

Émergence de la structure de l'espace-temps à partir d'un substrat logique

Le niveau informationnel du programme microGlobal

Version longue

Yves Kocher

Octobre 2026

Résumé

Cet article construit le niveau N_0 du programme microGlobal : l'arène informationnelle où émergent l'espace, le temps et la forme de la matière. Son élément est le *grain*, un tétraèdre dont les quatre faces portent les quatre flux du programme, notés R , D , H , L , et qui est déjà un système : la clôture du substrat logique N_{-1} . Les commutateurs de ce substrat engendrent une algèbre à trois générateurs, où l'on lit les trois dimensions (cette lecture est une interprétation) ; le niveau est quantique sans constante de Planck, mais ne fixe ni la signature ni la flèche du temps, laissées à N_1 . La règle de lien n'est pas posée : c'est l'inversion du groupe $\mathbb{Z}_4$. Les grains forment un réseau de flux à trois organisations possibles, et un vide organisé dont le paramètre principal, le couplage J (la force du lien), est placé par la durabilité à environ 1,7% au-dessus du seuil de l'ordre ; sa valeur est réglée sur les masses ($J \simeq 0,3451-0,3455$), au bord bas de la zone que donne la durabilité (0,3454 aux petites tailles, $0,3458 \pm 0,0003$ au grand réseau, soit environ deux erreurs plus haut).

Sur ce vide, un nœud de matière — un grain qui porte une patte de plus — forme un spin $\frac{1}{2}$ de multiplicité cinq ; sous la symétrie S_4 du *point* (vingt-quatre grains), ses cinq états se rangent en $\mathbf{3} + \mathbf{2}$, la couleur et l'isospin. Lus comme cinq modes fermioniques (un postulat déclaré), ils donnent une génération complète, le $\mathbf{16}$ de $SO(10)$; la chiralité n'est pas dans N_0 et revient à N_1 . Les trois familles sont les trois organisations du point, et leurs masses se lisent comme des probabilités d'équilibre : au J réglé et sans règle ajoutée, m_t/m_c et la deuxième génération tombent à moins de 0,1 en logarithme, la première génération à 0,3 en moyenne, mais m_t/m_u reste court de 0,75. Sous des règles nommées, dont le statut est déclaré une à une, un générateur porté par quatre anneaux du point, lu comme $B - L$, donne $d - e = \pm \ln 3$, et les mélanges des quarks approchent l'observé. Le couplage au grain vaut $1/\alpha_0 = 71,5 \pm 0,3$ (cible 80 ± 10 ; recalculé en v137 avec un code nouveau). Pour les neutrinos, lus comme un déchet que le vide reçoit sans trier, l'ordre est normal et les mélanges sont grands sans règle ajoutée ; les angles tombent juste sous des règles de lecture ; la somme des masses, 0,066 à 0,086 eV, est *au-dessus* de la borne cosmologique actuelle ($< 0,064$ eV en Λ CDM) : c'est une prédiction que les prochaines mesures peuvent réfuter.

Avec toutes les entrées mesurées ensemble au grand réseau, au même J , l'accord global est imparfait : $\chi^2 = 61$ pour 18 grandeurs, $\sin 2\beta$ (qui suit d'un $|V_{cb}|$ trop bas de 6%), le rapport des écarts des neutrinos et m_τ/m_e s'écartant de trois à cinq erreurs ; avec une incertitude de texture déclarée ($\pm 0,05$ sur les énergies libres, un choix), $\chi^2 = 25$. Lu tout entier dans un volume fermé de deux périodes du vide ordonné dans chaque direction (8^3 , 3 072 grains), le modèle donne $\chi^2 = 24$ pour 18 grandeurs (réplication sur 24 graines ; 16 avec les 6 graines de l'exploration), aucune au-delà de trois erreurs ; ce volume a été retenu parmi une trentaine, et la raison de ce choix n'est pas établie. Les simulations établissent ce qui le rend particulier : le socle désordonné porte un seul mode mou, la paire hiérarchique qui fait le tour du grain en quatre mailles, d'où des épaisseurs fermées multiples de 4 et d'au moins deux périodes. Dans le cadre du programme — et c'est une lecture propre à MICROGLOBAL, où rien n'émergerait si tout était décidé à la base —, N_0 pose les structures et les plages de valeurs où apparaîtront les forces et les particules : une « assiette creuse ». Les valeurs précises, la sélection des formes et la valeur fine de J sont attendues des interactions de N_1 et N_2 , entre particules et avec le support, sur une « assiette plate ». Les dix-huit grandeurs du modèle tombent dans les plages de N_0 ; les hiérarchies de masse observées sont un peu plus raides que leur lecture centrale, ce qui annonce le sens des corrections attendues.

