à +18 erreurs ; 269 contre 25 avec l'incertitude de texture ; `partage_identite`). Les règles 9 et 14 découlent d'une autre lecture du concept : un lien vaut la part de ses canaux ou de ses axes qui reste partagée [B, concept]. **Le lien ν^c–S est tranché** : ν^c et S n'ont pas de structure propre, donc pas d'identité, d'où $M = v_R$ (§8.6) ; lus comme une superposition pondérée par le poids du vide, ils déplacent $\sum m_\nu$ de $-0{,}4\,\text{meV}$ (`superposition_S`). La plage de $\sum m_\nu$ ne contient pas l'incertitude des seuils sur M_R.

- **(O11) Le pas du vide** : **(O11a) dérivé du concept** [B, concept] : la règle 16 fixe la phase relative des leptons à un sixième de tour, $\varphi = \pi/3$ (C166), motivée par la géométrie : le vide est une organisation courte, articulée sur l'arête courte à 60° où six grains se referment : un pas pour un grain, l'angle dièdre de l'arête courte. **(O11b) à trancher par l'observation** : $\delta_{\text{CP}} = 347°$ et le signe de la violation de CP des leptons par rapport à celle des quarks (opposé : $\sin\delta < 0$ pour $J_{\text{CKM}} > 0$), par DUNE et Hyper-Kamiokande ; dans N_0, le déchet est le seul lien reçu par le vide qui porte une phase observable (C169, C184). **(O11c) la valeur, calculée** [B, concept] : un lien qui fait le tour de l'arête courte prend, par grain, l'angle dièdre $\pi/3$ (six grains), et autour de l'arête longue $\pi/2$ (quatre grains ; `phase_du_pas`) ; le modèle du vide de N_0 n'a pas de variable de phase dynamique, et rien n'y fixe la valeur des phases des pattes (qui portent pourtant le centre, Prop. 22) ; le signe global de la violation de CP (le même pour les quarks et les leptons) est une convention, fixée par la mesure côté quarks ($J_{\text{CKM}} > 0$), et non par le choix de $\pm i$ de N_1 ; le signe relatif des leptons et des quarks sort opposé, et il est fondé par le concept : le rejet ne dépend d'aucun pôle et n'apporte pas de sens propre, et le pas du vide est orienté par le même choix de N_1 que le quart de tour des quarks ; il ne dépend donc pas de l'orientation que N_1 choisit. L'orientation de la phase vient de N_1 ; sa valeur vient de la géométrie de l'arène : le quart de tour des quarks et le sixième de tour du vide sont les angles dièdres des deux arêtes (4 et 6 grains) [B, concept].

- **(O12) Le coût du lien direct au vide** : **(O12a) calculé dans N_0** : δF n'est pas un paramètre réglé, c'est une entrée mesurée dans le socle, comme les énergies libres ; il est stable de 8^3 à 24^3 ($0{,}454 \pm 0{,}035$, $0{,}436 \pm 0{,}020$, $0{,}441 \pm 0{,}010$, $0{,}453 \pm 0{,}007$, $0{,}450 \pm 0{,}007$ dans les séries de production) : ce n'est plus un point ouvert du modèle, mais un résultat calculé (§10.9). **(O12b) une formule analytique n'est pas nécessaire** : la règle « prélever également » ($\frac{1}{2}\ln 3$) est réfutée à l'aveugle, et trois autres ne le donnent pas (C187, C202) ; chercher après coup une formule qui redonne 0,45 risquerait la numérologie, et n'est entrepris que si une raison de principe apparaît.

- **(O13) La valeur de J.** **(O13a) la zone est dérivée dans N_0** : sans utiliser les masses, la règle de durabilité place J à 1,7 % au-dessus du point d'ordre du socle ($J_c \simeq 0{,}3395$), à $\pm 0{,}001$ près : $0{,}3454 \pm 0{,}0005$ aux petites tailles (C92), $0{,}3458 \pm 0{,}0003$ au grand réseau (C212), $0{,}3452 \pm 0{,}0036$ dans le cube de deux périodes. Les masses demandent $J^* \simeq 0{,}3451$–$0{,}3455$: dans la zone des petites tailles et du cube, mais **sous celle du grand réseau**, à environ deux erreurs de $0{,}3458 \pm 0{,}0003$. **(O13b) la valeur au dix-millième n'est pas dérivée** : m_τ/m_μ la demande à 10^{-4} près, et la règle ne la donne pas — le test direct (CT8), toutes les entrées mesurées au J de la règle, donne **$\chi^2 = 978$ pour 18** ; un vide figé ou découplé autour de l'association est réfuté (C209, C210), l'instrument est contrôlé (C211), et la durabilité lue dans le cube de deux périodes est trop plate. **Statut** : J est *le seul paramètre réglé du modèle*, et

c'est déclaré. **Lecture** [G] : dans le cadre du socle, si le choix de la forme fermée vient des contraintes de N_1 et N_2, la valeur du couplage où ce choix se fait pourrait en venir aussi — N_0 donnerait la zone, N_1 et N_2 la valeur ; à éprouver là-bas. Aucune nouvelle grandeur de N_0 n'est cherchée pour coïncider avec 0,3451 : elle serait choisie en connaissant la cible. Les énergies libres du point s convergent au grand réseau (plateau à 2,83 dès 16^3 ; 2,86 en $1/L^3$ sur trois tailles dans C203), celles du point l ne bougent pas.

- **(O21) Le couplage de jauge et sa cible** : sur l'arène F_4 (une couche porte un seul sous-réseau, 32 triangles par site, pas de carrés), l'action de Wilson donne $1/\alpha_0 = 67{,}0 \pm 0{,}2$ (§7.2 ; 71,5±0,3 sur le produit arène $\times\mathbb{Z}$), positive pour la réflexion (§3.11). Lu en $\overline{\text{MS}}$ par le flot de gradient (étalonnage additif, réseau 8^4 à $\beta = 50$, 100, 400), c'est 29,9±1,4, alors que les couplages mesurés, courus jusqu'au grain par la chaîne à trois boucles avec seuils, demandent 43 ± 3 (conversion 37,1 : cible 80 ± 3 en schéma de réseau). **Avec Wilson, l'écart vaut environ quatre écarts type**, et il a été vérifié maillon par maillon : la géométrie (en perturbation, 82 ± 5 sur F_4, 85 ± 5 sur le produit) ; l'échelle de lecture (la maille a_c que N_0 désigne) ; la chaîne (perturbative à trois boucles, 42,1, de 37 à 49 avec les seuils ; tous les effets négligés la relèvent) ; la normalisation ($\text{tr}_{\mathbf{10}}\, T^a T^b = \delta^{ab}$ de bout en bout) ; la matière (moins d'une demi-unité) ; la gravité (de 0 à +6 unités, elle l'aggrave) ; le point de lecture (le point de coexistence, seul que la mesure définit) ; les voies de N_1 (quelques unités au plus, presque toujours vers le bas). Un audit indépendant, avec des codes neufs, ne trouve aucune erreur de formule (`audit_formules`). **L'écart tient à la forme de l'action** : avec un terme $|\text{tr}_{\mathbf{16}}|^2$ de poids $r^* = 0{,}34 \pm 0{,}10$, il se ferme ; aucune règle de lecture de l'accord, ni la durabilité le long de la ligne de coexistence, ne fixe ce poids. **Le principe du compromis** [B, `concept`] fixe la forme : la durabilité est le compromis entre le capital (moyenne additive) et la complexité (produit). À N_0, les quatre flux d'une plaquette sont des lectures de sa géométrie : les deux mains t, $\bar{t}$, l'aller-retour $|t|^2$ et la frontière partagée, 1, chacun pour un quart (une plaquette est une face sur quatre de chaque grain). Capital $|1+t|^2/4$, complexité $|t|$, compromis arithmétique : c'est l'action A1-A, sans paramètre libre (§7.2). Le flot de gradient au point de coexistence donne $40{,}0 \pm 1{,}3$, dans la cible, à son bord bas (étalonnage commun à quatre ensembles, modèle additif ; `flot_quatre_flux`, `etalonnage400`). Autres lectures, pour comparaison : sans la frontière, 51 à 53 ; moyennes géométrique et harmonique, 34 et 30 ; losanges, 96 ; actions de module seul, 54 à 66 ; mélange $r = 0{,}35$, $42{,}7 \pm 2{,}2$. **Statut** : l'écart du couplage au grain est levé sous ce principe [B, `concept`]. Épreuves hors du couplage : sur les masses, $\chi^2(18)$ passe de 61 à 45, indication favorable avec réserves (gain porté par la règle 2 seule ; masse de Majorana dégradée) ; $\alpha_s(M_Z) = 0{,}102 \pm 0{,}010$, à 1,7 écart type sous la mesure, non indépendant ; $\tau_p \approx 3 \times 10^{32}$ ans, **exclu au centre par Super-Kamiokande** ; le proton demande au moins 41,2 à 41,5 au grain (§7.2, §7.3). **Aucune prédiction indépendante et tranchante** : les autres effets du principe sont sous la précision du modèle et des expériences, et il ne fixe pas J (`prediction_independante`, `J_compromis`). Les autres résultats de N_0 n'en dépendent pas.

Renvoyé à N_1 et N_2.

- **(O14) La chiralité** : le vide de N_0 est symétrique gauche–droite (verrou achiral, §6.7) ; la chiralité de la force faible appartient au choix du signe de la phase, l'acte de N_1. Le signe global de la violation de CP, lui, ne vient pas de ce choix : c'est une convention (le nommage matière/antimatière), fixée par le signe mesuré de J_{CKM}, et, avec le signe relatif que donne la règle 16 (leptons opposés aux quarks, fondé par le concept), elle donne celui de δ_{CP} (C195) ; reste à montrer comment le choix de N_1 donne la main gauche de la force faible.

- **(O15) Un L dynamique** : en N_0, $D = L$ et la couleur D/L d'un cycle est indifférenciée, les deux de même poids ; la distinction dynamique entre l'échange et la liaison interne, qui demande une durée, appartient à N_1. Les mesures le confirment : lus comme liens réciproques accordés à l'intérieur du point et sur sa membrane, L interne et L externe sortent égaux dans tous les volumes — une identité de comptage dans le socle statique ; leur différence demande une dynamique.

- **(O16) La course avec l'énergie, et l'échelle droite M_R** : les rapports de N_0 sont sans échelle ; leur variation avec l'énergie est un phénomène de N_1 (§3.8). Comparés aux observations courues dans le Modèle standard, ils tenaient aussi bien de M_Z à M_R avec les incertitudes larges des entrées (χ^2 de 15 à 16 pour 18 grandeurs, 19 à 10^{16} GeV) ; **avec les entrées mesurées ensemble (CT8), non** : $\chi^2 = 61$ à M_Z, 96 à M_R, 129 à M_U, $|V_{cb}|$ observé montant de 14 % quand le modèle reste à 0,0383 (annexe A.6, à une boucle et sans seuils) ; le modèle s'accorde le mieux avec les valeurs de basse énergie. Seule $T_d - T_e$ (−0,17 dans le modèle, −0,07 à M_Z, −0,24 à M_R) désigne une échelle intermédiaire, vers 10^5–10^7 GeV (C196). À deux boucles et sans les seuils, $M_R = 2{,}6$–$3{,}2 \times 10^9$ GeV (CT5) ; les seuils la déplacent d'un facteur 37 à 68 % (`somme_nu_seuils`), et c'est elle qui fixe la masse des neutrinos ; N_0 en fixe la relation, sans paramètre : $M = v_R$ (C143), et $m_{\nu_3} = 0{,}050$ eV demande $M_R \approx 4{,}3$–$5{,}1 \times 10^9$ GeV, 1,3 à 1,9 fois la valeur sans seuils (C161).

- **(O17) La différenciation en classes et la sélection des formes** : le socle porte un seul mode mou, la période 4, sans classes de modes. Dans le cadre du programme, les formes — volumes fermés, épaisseurs,

associations de grains — ne sont en N_0 qu'en puissance ; ce sont les contraintes de N_1 (le temps orienté, $D \neq L$) puis de N_2 qui, en perturbant le socle, sélectionneraient les plus stables et feraient émerger des classes d'ondes, puis de particules ; c'est là que se rangent la sélection du cube (O9c) et, peut-être, la valeur de J (O13b). **Lecture du programme, à montrer** aux articles N_1 et N_2.

- **(O18) Le niveau suivant sur l'arène de disphénoïdes** : **établies sur cette arène** : la transparence du vide (une seule branche sans gap sur six, les cinq autres gappées à l'échelle du grain) et la valeur de la vitesse limite, $c = \sqrt{2/3}\,\ell/\delta\tau$ (ℓ la distance entre grains voisins, $\delta\tau$ l'unité de temps de l'opérateur des grains sur le graphe de l'arène ; par tick de deux couches de l'arène d'espace-temps, la même vitesse s'écrit $c = 2\sqrt{2}\,\ell/\delta\tau$, §3.11). La justification de c change : le grain n'est pas isotrope (le tenseur de ses liaisons a pour valeurs propres $1, 1, 2$), c'est le réseau qui l'est. L'opérateur des grains sur le graphe de l'arène, en temps continu, a une violation de Lorentz isotrope à l'ordre $(k\ell)^2$ ($v_g/c = 1 - \frac{1}{12}(k\ell)^2$ dans toutes les directions), et l'anisotropie cubique n'apparaît qu'à l'ordre $(k\ell)^4$. Sur l'arène d'espace-temps F_4, les champs de Hodge (dont la lumière) n'ont pas de terme en $(k\ell)^2$: le premier écart est en $(k\ell)^4$ (§3.11). Le lemme d'anticommutation tient sous une forme modifiée : les deux sous-réseaux de la bipartition ne sont pas des réseaux de Bravais (la translation qui mène d'un sommet du cube à son centre les échange), et le partenaire d'un mode de vecteur d'onde k se trouve en $k + H$, non en k. **Non établi sur cette arène** : l'inventaire des sept lieux, dont le théorème supposait que S_4 agit sur les données d'un grain ; le groupe du point agit librement sur ses vingt-quatre grains et ne le remplace pas tel quel. **À établir en N_1** ; les énoncés qui s'appuient sur les sept lieux valent sous la lecture où S_4 agit sur les données du grain.
- **(O19) La valeur du paramètre d'Immirzi** : N_0 fournit l'unité du comptage d'un horizon (deux états par perforation de spin $\frac{1}{2}$, $\ln 2$ par face) et la forme du spectre de l'aire, mais ni le schéma de comptage (le poids 2 n'est qu'une lecture [G]) ni la répartition des spins sur l'horizon (empruntée, [F]), §2.9. Un horizon demande un temps orienté et une vitesse limite (N_1), et une masse (N_2). La question transmise est précise. Ou bien N_1 et N_2 font apparaître sur un horizon des spins effectifs plus grands que $\frac{1}{2}$, par regroupement de grains, et l'on retrouve 0,2375 ou 0,274 (le mode de regroupement dira lequel). Ou bien l'horizon reste fait de liens de spin $\frac{1}{2}$, et $\gamma = \ln 2/(\pi\sqrt{3}) \simeq 0{,}127$, avec un quantum d'aire différent. La maille en dépend ($a \approx 7{,}85\sqrt{\gamma}\,\ell_P$, §3.1) : $2{,}8\,\ell_P$ pour 0,127, 3,8 ou $4{,}1\,\ell_P$ pour 0,2375 ou 0,274. **En attente de N_1 et N_2.**
- **(O20) Le pas de temps de l'arène d'espace-temps** : **levé**. Sur l'arène d'espace-temps F_4 (§3.11), le pas $\tau = a_c/2$ de N_0 est le seul où le réseau a 24 voisins égaux et la symétrie $W(F_4)$, qui échange le temps et l'espace. Le pas n'est donc pas une jauge : la symétrie le fixe. La connexion à poids uniformes y est exactement le Maxwell de Hodge du complexe. Le scalaire de sommet, le champ des grains et le photon y ont la même vitesse, $a_c/2$ par couche, sans terme en $(k\ell)^2$. Le tick physique, celui du transfert positif d'Osterwalder et Schrader, vaut deux couches, soit a_c ; le temps réel qu'il définit est continu, et le prolongement direct du réseau au pas $a_c/2$ n'en est pas l'évolution. Aux boucles, $W(F_4)$ n'admet qu'une forme quadratique invariante de jauge de degré deux pour le photon et une pour le graviton : une correction qui respecte la symétrie ne peut que renormaliser globalement le terme cinétique, et les vitesses restent égales (correction à une boucle de la vitesse du photon nulle à 10^{-11} pour un champ chargé de sommet ou de grains). La gravité de Regge linéarisée sur F_4 a ses deux polarisations à cette même vitesse (article N_1). **Nuance** : c'est établi pour les champs libres et pour Regge linéarisé ; les vertex non linéaires de la gravité ne sont pas couverts par l'argument de symétrie. Sur le produit arène $\times\mathbb{Z}$, où $1/\alpha_0$ est calculé, ces propriétés manquent : le pas y est une jauge à l'arbre seulement, et la matière chargée y décale la vitesse du photon d'environ 10^{-4} à une boucle.

10.6 La frontière avec les niveaux supérieurs

La figure 24 résume la frontière que détaille le tableau suivant.

Ce que N_0 établit ne doit pas dépendre de ce qui reste à faire au-dessus de lui. Le tableau 29 rassemble ce que N_0 attend des niveaux supérieurs. Pour chaque attente, il dit quelle partie de N_0 en dépend, et ce qui resterait établi si l'attente n'était pas tenue.

Trois remarques. *D'abord*, aucune attente ne porte sur le socle : le grain, ses trois dimensions, l'arène plate, les structures de la matière et les plages ne demandent rien aux niveaux supérieurs. Si une attente n'était pas tenue, N_0 perdrait la ligne correspondante, non son socle. *Ensuite*, chaque ligne est déjà déclarée dans le texte comme conditionnelle : aucune n'est présentée comme acquise. *Enfin*, ce qui peut mettre N_0 en difficulté ne vient pas des niveaux supérieurs mais des mesures : la somme des masses des neutrinos, à cheval sur la borne cosmologique actuelle (qui dépend de ΛCDM) ; δ_{CP} et le signe relatif, que DUNE et Hyper-Kamiokande trancheront ; $\sin 2\beta$ dans le vide entier ; la durée de vie du proton, dont le bas de la plage touche la limite de portée de Hyper-Kamiokande. Ce sont les points où l'expérience peut réfuter N_0.

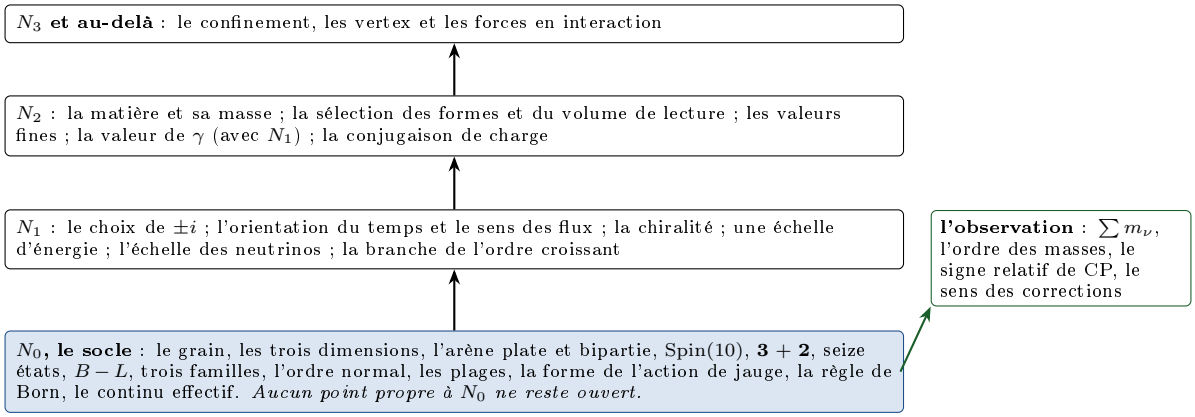


Figure 24: La frontière de N_0 avec les niveaux suivants. Le socle ne demande rien aux niveaux supérieurs ; ce qui reste attend une variable qu'il n'a pas (le temps orienté, l'énergie, la masse) ou une mesure. Ce qui peut réfuter N_0 vient de l'observation, non de ce qui reste à construire au-dessus de lui.

ce que N_0 attend (niveau, point)	ce qui en dépend dans N_0	ce qui reste établi sinon
la chiralité de la force faible et l'orientation du temps, par le choix de $\pm i$ (N_1, O14)	l'attribution des seize états aux champs gauches du Modèle standard ; la latéralité du trièdre	Spin(10) sur le **16**, la décomposition $\mathbf{3}+\mathbf{2}$, les seize états, $B-L$ sur quatre anneaux, le verrou achiral
une échelle d'énergie, et la course avec l'énergie (N_1, O16)	l'échelle absolue propre de la chaîne (M_R ; la somme des masses à cette échelle)	les rapports de masses, les angles, l'ordre normal, la relation $M = v_R$, et, avec l'écart mesuré par les oscillations, $\sum m_\nu = 0{,}063$–$0{,}070\,\text{eV}$
la sélection des formes et du volume de lecture (N_1, N_2, O9c, O17)	les accords dans le cube de deux périodes ($\lvert V_{cb}\rvert$, $\sin 2\beta$, m_τ/m_e, rapport des écarts)	les mécanismes (une seule entrée commande les quarks ; une bande commune aux deux secteurs) et les valeurs dans le vide entier, avec leurs écarts déclarés
une dynamique où accumuler et complexifier se distinguent, et un L dynamique (N_1 et au-delà, O15)	l'épreuve indépendante du principe du compromis	le principe tiré du concept [B, concept] et son résultat, $1/\alpha_{\overline{\text{MS}}}(1/a) = 40{,}0 \pm 1{,}3$, dans la cible à son bord bas ; $D = L$ lu sur la frontière partagée
l'origine dynamique de la connexion de jauge (N_1 : le photon de F_4 ; au-delà : $SU(3)$, O1)	le groupe dérivé, la forme de l'action tirée du concept [B, concept]	le couplage calculé au point de coexistence, l'écart chiffré avec l'action de Wilson et sa levée sous le principe
les valeurs fines, par les interactions des niveaux suivants (O13)	les valeurs centrales, dont la valeur exacte de J et la première génération (m_t/m_u, m_b/m_d, $d-e$, au bord haut de leur plage)	les plages chiffrées et la zone de J
un temps orienté, une vitesse limite et une masse, pour un horizon (N_1, N_2, O19)	la valeur du paramètre d'Immirzi	l'unité du comptage ($\ln 2$ par face) et la forme du spectre de l'aire

Tableau 29: La frontière entre N_0 et les niveaux supérieurs. Aucune ligne ne touche les résultats démontrés [A] ni les structures mesurées [C] de la section 10.