Chaque résultat porte l'une de huit catégories, du démontré à l'ouvert, et le bilan compte les choix : un paramètre réglé (J), quinze règles ajoutées dont sept formulées en connaissant la grandeur visée, et des choix de lecture (volume, incertitude de texture) déclarés ; face à environ quatorze grandeurs indépendantes, les accords sur les masses et les mélanges sont des *accords*, non des prédictions. Le contenu prédictif tient dans les structures — un vide, trois familles, $\mathbf{3} + \mathbf{2}$, seize états, l'ordre normal — et dans $\sum m_\nu$ et le signe de la violation de CP des leptons par rapport à celle des quarks (opposé ; le signe global est une convention, fixée par la mesure côté quarks, $J_{CKM} > 0$, et non par le choix de $\pm i$ en N_1). Huit contrôles indépendants, des réseaux jusqu'à 82 944 grains et une relecture indépendante (v130) en ont confirmé l'essentiel et corrigé le reste.

Mots-clés : fondements de la physique ; modèles prégéométriques ; réseaux de spins ; émergence de l'espace-temps ; groupe $\mathbb{Z}_4$; $SO(10)$; générations de fermions ; hiérarchie des masses ; matrice CKM ; neutrinos ; seesaw ; systémique ; durabilité.

Ce travail a été élaboré avec l'assistance de Claude, un modèle de langage développé par Anthropic. L'auteur assume l'entière responsabilité du contenu scientifique.

Table des matières

1	Introduction	5
2	Le grain et l'espace	7
2.1	Pourquoi N_0 commence : la clôture du substrat	7
2.2	Deux bits et non un quadit : l'acte du passage	9
2.3	La dimension trois	9
2.4	Le grain : quatre pattes et un bit	11
2.5	Les assemblages : un produit fibré	12
2.6	Un niveau quantique sans $\hbar$	13
2.7	Fermions et bosons depuis la parité	14
2.8	Ce que N_0 ne peut pas fixer : la signature, la flèche, et l'acte de N_1	14
2.9	Information, entropie, et le paramètre d'Immirzi	16
2.10	Le foncteur $\hat{\mathcal{H}} : N_{-1} \rightarrow N_0$	17
2.11	Ce qui est établi	18
3	Le modèle	20
3.1	Le grain est déjà un système	20
3.2	Quatre pattes, quatre flux	20
3.3	La règle de lien : l'inversion de $\mathbb{Z}_4$	22
3.4	Le réseau des flux et les trois organisations	23
3.5	L'arène : grain, point, point de points	24
3.6	La dynamique et son unique paramètre	25
3.7	Pourquoi une simulation donne des constantes	26
3.8	La matière sur l'arène	27
3.9	Ce que N_0 ne distingue pas : deux axes	30
3.10	L'espace et le temps en N_0	32
3.11	Ce que le modèle pose, et ce qu'il ne pose pas	33
3.12	Nomenclature	35
4	Le vide organisé	36
4.1	Le seuil de l'ordre	36
4.2	La complexité à la membrane	37
4.3	La complexité est une divergence	38
4.4	Ce que le vide minimise	38
4.5	Ce qui est établi, et la prudence	39
5	Les familles et leurs masses	41
5.1	Une famille est l'organisation d'un point	41
5.2	La suppression suit les multiplets	41
5.3	Quatre rapports sans paramètre	41
5.4	Quarks d et leptons : $B - L$ sur quatre anneaux	42
5.5	Les mélanges	43
5.6	La première génération : la famille légère naît de l'intermédiaire	44
5.7	Les systèmes ne sont pas seulement emboîtés : le lien direct du point au vide	45
5.8	Les liens entre familles au grain	46
5.9	Ce qui est établi	48
6	La couleur, l'isospin et la chiralité	49
6.1	Une génération dans un nœud	49
6.2	Le groupe des opérations à deux modes	49
6.3	La couleur n'est pas dans le grain	50
6.4	Le point protège la couleur	51
6.5	L'isospin et les réflexions	51
6.6	Le doublet d'isospin est la paire des deux mains	52
6.7	La chiralité n'est pas dans N_0 : le verrou achiral	52
7	Les couplages et les échelles	54
7.1	L'angle faible et la direction de brisure	54
7.2	Le couplage de jauge au grain : $1/\alpha_0 = 71,5 \pm 0,3$	54
7.3	La chaîne d'unification	55
7.4	La longueur d'unification et la taille du système	55