10.7 La limite continue, niveau par niveau

Pour le lecteur non spécialiste : des pixels à l'image lisse

Une photo numérique est faite de pixels, mais de loin elle paraît lisse. La question de cette section est la même pour l'espace : un réseau de grains ressemble-t-il, à grande échelle, à l'espace continu de la physique ordinaire ?
Deux conditions comptent. D'abord, l'espace doit être le même dans toutes les directions : un réseau mal choisi aurait des directions privilégiées, comme les lignes d'un carrelage. Ici, l'écart entre directions est si petit qu'il n'apparaît qu'au quatrième ordre, bien au-delà de toute mesure possible. Ensuite, il faut savoir

jusqu'où un grain « sent » ses voisins : c'est la *longueur de corrélation*. Ici, elle vaut deux à trois mailles du réseau, quelle que soit la taille du réseau simulé. Au-delà, le détail des grains s'efface, comme les pixels vus de loin : le continu est une bonne description, sans que les grains disparaissent.

La figure 25 montre les deux résultats qui fondent ce continu effectif.

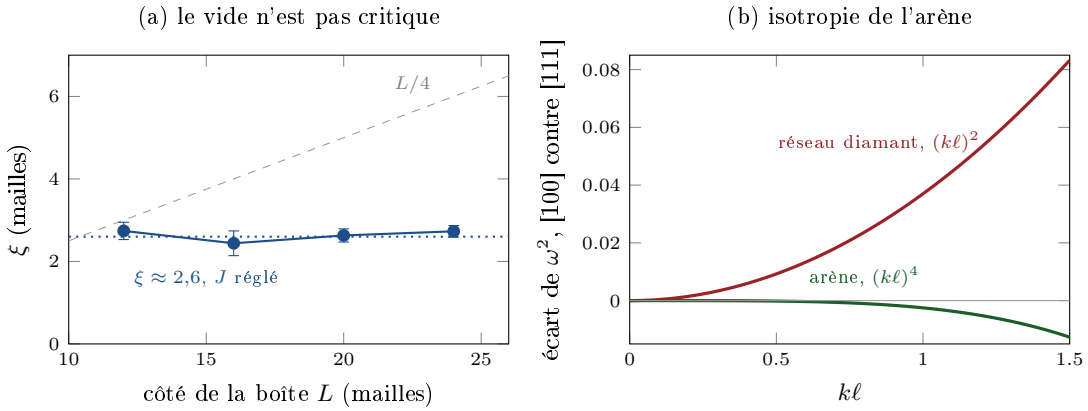


Figure 25: Le continu à N_0. (a) La longueur de corrélation du vide ordonné au J réglé reste près de 2,6 mailles quand la boîte grandit, et toujours sous $L/4$: le vide n'est pas critique, et le continu en est une description effective au-delà de quelques mailles (quatre graines par taille). (b) Sur l'arène, l'écart à l'isotropie d'un champ scalaire n'apparaît qu'au quatrième ordre ; sur le réseau diamant, il apparaît dès le second. La métrique du réseau est exactement isotrope.

Construire la limite continue, c'est montrer qu'à grande échelle l'assemblage des grains se comporte en tout comme un espace-temps lisse, et pas seulement pour une onde. Ce n'est pas une tâche d'un seul niveau. Chaque niveau en porte la part qui correspond à ce qu'il a.

À N_0, l'espace sans le temps. Cinq mesures sont faites, avec des critères écrits d'avance (`aire_isotropie`, `continu_N0`). **(1)** La propagation d'une onde libre est isotrope jusqu'à l'ordre $(k\ell)^4$; l'écart est de l'ordre de 10^{-33} pour la sonde la plus énergétique observée (§3.5). **(2)** La métrique du réseau, second moment de ses liens ($M = \sum d\,d^{\mathsf{T}}$ par maille), est exactement l'identité : tout tenseur symétrique de rang deux invariant par le groupe cubique est proportionnel à l'identité. C'est elle qui gouverne les grandes longueurs d'onde ($\omega^2/k^2 = \frac{1}{12}$ dans toutes les directions). **(3)** Le champ de jauge abélien linéarisé, porté par les liens, avec pour plaquettes les anneaux de grains autour des arêtes de l'arène (8 anneaux de six et 6 anneaux de quatre par maille), a deux polarisations sans gap, de même vitesse dans toutes les directions à 3×10^{-6} près quand $k \to 0$; l'écart n'entre qu'à l'ordre $(k\ell)^4$, et il n'y a pas de biréfringence. **(4)** Le volume compté en grains est isotrope, de même que l'aire d'une surface fermée comptée en faces. **(5)** L'entropie d'une coupure plane dépend de son orientation, quel que soit son porteur : 24 % entre les extrêmes pour les bits des faces, 25 à 28 % pour l'intrication d'un champ scalaire libre, avec un motif différent (le rapport des deux varie de ±19 %). C'est le comportement du coefficient de la loi d'aire sur tout réseau : une grandeur de l'échelle du grain. La superposition des orientations de l'arène ne le lève pas, car une surface tourne avec l'arène. *Lecture* (déclarée) : l'aire comme géométrie se lit par la métrique, qui est isotrope ; l'entropie d'une coupure plane appartient à l'échelle du grain, et seule une surface fermée, comme un horizon, en voit la moyenne, qui est isotrope. Les deux lectures envisagées (par la propagation, ou par une moyenne) se rejoignent ainsi : la première vaut pour la géométrie, la seconde pour l'entropie. **(6)** Les fermions : le saut réel le plus simple sur le graphe biparti n'a pas de bande plate, mais ses zéros forment une surface de la zone de Brillouin, et non des points de Dirac. C'est un dédoublement bien plus fort que le minimum de Nielsen–Ninomiya. Un fermion du continu demande la structure de spin du nœud de matière et la chiralité, qui relèvent de N_1 et N_2 : c'est une exigence envers eux, non un point que N_0 peut régler. **(7)** La théorie à grande distance du vide ordonné (`vide_grande_distance`, critère écrit d'avance) : au J réglé, la longueur de corrélation du champ d'organisation vaut 2,74, 2,44, 2,63 et 2,73 mailles dans des boîtes de 10 368 à 82 944 grains (erreurs 0,14 à 0,30), sans tendance avec la taille ; la susceptibilité et l'ordre ($|q| = 0{,}24$) ne bougent pas. Aux bords de la zone de durabilité, $\xi \approx 2{,}2$; elle croît en approchant du seuil (4 à 4,5 mailles à $J = 0{,}3410$), comme attendu, en restant finie. Le vide n'est donc pas critique au J réglé. Son ordre brise une symétrie discrète ($+/-$), qui n'impose aucun mode sans masse ; il est « gappé » au sens statistique, et le mode mou de période 4 du vide désordonné y devient un pic de Bragg. **Le continu est une description effective au-delà de quelques mailles** : le grain est physique, et la transition continue du seuil n'est pas utilisée comme limite critique.

Ce que dit la longueur de corrélation. Dans le vide ordonné, une organisation domine partout, mais chaque grain fluctue autour de cet ordre. Si un grain dévie, ses voisins proches ont tendance à dévier avec lui ;

plus loin, ils l'ignorent. La distance au-delà de laquelle cette influence s'éteint est la longueur de corrélation ξ. Ici, $\xi \approx 2{,}6$ mailles : un écart local ne se fait plus sentir à trois ou quatre mailles.

Deux façons d'obtenir un continu. La première est la limite critique. On règle le système exactement sur un point de transition ; ξ y devient infinie, les fluctuations sont corrélées à toutes les distances, et les détails du réseau s'effacent : c'est l'universalité, des systèmes microscopiquement différents ayant alors le même comportement à grande échelle. C'est ainsi que la chromodynamique sur réseau obtient son continu, en faisant tendre la maille vers zéro ; le réseau n'y est qu'un outil de calcul. La seconde est la description effective. Le système est loin du point critique, ξ est finie, et le réseau est réel ; mais à des distances bien plus grandes que ξ, on ne voit plus les grains, seulement un milieu moyen, comme l'eau paraît continue à notre échelle alors qu'elle est faite de molécules. Les propriétés de ce milieu dépendent alors des détails microscopiques : il n'y a pas d'universalité.

Le test. Si le vide était critique, ξ grandirait avec la boîte, que seule sa taille limiterait. Si elle est finie, elle reste la même. Elle reste à environ 2,6 mailles de 10 368 à 82 944 grains : N_0 est dans le second cas.

Pourquoi le vide est « gappé ». L'ordre du vide choisit entre + et − : c'est une symétrie discrète, deux choix sans intermédiaire. Quand un ordre brise une symétrie continue, comme un aimant qui peut pointer dans toutes les directions, il existe des fluctuations qui ne coûtent presque rien : tourner lentement la direction sur de grandes distances. Ce sont des modes sans masse, qui donnent des corrélations à longue portée. Avec une symétrie discrète, passer de + à − coûte toujours une quantité finie : toute fluctuation a un coût minimal, et les corrélations s'éteignent à courte distance. Le mode de période 4, mode mou du vide désordonné, ne contredit pas cela : dans le vide ordonné, il est devenu la structure même de l'ordre, un pic de Bragg, et non une fluctuation libre.

Ce que cela veut dire. Le grain est physique : N_0 ne demande pas de faire tendre la maille vers zéro. Si la distance entre grains est de l'ordre de la longueur de Planck, ξ vaut quelques longueurs de Planck, et l'espace apparaît lisse à toutes les échelles qu'on peut sonder. Le vide se tient près du seuil, environ 1,7 % au-dessus, mais pas dessus : assez près pour que les masses y soient sensibles, sans être critique. C'est la lecture du concept : la durabilité est un compromis entre l'ordre et le désordre, et le vide n'est ni figé ni critique. Hors du point critique, les propriétés à grande échelle dépendent de la structure du grain ; c'est ce que fait N_0, dont les masses se lisent comme des probabilités d'équilibre qui dépendent du grain, de l'arène et de J. Un vide critique aurait effacé ces détails derrière l'universalité. Le résultat s'accorde avec les autres mesures : l'onde libre est isotrope jusqu'à l'ordre $(k\ell)^4$, la métrique l'est exactement, le champ de jauge a ses deux polarisations isotropes ; les écarts au continu sont des effets de l'échelle du grain, qui s'éteignent au-delà de quelques mailles.

Ce que le résultat ne dit pas. Il ne dit rien du temps : la dynamique, la propagation et l'invariance de Lorentz relèvent de N_1. Il ne fait pas disparaître les effets du grain : l'anisotropie à l'ordre $(k\ell)^4$ ou l'entropie d'une coupure plane restent des propriétés du réseau, qui ne concernent que les distances de quelques mailles. Entre les boîtes de 16 et de 24, l'écart de ξ (11 %) est à la limite de la règle fixée d'avance (10 %) ; il reste dans les erreurs et ne suit aucune tendance.

À N_1, le temps et la signature. Sans eux, il n'y a ni espace-temps continu ni invariance de Lorentz. Le pas de temps de l'arène d'espace-temps, la vitesse limite commune et la gravité de Regge linéarisée y sont calculés (O18, O20) ; il reste la limite des champs en interaction et la violation de Lorentz résiduelle, isotrope à l'ordre $(k\ell)^2$.

À N_2, la matière et la courbure. La courbure est nulle par construction à N_0 (O3). Le lien entre la matière et la géométrie, c'est-à-dire la gravité non linéaire, et la renormalisation des champs couplés relèvent du niveau de la matière.

Aux niveaux suivants. Les structures composées et le symbolique n'ajoutent pas de condition géométrique ; ils héritent du continu effectif des niveaux précédents.

10.8 Ce que le modèle annonce

Le spectre léger a la bonne forme et les bons angles, mais son rapport des écarts sort trop grand de 17 % : c'est l'écart le plus net du modèle dans le vide entier, assumé plutôt qu'ajusté ; dans le cube de deux périodes, il n'est plus que de 1,4 erreur. Restent à trancher l'ordre normal — si JUNO établit l'ordre inversé, le traitement des neutrinos de cet article tombe — et la nature de Majorana.

10.9 Statut épistémologique : dériver ce qui peut l'être, calculer le reste

Le programme recourt à deux démarches que les sciences dites dures tiennent volontiers pour secondes : l'*analogie* et la *remontée depuis les mesures*. Il s'appuie en outre sur une méthode en deux temps — une structure dérivée, des valeurs calculées par un principe de compromis — plutôt que sur une dérivation intégrale depuis N_{-1}. Cette section en donne la justification.

L'analogie disciplinée. L'analogie est le moteur ordinaire de la découverte, en physique comme ailleurs. Maxwell a construit l'électromagnétisme sur l'analogie d'un fluide et de tourbillons [59] ; les équations sont

grandeur	ce que dit le modèle	qui tranchera
boson de Higgs	composé ou collectif, non élémentaire : sa structure apparaîtrait à des énergies plus hautes que celles explorées (lecture du programme, traitée aux articles N_1 et N_2) ; sa place dans N_0 : les opérateurs à un mode d'isospin (§6.2)	les collisionneurs futurs
ordre des masses des neutrinos	**normal**, sans paramètre	JUNO, dans quelques années (aujourd'hui, pas de préférence forte : T2K et NOvA réunis)
spectre des neutrinos	$m_1 : m_2 : m_3 \approx 0{,}11 : 0{,}22 : 1$, rapport des écarts 0,035	oscillations : **rapport à +2,8 erreurs** ; $m_1 \approx 0{,}1\, m_3$: $m_{\beta\beta} \approx 1{,}3$–$1{,}8$ **meV** avec les phases de Majorana du modèle (0 à 9 meV si elles étaient libres ; C184, `prediction_independante`) : pas de signal attendu en double bêta sans neutrinos
échelle des neutrinos	$\sum m_\nu \approx 1{,}26$–$1{,}37\, m_{\nu_3}$: 0,067 eV à l'échelle des oscillations ; 0,063–0,070 **eV** avec l'écart mesuré par les oscillations (`somme_nu_seuils`) ; l'échelle propre de la chaîne (0,066–0,086 eV, avec KD) n'est pas fixée par N_0	cosmologie ($\sum m_\nu$) : **à cheval** sur la borne ΛCDM actuelle ($< 0{,}064$ eV [16]) ; les prochaines mesures trancheront
nature des neutrinos	Majorana	double désintégration bêta sans neutrino
état neutre S	un par génération, singulet du Modèle standard ; avec ν^c, une paire pseudo-Dirac à l'échelle $M = v_R$ ($\sim 10^9$ GeV), séparée de $\mu = v_R\, e^{-F} \sim 10^5$ GeV ; instable par son mélange, ce n'est pas un candidat à la matière noire	hors de portée directe ; trace indirecte : l'échelle des neutrinos
désintégration du proton	$\tau(p \to e^+\pi^0) \approx 2 \times 10^{36}$ ans avec KD (à un facteur 10 près), au-delà de Hyper-Kamiokande (C199) ; sous le principe du compromis, chaîne inversée : 2×10^{32} à 4×10^{32} ans, **exclu au centre par Super-Kamiokande** ; compatible si le couplage au grain dépasse 41,2 à 41,5	Super- et Hyper-Kamiokande
phase CP des leptons	$\delta_{\mathrm{CP}} = 347°$ ($-13°$), $J_{\mathrm{CP}} = -0{,}0080$; signe opposé à celui des quarks (signe relatif fondé par le concept — le rejet n'a pas de sens propre, le pas du vide suit l'orientation commune —, que les angles ne contraignent pas ; le signe global est une convention, fixée par la mesure côté quarks, $J_{\mathrm{CKM}} > 0$, et non par le choix de $\pm i$ en N_1) (C166, C195)	DUNE, Hyper-Kamiokande : d'abord le signe ($\sin\delta < 0$, le côté que favorise T2K), puis la valeur ; dans l'intervalle à 3σ de T2K et NOvA réunis ($-1{,}38\pi$ à $0{,}30\pi$ en ordre normal), près de la conservation de CP
bosons droits W_R, Z'	$\approx 3 \times 10^9$ GeV (deux boucles ; $4{,}3$–$5{,}1 \times 10^9$ si $m_{\nu_3} = 0{,}050$ eV), $M^2_{Z'}/M^2_{W_R} = 5$	hors de portée directe

Tableau 30: Ce que le modèle annonce, et ce qui pourra le réfuter.

restées, le modèle mécanique a été retiré. Poincaré [66] voyait dans les mathématiques « l'art de donner le même nom à des choses différentes », et Pólya [67] a montré que la découverte mathématique elle-même procède par analogie et généralisation avant la démonstration ; Hofstadter et Sander [68] en font le mécanisme central

de la pensée. La critique de Duhem [69] et l'« obstacle épistémologique » de Bachelard [70] visent l'analogie *non contrôlée*. La discipline est celle de Hesse [71] : séparer l'analogie *positive* (ce qui correspond), *négative* (ce qui ne correspond pas) et *neutre* (ce qui n'a pas été éprouvé) ; seule la part neutre est prédictive, et seule elle est mise à l'épreuve. C'est le sens de la convention de lecture de cet article (dérivé, posé ou conditionnel, ouvert ou réfuté) et de l'encadré « Les analogies N_4/N_0 ne sont pas des preuves » : une analogie y désigne où chercher, jamais ce qui est trouvé.

La remontée depuis les mesures. Partir de valeurs mesurées pour retrouver la logique qui les a produites est l'*abduction* de Peirce [72]. C'est la voie de Kepler [63] sur les données de Tycho Brahe, de Bohr [65] expliquant en 1913 la formule que Balmer [64] avait trouvée empiriquement en 1885, de Planck introduisant les quanta pour justifier une interpolation d'abord ajustée aux mesures du corps noir. Le risque est l'ajustement : avec assez de liberté, toute valeur se retrouve. La parade est le critère de Lakatos [73] : un programme est progressif si la logique trouvée prédit des faits qui n'ont pas servi à la trouver. D'où la règle suivie ici : critères fixés avant le calcul, verdicts publiés, réfutations comprises.

L'émergence interdit la dérivation intégrale. Si chaque niveau a des composantes émergentes — c'est une thèse du programme —, une dérivation complète depuis N_{-1} serait contradictoire avec elle. Anderson [74] et Laughlin [75] ont montré que les lois d'un niveau ne se déduisent pas, en pratique et parfois en principe, de celles du niveau inférieur : elles sont *protégées*, insensibles aux détails du dessous. La méthode qui respecte l'émergence est donc mixte : (a) dériver la *structure* — ici le groupe $\mathbb{Z}_4$, le cycle de Gray, l'assemblage du grain et de l'arène ; (b) fixer ce qui émerge par un *principe d'extremum* — ici le compromis entre complexité et entropie, la minimisation des contraintes spatiales et temporelles, la durabilité du vide — et le *calculer*. C'est le statut de la thermodynamique, qui ne se dérive pas de la mécanique des particules mais repose sur un principe d'extremum [76], et qu'on juge sur ses valeurs.

Ce que vaut la démarche en deux temps

Aux niveaux où l'émergence interdit la dérivation complète, la démarche en deux temps n'est pas un substitut affaibli de la dérivation : c'est la seule qui soit honnête. Sa force probante tient à la *convergence* de lignes indépendantes — la « consilience » de Whewell [77] — et aux prédictions risquées qui survivent. Elle approche celle d'une déduction quand trois conditions sont réunies :

1. la structure est fixée indépendamment des données ;
2. les valeurs sont calculées, non ajustées — à des paramètres réglés près, déclarés comme tels : ici le couplage J, dont la règle de durabilité fixe la zone et non la valeur ;
3. les prédictions sont écrites avant la mesure et peuvent échouer.

10.10 Positionnement et travaux voisins

Aucun cadre existant, à notre connaissance, ne part d'un même substrat discret pour aller à la fois aux rapports de masses des particules et aux formes d'échange des sociétés. Mais presque chacun des ingrédients du programme a des voisins, et il est utile de dire ce qu'il leur doit et ce qui l'en distingue.

La complexité comme produit. La mesure de López-Ruiz, Mancini et Calbet [31] définit la complexité comme le produit d'une entropie et d'un *déséquilibre* ; elle est nulle pour le cristal parfait comme pour le gaz parfait, maximale entre les deux. La complexité effective de Gell-Mann et Lloyd [32] et la complexité statistique de Crutchfield et Young [33] relèvent de la même intuition : ni l'ordre pur ni le hasard pur ne sont complexes. Le programme partage cette forme. Il s'en distingue sur deux points : la complexité est mesurée sur les *flux d'une membrane* (le produit des quatre fréquences de R, D, H, L), et la grandeur sélectionnée n'est pas la complexité seule mais la *durabilité*, produit de la complexité et de l'entropie (la liberté du réseau), dont le maximum fixe la zone du couplage.