8	Les neutrinos	58
8.1	Le neutrino droit ne porte pas de famille	58
8.2	L'ordre normal et les grands mélanges	58
8.3	L'échelle : le seesaw de type I ne suffit pas	58
8.4	Le neutrino comme déchet	59
8.5	La famille dans le rejet	60
8.6	La moitié d'identité : le facteur de $B - L$	60
8.7	Ce qui est établi	62
9	Ce que les simulations ont appris : la géométrie du socle, expliquée simplement	63
9.1	Le principe d'une simulation	64
9.2	Les membranes et les flux	64
9.3	L'échelle d'intégration	65
9.4	La forme des grains	65
9.5	La manière d'associer les grains	66
9.6	La rigidité et le vide	66
9.7	Les formes des volumes	67
9.8	Les leviers du socle	67
9.9	Pourquoi cette géométrie engendre ces particules	68
10	Bilan	69
10.1	Vue d'ensemble : les particules et les forces	69
10.2	Les quatre nombres quantiques	78
10.3	Le bilan des choix	78
10.4	Structures, plages et valeurs fines	80
10.5	Ce qui reste ouvert	82
10.6	Ce que le modèle annonce	85
10.7	Statut épistémologique : dériver ce qui peut l'être, calculer le reste	85
10.8	Positionnement et travaux voisins	87
10.9	Conclusion	88
A	Reproductibilité	88
A.1	La version de travail	88
A.2	Les scripts	89
A.3	Les simulations	89
A.4	Le contrôle CT7 : une reconstruction indépendante	89
A.5	Le contrôle CT8 : les entrées mesurées ensemble	92
A.6	Épreuves écrites d'avance (v106, v107)	92
A.7	Ce qui est livré	94

1 Introduction

Convention de lecture : huit catégories

Chaque résultat porte une catégorie, notée entre crochets dans les tableaux de bilan, et une couleur : **[A] démontré** — mathématique, sans hypothèse ajoutée ; **[B] dérivé sous un postulat déclaré** ; **[C] calculé par simulation** — dépend de J ; **[D] obtenu sous une règle fixée avant le calcul** ; **[E] obtenu sous une règle formulée en connaissant la grandeur visée, ou sous une valeur ajustée** ; **[F] emprunté** — un résultat ou une relation extérieurs au programme, ou des entrées mesurées ; **[G] interprétation ou analogie** ; **[H] ouvert ou réfuté**. Un résultat qui combine plusieurs sources porte la catégorie la plus faible ; les grandeurs **[E]** ne comptent pas comme prédictions. Les renvois du type (C107) désignent les sections de la version de travail complète (annexe A), où chaque calcul est décrit avec son script.

Convention de lecture : flux, axes et noms R, D, H, L

La base existe dès N_{-1} . Les quatre situations d'une frontière, 00, 01, 11, 10, décrivent quatre *flux* — émettre (01), échanger (11), capter (10), retenir (00) —, que le cycle de Gray parcourt et que g engendre dans $\mathbb{Z}_4$. Les deux axes aussi : émettre et capter sont inverses l'un de l'autre (g, g^3) et forment l'axe du mouvement, qui a un sens de parcours ; échanger et retenir sont des involutions (g^2, e) et forment l'axe de ce qui demeure, sans sens. En N_0 , ces deux axes restent indifférenciés ($R = H, D = L$) : aucun des deux sens n'est choisi. L'égalité note ici l'indifférenciation, non une identité d'opérateurs : en N_{-1} , $H = R^{-1} \neq R$ [2]. C'est l'acte de N_1 qui les différencie (le choix de $\pm i$) ; alors seulement, avec une identité qui persiste, les flux deviennent des fonctions — reproduction, différenciation, hiérarchie, liaison. Par commodité, cet article note les quatre flux dès N_{-1} et N_0 par $R = g, D = g^2, H = g^3, L = e$: ces lettres y désignent des éléments de $\mathbb{Z}_4$ et des flux, non des gestes. De même, l'« identité » d'un grain ou d'une famille désigne en N_0 un motif d'organisation (famille, anneaux, appartenance à un système), qui ne deviendra une identité au sens propre qu'en N_1 ; et ce que l'article appelle *déchet* ou *rejet* en N_0 est la structure qui recevra le rejet : le rejet comme flux dissipatif n'existe qu'à partir de N_1 , et le neutrino qui le porte relève de N_2 .