Le bord de l'ordre. La criticité auto-organisée [34], le « bord du chaos » [35, 36] et les indices de criticité dans les systèmes biologiques [37] placent les systèmes complexes près d'un point critique. Ici, le vide ne se tient pas *au* seuil mais *juste au-dessus* ($J_{\mathrm{dur}} = 0{,}3454$ à $0{,}3458$ selon la taille, pour $J_c = 0{,}3395$, soit 1,7 à 1,9 %), et il y est placé par un maximum, non par une dynamique qui le ramène au seuil. Au seuil, rien ne dure ; juste au-dessus, une organisation est choisie et le réseau reste libre de se réarranger.

L'ordre payé par la dissipation. Depuis Prigogine [38], l'ordre loin de l'équilibre se paie par l'entropie exportée ; les principes de production maximale d'entropie [39] et l'adaptation par dissipation [40] en donnent des formes quantitatives. Le programme en retient la structure — un système ne dure qu'en rejetant au dehors

ce qu'il ne peut garder — et la nomme : la rupture L^{-1}, le déchet sans identité, que l'environnement ne peut refuser. Le neutrino, lu comme ce déchet, en est à N_0 la seule forme calculée.

Une grandeur à travers les échelles. Chaisson [41] suit une même grandeur, la densité de flux d'énergie, des galaxies aux sociétés ; Odum [42], avec l'émergie et la transformité, établit de vrais taux de change entre formes d'énergie d'un niveau trophique à l'autre ; West, Brown et Enquist [43] rendent compte des lois d'échelle du vivant par la géométrie des réseaux. Le programme partage l'ambition d'une lecture d'un bout à l'autre de l'escalier, avec une différence de nature : son « capital » *change de forme* à chaque niveau (distinction, information, énergie, masse, forme ou agencement, sens), chaque passage ayant son taux de change ; il ne suit pas une seule grandeur.

La frontière. La « couverture de Markov » du principe d'énergie libre [44, 45] formalise ce qui sépare un système de son environnement tout en les couplant. La membrane du programme est de cette sorte : semi-perméable, définie par les liens qui la traversent ; les calculs C209 et C210 en ont montré une conséquence : la membrane ne fait durer un système que si l'environnement qu'elle borde est à la fois actif et couplé.

Les quatre formes d'échange. C'est ici que la parenté est la plus nette, et la plus éloignée de la physique. Fiske [46] propose quatre formes élémentaires de la relation sociale ; Polanyi [47] trois formes d'intégration de l'économie ; Karatani [48] quatre « modes d'échange » ; Mauss [49] fait du délai entre le don et le contre-don le ressort du lien. La correspondance avec les quatre fonctions est une *lecture*, non une identité :

	microGlobal	**Fiske**	**Polanyi**	**Karatani**
H	flux montant, contraignant	*authority ranking*	redistribution	prélèvement et redistribution
D	échange égal et immédiat, sans solde	*market pricing*	échange marchand	échange de marchandises
L	échange égal et différé, entre pairs	*equality matching*	réciprocité	réciprocité du don
R	identité proposée, que l'autre accepte ou refuse	—	—	—

Deux différences comptent. Le programme *dérive* les quatre fonctions d'un groupe, $\mathbb{Z}_4$, sélectionné à N_{-1} [2], au lieu de les relever dans l'observation ; et il les fait servir de règle de calcul à N_0, où elles donnent des nombres.

L'espace à partir de relations discrètes. Le « it from bit » de Wheeler [50] — la chose vient du bit ; le programme fait un pas de plus en arrière : avant le bit, il y a le Dit —, les réseaux de spins [51], les ensembles causaux [52] et les modèles de réécriture de graphes [53] font naître l'espace de relations discrètes. Le niveau N_0 en est proche — il retrouve l'espace d'états cinématique de la gravité quantique à boucles [25], que celle-ci obtient en quantifiant la relativité générale, sans en retrouver la dynamique —, avec un grain tiré de deux bits et une organisation du vide qui donne trois familles. Ces approches restent dans la physique ; le programme les prolonge par la même grammaire au-delà.

Les théories générales. La théorie générale des systèmes [54], la cybernétique [55, 56], la pensée complexe de Morin [57] et, plus récemment, la théorie de l'assemblage [58] visent l'universalité. Elles restent qualitatives, ou limitées au vivant et au social ; aucune ne descend jusqu'aux masses des particules.

Ce que le programme ajoute, et ce qu'il n'établit pas. Il ajoute (i) une grammaire unique qui sert de *règle de calcul* à N_0 et de *grille de lecture* aux niveaux supérieurs ; (ii) la distinction entre la complexité, qui est un produit, et le capital, qui est une somme ; (iii) une pratique de critères fixés avant le calcul, qui rend la partie N_0 réfutable — et l'a effectivement réfutée plusieurs fois sur des points précis. Il n'établit pas que les correspondances entre niveaux soient plus que des analogies : seules les grandeurs calculées à N_0 (rapports de masses, angles de mélange, échelle des neutrinos) peuvent aujourd'hui être jugées selon les critères de la physique.

10.11 Conclusion

N_0 a été construit comme une association, un proto-système : des grains qui sont eux-mêmes la clôture de N_{-1} — l'issue unique d'un substrat clos sous la contrainte de sa saturation, porteurs de trois dimensions et d'un bit —, liés par la seule règle que le groupe $\mathbb{Z}_4$ autorise, organisés par la durabilité. Ce réseau contient la forme de la matière connue — une génération, ses symétries, trois familles — et sa durabilité fixe la zone de son couplage ; réglé dans cette zone sur les masses, ce seul paramètre donne une partie des nombres. Là où des règles ont été nécessaires, elles viennent du cadre conceptuel du programme ; huit ont été fixées avant le

calcul, les sept autres découlent du concept, et toutes sont recensées ; là où le modèle échoue, l'échec est dit. Le continu y est une description effective du vide ordonné, qui n'est pas critique ; aucun point propre à N_0 ne reste ouvert, et ce qu'il attend relève des niveaux suivants.

Trois résultats paraissent porter au-delà de leur cas : **la famille est l'organisation d'un point**, et non d'un grain ; **le vide se place juste au-dessus du seuil de l'ordre**, là où la complexité et l'entropie s'équilibrent ; **le neutrino se lit comme un déchet** — ce qu'un système rejette sans contrepartie — et cette lecture donne le spectre et les rapports de ses masses. Ils viennent tous trois d'une même idée : qu'un niveau est un système d'éléments du niveau inférieur (à N_0, une association), et que ce qui dure est ce qui équilibre ses quatre flux. Le passage à N_1 — l'énergie, la chiralité, un L qui devient la liaison interne — est la suite naturelle.

A Reproductibilité

A.1 La version de travail

Chaque résultat de cet article renvoie à une section de la **version de travail complète** (« mG2 — N_0 », version 178 et suivantes, environ 330 pages ; ses sections CT1 à CT6 sont les contrôles indépendants ; CT7 est décrit à l'annexe A.4). Ses sections A à Z construisent le grain et l'arène et suivent la ligne de la gravitation ; les sections C1 à C212 suivent la ligne de la matière, dans l'ordre où les calculs ont été faits. Chaque section donne la question, la règle fixée avant le calcul, le résultat, ce qu'il dit, une table N_4/N_0, la liste des vérifications et le nom des scripts. Les corrections y sont intégrées : une section dépassée est remplacée par son résultat juste, et le tableau de suivi indique l'état de chaque voie. Une synthèse d'une quinzaine de pages l'accompagne.

Les résultats de structure. Les démonstrations complètes de la section 2 et leurs vérifications numériques (blocs de calcul indépendants, par énumération exacte ou en algèbre linéaire) sont dans la version longue consacrée au grain et à l'espace [3]. Sont refaits pour cet article : les dimensions des algèbres de commutateurs (Prop. 2, Thm. 4), la dimension du commutant (Prop. 5), les sommes de lignes de l'horloge (Thm. 9) et l'équation de comptage (6).

Conventions. Quatre conventions conditionnent la reproductibilité de la section 2. **(1)** XOR_{ij} lit b_i et écrit sur b_j ; sous la convention inverse, les valeurs de quatre paires sur six s'échangent, non le décompte final. **(2)** Les configurations sont rangées $|b_1 b_0\rangle = 00, 01, 10, 11$. **(3)** Trois algèbres portent le même nom « engendrée » : par les matrices ($\mathfrak{gl}(3)$, dimension 9), par leurs commutateurs ($\mathfrak{so}(3)$, dimension 3), par les commutateurs complexifiés de leurs parties sans trace (dimension 8) ; seule la deuxième est celle de l'espace. **(4)** L'opérateur de volume orienté est $\hat{q} = \frac{\sqrt{3}}{4}\sigma_y$ dans une base orthonormée réelle de l'espace d'entrelaceurs (les deux canaux ne sont pas orthogonaux) ; l'équation (6) somme sur les demi-entiers $j \le 200$.

A.2 Les scripts

Les calculs sont des scripts Python (NumPy, SciPy), regroupés dans deux dossiers : `couleur/` pour l'algèbre et les courses de couplages, `emergence/` pour le réseau des flux et ses simulations. Chaque script écrit sa sortie dans un fichier texte ; les simulations longues écrivent aussi leurs accumulateurs dans un fichier `.npy` et leur état dans un point de contrôle, d'où elles reprennent si elles sont interrompues.

Le tableau 31 relie les principaux résultats à leurs scripts.

A.3 Les simulations

Les réseaux comptent $6L^3$ grains avec conditions périodiques : $L = 4$ (384 grains), 8 (3 072), 12 (10 368) et, pour les contrôles, 16 (24 576). La dynamique renverse des anneaux alternés avec la règle de Metropolis au poids $e^{JN_{\mathrm{acc}}}$; un balayage tente autant de renversements qu'il y a d'anneaux. Les mesures commencent après une phase de mise en équilibre, donnée dans chaque script. Le rejet sans contrepartie est calculé exactement pour chaque configuration (produit sur les cycles réciproques, C132), dans le vide échantillonné sans biais ; la méthode de Wang–Landau, qui biaise la chaîne sur une seule variable, n'a servi qu'à la première traduction du rejet (C130) et à un contrôle des familles l (C134), et a été validée contre l'échantillonnage direct là où les deux se recouvrent. Les graines, tailles et nombres de balayages de chaque calcul sont donnés dans sa section et dans l'en-tête de son script.

A.4 Le contrôle CT7 : une reconstruction indépendante

Le réseau des flux a été reconstruit de zéro, sans aucun script de la version de travail, à partir du seul texte de cet article (dossier `mgsim/`). **L'arène** est la triangulation de Delaunay du réseau cubique centré sur L^3 mailles primitives (`arene.py`) : $6L^3$ grains, graphe biparti, 24 grains par point, 7 anneaux par maille (3 de 4 grains, 4 de 6), point de points de 192 grains et 96 liens de membrane, conformes à la section 3. **Les organisations** sont

définies par transport plat (`transport.py` : aucune incohérence sur tout le réseau, l'appariement long formant à lui seul une classe) ; les trois organisations homogènes sont cohérentes, et les renversements d'anneaux font exactement ce que dit C79. **Le moteur** (`flux2.c`) renverse les anneaux alternés avec la règle de Metropolis au poids $e^{J N_{\mathrm{acc}}}$; `flux3.c` et `flux4.c` y ajoutent le rejet sans contrepartie et les mesures des lectures de c.

Le tableau 32 compare la reconstruction indépendante et l'article.

Les cinq lectures de c. Chacune a été fixée par écrit avant sa mesure (fichiers `CRITERE_c.md` et `CRITERE_c_voies3.md`). La cible est celle de C182 : F_s^{gr} effectif plus bas d'environ 0,034 que la valeur du vide, soit c entre 0,02 et 0,07.

Le tableau 33 les rassemble.

résultat de l'article	sections	scripts
règle de lien, $\mathbb{Z}_4$	C114	`verif_C114.py`
le nœud à cinq pattes	C17	`couleur/verif_noeud5.py`
organisations, réseau des flux	C78	`verif_C78.py`
le seuil J_c	C89, CT3	`verif_C89.py`, `analyse_C89.py` ; contrôle : `controles/CT3_mc.c`, `CT3_analyse.py`
complexité à la membrane, Φ	C92, C93, CT3	`verif_C92.py`, `verif_C92b.py`, `analyse_C92b.py`, `verif_C93.py` ; contrôle : `CT3_complexite.py`, `CT3_phi.py`
moteur de simulation	CT2	contrôle indépendant : `controles/CT2_*`
couleur, jauge, unification (contrôle)	CT5	`controles/CT5_algebre.py`, `CT5_jauge_norm.py`, `CT5_jauge_mc.py`, `CT5_rg.py`, `CT5_rho.py`
familles, masses, mélanges (contrôle)	CT4	`controles/CT4_mc.c`, `CT4_analyse.py`, `CT4_chaine.py`, `CT4_offre.py`
la seconde lecture (L interne)	C95	`verif_C95b.py`, `analyse_C95b.py`
famille au point, $T_d = T_e$	C86, C87	`verif_C86b.py`, `verif_C87.py`
quatre rapports	C88, C89, C115	`verif_C88.py`, `verif_C89.py`, `analyse_C115.py`
anneaux internes, $B - L$	C103, C106, C107	`verif_C103.py`, `verif_C106.py`, `analyse_C107.py`
mélanges, passages	C108–C110	`analyse_C108.py`, `verif_C109.py`, `analyse_C110.py`
« l naît de s »	C125–C127, C154	`verif_C125.py`, `verif_C126.py`, `verif_C127.py`, `analyse_C127b.py` ; forme locale : `controles/CT4_mc.c`, `CT4_regle_test.py`
couleur, isospin, mains	C116–C120	`analyse_C116.py`, `verif_C117.py` à `verif_C120.py`
$1/\alpha_0$	C66, C84, C85, CT5	`verif_C85d.py` (branches), `verif_C85e.py` (point de coexistence), `verif_C85_lien.py` (normalisation d'un lien) ; contrôle : `controles/CT5_jauge_norm.py`, `CT5_jauge_mc.py` ; sur F_4 : `alpha0_F4/` (`jaugeG.c`, `analyseG.py`, `conv.py`) ; conversion de schéma : `conversion_F4/` (`bf1loop.py`, `cible.py`) ; flot de gradient : `flot_F4/` (`flow.c`, `tree.py`, `analyse.py`, `final.py`) ; normalisation : `normalisation_16/` (`limite_continue.py`) ; matière : `matiere_couplage/` (`pi_matiere.py`, `dets.py`, `bilan.py`) ; échelle et chaîne : `echelle_chaine/` (`calc_echelle_chaine.py`) ; gravité : `gravite_course/` ; lecture : `lecture_beta/`, `lecture_bord/` (`bords.py`) ; action induite, carte et échelle : `action_induite/` (`induite.py`), `carte_action/` (`jvmix4.c`, `analyse_carte.py`), `course_sous_maille/` (`analyse_csm.py`, `chaine_csm.py`) ; principe du compromis et exposants : `flux_mG_action/` (`regles.py`), `action_exposant/` (`jvexp.c`, `analyse_exp.py`) ; flot au mélange : `flot_melange/` (`jvmix.c`, `flowall.sh`, `analyse_mel.py`) ; épreuves : `compromis_masses/` (`modele_cm.py`, `calc_compromis.py`), `prediction_alphas/` (`calc_prediction.py`) ; étalonnage et course : `etalonnage_flot/` (`final_etal.py`), `course_au_dessus_MU/` (`calc_course_MU.py`) ; audit : `audit_formules/` (`audit1_geometrie.py`, `audit2_chaine.py`) ; voies de N_1 : `voies_N1/` ; universalité : `raideur_universalite/` (`u1_developpement.py`, `u2_fond.py`) ; niveaux supérieurs : `niveaux_superieurs/` (`calc_ns.py`, `calc_couches3.py`, `interp_X.py`) ; dérivation du mélange : `derivation_rstar/` (`jvmix2.c`, `jvmix3.c`, `hk_B1.py`, `hk_B2.py`), `durabilite_ligne/` (`thermo.py`, `dura.py`) ; forme de l'action : `forme_action/`, `action_N0/` (`jvmix.c`, `analyse_mix.py`, `rstar.py`, `flotM.py`)
échelles, tailles	C22, C122–C124	`couleur/verif_echelle_refaite.py`, `verif_C122.py`–`verif_C124.py` ; maille et chaîne : `maille_robustesse/rge.py`, `s3_variations.py`
neutrinos : rapports, mélanges	C128, C131	`analyse_C128.py`, `analyse_C131.py`
neutrinos : échelle	C129, C130, C132	`analyse_C129.py`, `verif_C130b.py`, `verif_C132.py`
facilités de rejet, moitié d'identité	C133–C136	`verif_C133.py`, `verif_C134.py`, `verif_C136.py`, `analyse_C136b.py`
lien direct du point au vide (m_u, $\lvert V_{ub}\rvert$)	C137	`verif_C137.py`, `analyse_C137.py`
indifférenciation, voisinage des états	C138, C140	`verif_C140.py`, `analyse_C140.py`
le neutrino compté en bits	C141	`analyse_C141.py`
le lien $M = v_R$, échelle de comparaison	C143, C144, C146	`analyse_C144.py`
spectre léger corrigé	C153	`analyse_C153.py`, `controle_C151.py`
le déchet sans identité, lu en sortie, reçu par le vide	C160–C164	`controles/C160_R6.py`, `C161_echelle.py`, `C162_r.py`, `C164_R8.py`
phases des leptons ; structure de l'arène	C151, C152	`analyse_C151.py`, `analyse_C152.py`
le neutrino comme déchet reçu par l'environnement	C155–C159	`controles/C155_*`, `C157_*`–`C159_*`
liens entre familles au grain	C149, C150	`analyse_C149.py`, `verif_C150.py`
neutrinos (contrôle) : mélanges, échelle, rejet	CT6	`controles/CT6_nu.py`, `CT6_echelle.py`, `CT6_rejet.py`
facilités de rejet définitives	C148	`verif_C133.py`, `analyse_C133.py`, `analyse_C136b.py`
liens de bord, lecture A (secteur d)	C145, C147	`verif_C145.py`, `analyse_C145.py`, `analyse_C147.py`

grandeur	conditions	CT7	article
cumulant de Binder	8^3, $J = 0{,}345$	0,486, 0,478	0,480
seuil de l'ordre	croisement 8^3 et 12^3	$\approx 0{,}339$	0,3395
F_s^{gr}	12^3, $J = 0{,}3454$	0,527	0,529
F_l^{gr}	12^3, $J \approx 0{,}3454$	2,27	2,274
F_s^{pt}	12^3, $J \approx 0{,}3454$	2,75	2,79
F_l^{pt}	12^3, $J = 0{,}345$	5,48	5,51
F_s^{pt} au grand réseau	20^3, $J = 0{,}3455$	2,86	2,86 (C203)
coût du rejet, point de points	8^3, $J = 0{,}3454$	9,30–9,32	9,31–9,36
coût du rejet, point	8^3, $J = 0{,}3454$	1,65	1,65
facilité de rejet r_s	12^3, $J = 0{,}3454$	1,32	$1{,}31 \pm 0{,}05$

Tableau 32: Le contrôle CT7 : valeurs de la reconstruction indépendante et de l'article.

lecture	mesure	verdict
taille finie ou valeur de J	20^3 et 24^3 convergés : $F_s^{\mathrm{gr}} = 0{,}498$, 0,517, 0,542 à $J = 0{,}3445$, 0,3450, 0,3455 ; $\approx 0{,}52$ au J des masses, $\approx 0{,}53$ là où les leptons chargés tiennent	réfutée
poids de s dans les configurations qui rejettent	F_s^{gr} monte de 0,10 à 0,16 au lieu de baisser	réfutée
fraction des associations s qui peuvent émettre	6,8 % contre 10,3 % pour a : $c = 0{,}42 \pm 0{,}02$	réfutée
vide local (règle 4)	écart de +0,51	réfutée
poids au lien, $-\frac{1}{2}\ln(N_{ss}/N_{aa})$	écart de −0,15, quatre fois trop grand	réfutée

Tableau 33: Les cinq premières lectures de la valeur c de la règle 12, chacune fixée avant la mesure. Cinq autres ont suivi (axes du déchet, porteurs du rejet, valeur de r_l, symétrie du doublet), réfutées elles aussi ; la règle 12 a été retirée.

A.5 Le contrôle CT8 : les entrées mesurées ensemble

Le moteur `flux7.c` mesure dans une même série, à chaque mesure (un balayage sur dix), les fractions de grains de chaque organisation (F^{gr}), les points uniformes (F^{pt}), les paires de points liés et le rejet par famille du point central (r_s, r_l). Deux points voisins partagent des grains (ce sont les arêtes de la triangulation) : ils ne peuvent pas être uniformes dans deux organisations différentes. Les *points liés* de la règle 8 sont donc les sommets opposés de deux grains qui partagent une face (douze voisins à $\sqrt{2}$, aucun grain commun). Cette définition a été fixée avant toute valeur, avec un critère : redonner le coût de C185. Elle le redonne : en 12^3 à $J = 0{,}3454$ (six graines), $\delta F = 0{,}479 \pm 0{,}016$ pour $0{,}483 \pm 0{,}04$. Les règles de décision sont dans `CRITERE_entrees_et_J.md` : le modèle « tient sans réglage » à $J = 0{,}3458$ si $\chi^2 \leq 27$ et qu'aucune grandeur ne dépasse trois erreurs.

Le tableau 34 donne les entrées mesurées ensemble.

J	F_s^{pt}	F_l^{pt}	F_s^{gr}	F_l^{gr}	δF	r_s	r_l	χ^2 (18)
0,3451	2,780	5,500	0,523	2,264	0,435	1,33	1,35	169
0,3453	2,829	5,531	0,534	2,275	0,453	1,37	1,12	51
0,3455	2,860	5,545	0,542	2,283	0,434	1,30	1,21	120
0,3458	2,916	5,575	0,555	2,297	0,441	1,33	1,17	978
erreur	0,007	0,007	0,002	0,001	0,008	0,03	0,10	

Tableau 34: Le contrôle CT8 : entrées mesurées ensemble en 20^3 (48 000 grains, six graines par J, 10^4 balayages de mise en équilibre et 4×10^4 de mesure), erreur par jackknife sur les graines, et χ^2 du modèle complet (règles retenues, sans la règle 12) avec ces seules erreurs. Interpolées en J, les entrées donnent le minimum $\chi^2 = 61$ à $J = 0{,}34532$ (`scanJ.py`).