Situer cet article dans le programme microGlobal. Le programme microGlobal [1] lit la nature comme une suite de niveaux emboîtés, du quantum d'espace-temps au système social, tous organisés par les mêmes quatre fonctions : *Reproduction* (R), *Différenciation* (D), *Hiérarchisation* (H) et *Liaison* (L). Chaque niveau accumule un capital émergent : l'information à N_0 , l'énergie à N_1 , la masse à N_2 , les formes à N_3 , les symboles à N_4 . L'article consacré à N_{-1} [2] a montré d'où viennent les quatre fonctions : sur l'espace minimal de deux bits, un seul critère combinatoire (le code de Gray) sélectionne le groupe $\mathbb{Z}_4$, et ses quatre éléments *sont* les quatre fonctions — $R = g, D = g^2, H = g^3, L = e$. Ses quatre fonctions s'yinstancient successivement, de la porte à deux Dits [59, 60] à la boucle refermée, et c'est la quatrième, la Liaison, qui le clôt ; cette clôture est l'ouverture du niveau suivant : $Nf_{-1.4} = Nf_{0.0}$. Il forme, avec l'article N_{-1} [2], le troisième volet du programme, dont le premier [1] présente l'ensemble : N_{-1} en est la première partie, celui-ci la deuxième : N_0 , le niveau suivant.

N_0 est l'**arène** : le support informationnel sur lequel tout le reste se déploie. Il en attend deux choses. D'abord la *forme* : l'espace à trois dimensions et le temps, et ce qui peut y exister — avec quelles symétries, quelles charges, combien de copies. Ensuite les *nombres* : les valeurs que la durabilité retient parmi les formes possibles — les rapports de masses, les angles de mélange, les couplages.

La question de N_0 . La physique décrit la matière par un contenu — trois générations de quarks et de leptons, chacune un multiplet de $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ — et par une vingtaine de nombres mesurés qu'elle ne dérive pas : les masses, les angles de mélange, les couplages. Le modèle microGlobal pose qu'un niveau est un système d'éléments du niveau inférieur, et que ce qui dure est ce qui équilibre ses quatre flux. La question est donc précise :

Un réseau de grains, dont chacun porte les quatre fonctions et se lie à ses voisins selon la règle que fixe N_{-1} , contient-il la forme de la matière connue ? Et sa durabilité en fixe-t-elle les nombres ?

Ce que l'article établit. Les sections suivantes établissent, dans l'ordre :

- (i) le grain et l'espace : pourquoi le niveau commence, la valence 4 et le bit du grain, les trois dimensions, l'intrication des faces, un niveau quantique sans $\hbar$, et ce que N_0 ne peut pas fixer — la signature, la flèche du temps — (section 2) ;

- (ii) le modèle : le réseau des flux, ses trois organisations, l'arène, la matière (section 3) ; ce que N_0 ne distingue pas — deux axes, $R = H$ et $D = L$ — et ce qu'il en résulte pour l'espace et le temps : un espace organisé, dont la durée n'est encore ni orientée ni écoulée (§3.9, §3.10) ;
- (iii) le vide organisé et la valeur de son unique paramètre (section 4) ;
- (iv) les familles et leurs masses : quatre rapports sans paramètre, l'écart entre quarks d et leptons, le mélange des deux premières générations (section 5) ;
- (v) la couleur, l'isospin, et la raison pour laquelle la chiralité n'appartient pas à ce niveau (section 6) ;
- (vi) les couplages et les échelles (section 7) ;
- (vii) les neutrinos : rapports, mélanges et échelle, avec la lecture de leur masse comme rejet d'un déchet (section 8).