Verdicts. (1) Le modèle ne tient pas sans réglage : à $J = 0{,}3458$, $\chi^2 = 978$, sept grandeurs cèdent (leptons chargés à +24 et +15 erreurs, m_t/m_c, $|V_{cb}|$, $\sin 2\beta$, $|J_{\mathrm{CKM}}|$, rapport des écarts) ; près du seuil, F_s^{pt} gagne 0,14 entre $J = 0{,}3451$ et 0,3458, et un écart de J de 0,0005 suffit à tout déplacer. (2) Au meilleur J, $\chi^2 = 61$ pour 18 ; restent $\sin 2\beta$ (+4,7), le rapport des écarts (+3,8) et $\ln(m_\tau/m_e)$ (−3,2), les quinze autres à moins de deux erreurs. (3) Le coût du lien direct ne dépend pas de J dans cette zone ($0{,}44 \pm 0{,}01$), et r_s non plus ($1{,}33 \pm 0{,}03$).

A.6 Épreuves écrites d'avance

Les listes de variantes et les critères ont été écrits avant tout calcul (`CRITERE_sin2beta_B3_B4.md`, `CRITERE_demi_accord_d.md`) ; cadre : entrées de CT8 interpolées en J, seules erreurs des graines, J re-balayé pour chaque variante. Une variante « passe » si elle ramène $\sin 2\beta$ (et, pour le demi-accord, $|V_{cb}|$) sous deux erreurs, gagne au moins 9 sur le χ^2 et ne fait sortir aucune autre grandeur au-delà de trois erreurs. **Aucune ne passe.**

Le tableau 35 en donne les résultats.

variante	χ^2	$\sin 2\beta$	**ce qui cède**
B3, phase du lien direct (avec B4 actuelle)			
$-19{,}47°$ (actuelle)	61	+4,7	rapport des écarts, m_τ/m_e
0°	65	+3,2	γ (+4,1)
+19,47° (angle dièdre)	102	−1,6	γ (+7,9)
+30°	165	−5,4	γ (+9,9)
$-160{,}5°$, −90°	> 1600	< -35	$\lvert V_{ub}\rvert$, γ, $\lvert J\rvert$
B4, formatage (avec B3 actuelle)			
0, $\frac{1}{2}\ln 2$, $2\ln 2$	452, 173, 81	+18, +11, −4,1	m_t/m_u, $\lvert V_{ub}\rvert$, $\lvert J\rvert$
$\ln 2$ sur le lien direct	73	+3,8	m_t/m_u (−4,8)
meilleure combinaison croisée (+30°, $\ln 2$ sur le lien direct)	79	+0,2	γ (+4,6), m_t/m_u (−4,6)
Demi-accord du secteur d (règle 9)			
$e^{J/2}$ sur (a,s) et (s,l) (actuelle)	61	+4,7	$\lvert V_{cb}\rvert$ à −1,9
e^J ; $e^{J/4}$; 1 ; $\sqrt{5/4}$	314 ; 238 ; 572 ; 168	−10 à +20	$\lvert V_{us}\rvert$, $\lvert V_{cb}\rvert$, m_b/m_d
$e^{J/2}$ sur (a,s) seul ; sur (s,l) seul	238 ; 272	+12	$\lvert V_{us}\rvert$ ou $\lvert V_{cb}\rvert$
$e^{J/2}$ sur (a,s), e^J sur (s,l)	121	−2,7	m_b/m_d (−5,7), $\lvert V_{us}\rvert$ (+3,6)

Tableau 35: Épreuves écrites d'avance : χ^2 pour 18 grandeurs au meilleur J, écart de $\sin 2\beta$ en erreurs, et grandeurs qui cèdent (`C_s2b.py`, `C_kd.py`).

Lecture. Les trois règles tirées du concept (B3, B4, règle 9) sont chacune la meilleure de leur famille, et nettement : leur choix n'est pas un réglage caché. L'écart de $\sin 2\beta$ suit de la géométrie du triangle : β est fixé par γ et $|V_{ub}|/|V_{cb}|$; les phases qui le ferment font sortir γ. Un tirage des observables donne $\sin 2\beta = 0{,}738 \pm 0{,}042$

à partir de $|V_{ub}|$, $|V_{cb}|$ et γ seuls, à 0,6 erreur du modèle (`C_s2b_carte.py`). Ce qui manque est $|V_{cb}|$, trop bas de 6 %.

Structure du secteur d, K4, anneaux, échelle. Règles dans `CRITERE_Vcb_et_K4.md`, `CRITERE_couleur_anneaux.md`, `CRITERE_course.md`.

Le tableau 36 les résume.

épreuve	χ^2	**résultat**
Secteur d : placement de $B-L$ et terme (s,l) au point (passe si $\|V_{cb}\|$ sous une erreur)		
lien (s,l) $\times\sqrt{3}$, $\times 3^{1/4}$, $\times 3^{-1/4}$	982, 264, 448	m_b/m_d, $\|V_{us}\|$ cèdent ; $\|V_{cb}\|$ ne bouge pas
terme (s,l) au point, en phase	54	$\sin 2\beta$ à $+2{,}5$; $\|V_{cb}\|$ inchangé ; gain de 7, sous le seuil
même terme sans phase ; avec $\ln 2$	62 ; 55	$\|V_{cb}\|$ inchangé
$B-L$ aussi sur (a,s)	1092	$\|V_{cb}\|$ à -14
Quart d'accord K4 (passe si m_τ/m_e et m_τ/m_μ sous deux erreurs)		
$e^{J/2}$; 1 ; $e^{J/8}$	764 ; 426 ; 112	leptons de 5 à 23 erreurs
$e^{J/2}$ et $e^{J/4}$ répartis sur (a,s), (s,l)	67 ; 720	m_τ/m_e ou tout le secteur
$e^{J/4}$ sur (s,l) seul	58	m_τ/m_e à $-2{,}5$; gain de 3
Anneaux internes (flux8)		
poids du triplet q_3, 12^3 et 20^3	—	**exactement nul** : un seul bit collectif ; singulet s/a à 0,994
Triplet de couleur du point (flux9)		
points uniformes qui gardent S_4, 12^3 et 20^3	—	**tous** (a : $4{,}0\times10^5$; s : $2{,}4\times10^4$) : réfutée par rigidité
Texture à l'ordre suivant (flux10)		
corrélations des points liés ; zéros (l,l) levés	807 ; 4330	$\delta_{as}=+1{,}18$: ne converge pas ; zéros structurels
Environnement fini des quarks (χ^2 des 17 grandeurs hors neutrinos)		
réseau fermé 12^3 ; 16^3	26 ; 47	écart fermé à 12^3 seulement
région isolée (rayons 5,2 à 8,1)	$>5\,000$	réfutée : F_s^{pt} monte de 1,0
région dans un vide figé	22–54	non concluant : erreurs larges
moyenne de e^{-F} sur 30 environnements	25–42	décalage réel ($-0{,}01$ à $-0{,}05$) mais compensé
volume fermé de taille mesurée (loi en $1/L^3$)	53 (26*)	$N^*=1{,}04\times10^4$ grains ; leptons au vide infini en tension (* leptons en 20^3, après coup)
dimension des leptons (24^3, 28^3)	75 ; 12	vide infini refusé ; meilleur couple au bord de la loi : non établi
mesures directes, quarks 8^3 ou 12^3, leptons $\leq 20^3$	12–26	quarks : au plus 10^4 grains (après coup)
forme du volume (8 boîtes non cubiques)	13–15	un seul côté court de 8 ; tubes : 28 à 439
épaisseur 4 à 16, côté jusqu'à 24	13–1348	optimum à 8 ; taille latérale limitée (non indifférente)
orientation : axe du cube, diagonale, vecteurs primitifs	16 ; 23,5 ; 13	prédiction tétraédrique réfutée ; l'épaisseur en périodes gouverne
neutrinos dans chaque volume (A1)	14–46	petits volumes ; modèle entier en 8^3 : $\chi^2(18)=16{,}2$ (6 graines, exploration), 24,3 (24 graines, réplication)
amas s, domaines s, frustration (B1–B3)	—	réfutés ; B4 partiel
épaisseurs 6 et 10 (plus petite dimension tolérée)	—	retirée : liens incohérents
durabilité lue en 8^3 ($J_{\mathrm{dur}}=0{,}3452\pm0{,}0036$)	54	réfutée : trop plate pour fixer J
période des trois vides parfaits	—	4, 4 et 2 : $\mathbb{Z}_4$ pour les vides courts seulement
ordre dans les épaisseurs décalées, départ sain	—	non concluante : $m\leq0{,}11$ contre $\geq0{,}22$
domaines $+/-$ dans les tubes	—	réfutée
flux moyens aux frontières par direction	—	réfutée (10^{-4})
corrélations des points s à une période	—	confirmée après réplication ($-10{,}6$ et $+9{,}5$ erreurs)
soutien S et F_s^{pt}	—	réfutée par le signe : rang $-0{,}93$
bouchons dans les tubes	—	fondée : $E=6{,}0$, P_b croissant, $8\times8\times32$ prédit
loi des bouchons, tubes 40–64 prédits	—	puissance $L^{1,2}$ retenue ; exponentielle réfutée
seuil de bouchons, sections 8×12 et 8×16	—	non concluante : bouchons trop rares
effet de taille, cubes 8^3 à 20^3	—	partielle : fluctuations de m
période 4, mode propre du socle désordonné	—	fondée : pic en $(\frac14,\frac14,\frac14)$ croissant vers J_c
classes de modes au point P	—	réfutée : un seul mode mou, singulet
épaisseur comme cavité du mode mou	—	réfutée : une période empêche l'ordre
Échelle de comparaison (Modèle standard, une boucle)		
écart J_q-J_ℓ à M_Z, M_R, M_U	61, 96, 129	$-0{,}00021$, $-0{,}00024$, $-0{,}00024$: réfutée

Tableau 36: Épreuves écrites dávance (`C_vcb_k4.py`, `flux8.c`, `flux9.c`, `course.py`, `C_course.py`) : aucune ne passe.

A.7 Ce qui est livré

Avec chaque version : les sources LaTeX de la version de travail et de la synthèse, et une archive contenant les PDF, tous les scripts, leurs sorties texte et les accumulateurs des simulations. L'archive est déposée sur un dépôt public pérenne, avec un identifiant DOI cité ici.

Références

[1] Y. Kocher. Essay on a General Theory of Complexity: Foundations of the MicroGlobal Approach. *IPI Letters*, 4(2):O112–O166, 2026. ISSN 2976-730X. `https://doi.org/10.59973/ipil.362`

[2] Y. Kocher. Sélection du groupe $\mathbb{Z}_4$ par le code de Gray et verrou achiral sur l'orientation d'une boucle logique. Un substrat pré-physique et sa transition vers l'information. *IPI Letters*, 2026. `https://doi.org/10.59973/ipil.440`

[3] Y. Kocher. Émergence de l'espace-temps et de l'information : le grain, la dimension trois et l'intrication. Le niveau N_0 du modèle microGlobal. Version longue (démonstrations et vérifications), septembre 2026.

[4] Y. Kocher. L'émergence du temps et de l'énergie : le niveau N_1 du modèle microGlobal. 2026.

[5] Y. Kocher. Émergence de la masse et des particules : le niveau N_2 du modèle microGlobal. Version de travail, 2026.

[6] P. Busch. Quantum states and generalized observables : a simple proof of Gleason's theorem. *Physical Review Letters*, 91(12) :120403, 2003.

[7] A. M. Gleason. Measures on the closed subspaces of a Hilbert space. *Journal of Mathematics and Mechanics*, 6(6) :885–893, 1957.

[8] B. S. DeWitt. Quantum theory of gravity. I. The canonical theory. *Physical Review*, 160(5) :1113–1148, 1967.

[9] R. Landauer. Irreversibility and heat generation in the computing process. *IBM Journal of Research and Development*, 5(3) :183–191, 1961.

[10] J. D. Bekenstein. Black holes and entropy. *Physical Review D*, 7(8) :2333–2346, 1973.

[11] S. W. Hawking. Particle creation by black holes. *Communications in Mathematical Physics*, 43 :199–220, 1975.

[12] G.-y. Huang, S. Zhou, *Precise values of running quark and lepton masses in the Standard Model*, Phys. Rev. D **103**, 016010 (2021), arXiv:2009.04851.

[13] Particle Data Group, *Review of Particle Physics*, Prog. Theor. Exp. Phys. **2020**, 083C01 (2020), revue « CKM quark-mixing matrix ».

[14] I. Esteban, M. C. Gonzalez-Garcia, M. Maltoni, I. Martinez-Soler, J. P. Pinheiro, T. Schwetz, *NuFit-6.0: updated global analysis of three-flavor neutrino oscillations*, JHEP **12** (2024) 216, arXiv:2410.05380.

[15] Particle Data Group, *Review of Particle Physics*, Phys. Rev. D **110**, 030001 (2024), revue 76 « Semileptonic b-hadron decays, determination of V_{cb}, V_{ub} ».

[16] DESI Collaboration, *Constraints on neutrino physics from DESI DR2 BAO and DR1 full shape*, 2025 : $\sum m_\nu < 0{,}0642\,\text{eV}$ (95 %, ΛCDM, avec Planck et ACT).

[17] J. Charles *et al.* (CKMfitter), *2023 update of the extraction of the CKM matrix elements*, arXiv:2405.08046.

[18] A. Ghosh, P. Mitra. An improved lower bound on black hole entropy in the quantum geometry approach. *Physics Letters B*, 616 :114–117, 2005.

[19] A. Corichi, J. Díaz-Polo, E. Fernández-Borja. Entropy counting for microscopic black holes in LQG. arXiv :gr-qc/0605014, 2006.

[20] M. Domagała, J. Lewandowski. Black-hole entropy from quantum geometry. *Classical and Quantum Gravity*, 21 :5233–5243, 2004.

[21] K. A. Meissner. Black-hole entropy in loop quantum gravity. *Classical and Quantum Gravity*, 21 :5245–5251, 2004.

[22] A. Ashtekar, J. Baez, A. Corichi, K. Krasnov. Quantum geometry and black hole entropy. *Physical Review Letters*, 80 :904–907, 1998.

[23] I. Gel'fand, M. Naimark. On the imbedding of normed rings into the ring of operators in Hilbert space. *Matematicheskii Sbornik*, 12(2) :197–217, 1943.

[24] F. Peter, H. Weyl. Die Vollständigkeit der primitiven Darstellungen einer geschlossenen kontinuierlichen Gruppe. *Mathematische Annalen*, 97 :737–755, 1927.

[25] C. Rovelli. *Quantum Gravity*. Cambridge University Press, 2004.

[26] L. Freidel, S. Speziale. Twisted geometries : a geometric parametrization of SU(2) phase space. *Physical Review D*, 82 :084040, 2010.

[27] T. Regge. General relativity without coordinates. *Il Nuovo Cimento*, 19(3) :558–571, 1961.

[28] K. Osterwalder, R. Schrader. Axioms for Euclidean Green's functions. *Communications in Mathematical Physics*, 31 :83–112, 1973.

[29] K. Osterwalder, E. Seiler. Gauge field theories on a lattice. *Annals of Physics*, 110 :440–471, 1978.

[30] O. Delgado Friedrichs, M. O'Keeffe, O. M. Yaghi. Three-periodic nets and tilings : regular and quasiregular nets. *Acta Crystallographica A*, 59 :22–27, 2003.

[31] R. López-Ruiz, H. L. Mancini, X. Calbet. A statistical measure of complexity. *Physics Letters A*, 209 :321–326, 1995.

[32] M. Gell-Mann, S. Lloyd. Information measures, effective complexity, and total information. *Complexity*, 2(1) :44–52, 1996.

[33] J. P. Crutchfield, K. Young. Inferring statistical complexity. *Physical Review Letters*, 63 :105–108, 1989.

[34] P. Bak, C. Tang, K. Wiesenfeld. Self-organized criticality : an explanation of the $1/f$ noise. *Physical Review Letters*, 59 :381–384, 1987.

[35] C. G. Langton. Computation at the edge of chaos : phase transitions and emergent computation. *Physica D*, 42 :12–37, 1990.

[36] S. A. Kauffman. *The Origins of Order : Self-Organization and Selection in Evolution*. Oxford University Press, 1993.

[37] T. Mora, W. Bialek. Are biological systems poised at criticality ? *Journal of Statistical Physics*, 144 :268–302, 2011.

[38] G. Nicolis, I. Prigogine. *Self-Organization in Nonequilibrium Systems*. Wiley, 1977.

[39] R. C. Dewar. Information theory explanation of the fluctuation theorem, maximum entropy production and self-organized criticality in non-equilibrium stationary states. *Journal of Physics A*, 36 :631–641, 2003.

[40] J. L. England. Statistical physics of self-replication. *Journal of Chemical Physics*, 139 :121923, 2013.

[41] E. J. Chaisson. *Cosmic Evolution : The Rise of Complexity in Nature*. Harvard University Press, 2001.

[42] H. T. Odum. *Environmental Accounting : Emergy and Environmental Decision Making*. Wiley, 1996.

[43] G. B. West, J. H. Brown, B. J. Enquist. A general model for the origin of allometric scaling laws in biology. *Science*, 276 :122–126, 1997.

[44] K. Friston. The free-energy principle : a unified brain theory ? *Nature Reviews Neuroscience*, 11 :127–138, 2010.

[45] M. Kirchhoff, T. Parr, E. Palacios, K. Friston, J. Kiverstein. The Markov blankets of life : autonomy, active inference and the free energy principle. *Journal of the Royal Society Interface*, 15 :20170792, 2018.

[46] A. P. Fiske. The four elementary forms of sociality : framework for a unified theory of social relations. *Psychological Review*, 99 :689–723, 1992.

[47] K. Polanyi. *The Great Transformation*. Farrar & Rinehart, 1944.

[48] K. Karatani. *The Structure of World History : From Modes of Production to Modes of Exchange*. Duke University Press, 2014.

[49] M. Mauss. Essai sur le don. Forme et raison de l'échange dans les sociétés archaïques. *L'Année sociologique*, nouvelle série, 1 :30–186, 1925.

[50] J. A. Wheeler. Information, physics, quantum : the search for links. In W. H. Zurek (éd.), *Complexity, Entropy, and the Physics of Information*, Addison-Wesley, 1990.

[51] C. Rovelli, L. Smolin. Spin networks and quantum gravity. *Physical Review D*, 52 :5743–5759, 1995.

[52] L. Bombelli, J. Lee, D. Meyer, R. D. Sorkin. Space-time as a causal set. *Physical Review Letters*, 59 :521–524, 1987.

[53] S. Wolfram. A class of models with the potential to represent fundamental physics. *Complex Systems*, 29(2) :107–536, 2020.

[54] L. von Bertalanffy. *General System Theory*. George Braziller, 1968.

[55] N. Wiener. *Cybernetics, or Control and Communication in the Animal and the Machine*. MIT Press, 1948.

[56] W. R. Ashby. *An Introduction to Cybernetics*. Chapman & Hall, 1956.

[57] E. Morin. *La Méthode*, 6 tomes. Seuil, 1977–2004.

[58] A. Sharma, D. Czégel, M. Lachmann, C. P. Kempes, S. I. Walker, L. Cronin. Assembly theory explains and quantifies selection and evolution. *Nature*, 622 :321–328, 2023.

[59] J.C. Maxwell. On physical lines of force. *Philosophical Magazine*, 21–23, 1861–1862.

[60] T. Toffoli. Reversible computing. In *Automata, Languages and Programming (ICALP 1980)*, LNCS 85, Springer, 1980.

[61] G. Spencer-Brown. *Laws of Form*. Allen & Unwin, Londres, 1969.

[62] G. Boole. *An Investigation of the Laws of Thought*. Walton and Maberly, Londres, 1854.

[63] J. Kepler. *Astronomia nova*. Heidelberg, 1609.

[64] J. J. Balmer. Notiz über die Spectrallinien des Wasserstoffs. *Annalen der Physik*, 261 :80–87, 1885.

[65] N. Bohr. On the constitution of atoms and molecules. *Philosophical Magazine*, 26 :1–25, 1913.

[66] H. Poincaré. *Science et méthode*. Flammarion, Paris, 1908.

[67] G. Pólya. *Mathematics and Plausible Reasoning*, 2 vol. Princeton University Press, 1954.

[68] D. Hofstadter et E. Sander. *L'Analogie, cœur de la pensée*. Odile Jacob, Paris, 2013.

[69] P. Duhem. *La Théorie physique, son objet et sa structure*. Chevalier et Rivière, Paris, 1906.

[70] G. Bachelard. *La Formation de l'esprit scientifique*. Vrin, Paris, 1938.

[71] M.B. Hesse. *Models and Analogies in Science*. Sheed and Ward, Londres, 1963.

[72] C.S. Peirce. *Collected Papers*, vol. 5 : *Pragmatism and Pragmaticism*. Harvard University Press, 1934.

[73] I. Lakatos. *The Methodology of Scientific Research Programmes*. Cambridge University Press, 1978.

[74] P.W. Anderson. More is different. *Science*, 177:393–396, 1972.

[75] R.B. Laughlin. *A Different Universe: Reinventing Physics from the Bottom Down*. Basic Books, New York, 2005.

[76] E.T. Jaynes. Information theory and statistical mechanics. *Physical Review*, 106:620–630, 1957.

[77] W. Whewell. *The Philosophy of the Inductive Sciences*. Parker, Londres, 1840.

[78] Z. Wang et K. R. A. Hazzard. Particle exchange statistics beyond fermions and bosons. *Nature*, 637:314–318, 2025.