La section 9 reprend simplement, avec des schémas et sans formalisme, ce que les simulations ont appris sur la géométrie du socle et les leviers qu'il laisse aux niveaux suivants ; le lecteur qui ne connaît ni la gravité quantique ni la physique quantique peut la lire en premier. La section 10 fait le bilan : ce qui est dérivé, ce qui dépend d'une règle, ce qui reste ouvert, et combien de choix ont été faits pour combien de nombres expliqués.

Ce que N_0 fixe, et ce qu'il laisse à N_1 et N_2 . Avant les résultats, il faut dire ce qu'un socle peut donner, et ce qu'il ne peut pas donner. Cette lecture gouverne tout l'article.

Structures et plages en N_0 , valeurs fines en N_1 et N_2 — une lecture propre à MICROGLOBAL [G]

Ce que N_0 pose. Le socle fixe des *structures* : l'arène plate, les deux axes de flux, les trois organisations d'où viennent les trois familles, la décomposition $3 + 2$ qui porte la couleur et l'isospin, les seize états d'une génération, l'ordre normal des neutrinos. Il fixe aussi des *plages*, les intervalles où les grandeurs mesurées pourront apparaître (§10.4).

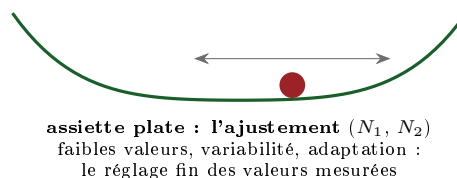
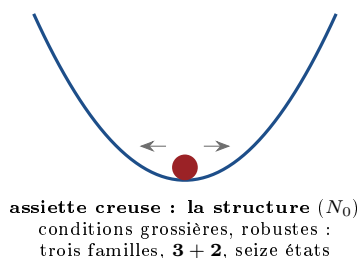
Ce qu'il ne pose pas. Il ne fixe pas les valeurs précises. Celles-ci naissent des *interactions* : celles des particules entre elles, et celles des particules avec le support. Or ces interactions n'existent qu'à partir de N_1 , où le temps s'oriente ($D \neq L$), et de N_2 , où la matière se pose sur le socle et y réagit. La physique connaît déjà ce schéma : une valeur « nue », posée par la structure, et une valeur « habillée » par les interactions, qui est celle qu'on mesure (le paramètre nu n'est pas observable ; le rapprochement est une analogie, pas une identité).

Pourquoi c'est la vision de MICROGLOBAL. Si tout était décidé dès la base, il n'y aurait pas d'émergence : chaque niveau ne ferait que dérouler le précédent. Dans MICROGLOBAL, l'élément d'un niveau est un système du niveau inférieur, et ce qui caractérise le niveau supérieur naît des interactions entre ces systèmes. L'émergence se joue précisément dans les ajustements : de faibles valeurs, de petits écarts, qui laissent place à la variabilité et à l'adaptation.

L'image de l'assiette. La structure est une assiette *creuse* : elle fixe les conditions grossières, robustes, que rien de petit ne déplace. L'ajustement est une assiette *plate* : la bille y bouge sous de faibles forces, et c'est cette liberté qui permet le réglage fin.

Ce que les simulations montrent dans ce sens. Les structures de N_0 sont des assiettes creuses : la symétrie qui protège $3 + 2$ ne se perd en aucun point du vide fluctuant ($3,2 \times 10^5$ points, §6.4). Les valeurs fines sont sur une assiette plate : la durabilité est plate autour de son maximum — elle fixe la zone de J , non sa valeur (§4.4) — et le vide se tient juste au-dessus du seuil de l'ordre, là où une petite perturbation déplace fortement les énergies libres ($dF/dJ \approx 150-190$). C'est la région où de faibles interactions venues de N_1 et N_2 peuvent régler les valeurs.

La condition pour que cette lecture reste réfutable. (1) Les plages de N_0 doivent contenir les valeurs mesurées ; le §10.4 les donne chiffrées. (2) Une valeur hors de sa plage est une tension réelle : N_1 et N_2 devront la corriger dans un sens annoncé d'avance, faute de quoi le modèle est en difficulté. (3) N_1 et N_2 devront *réduire* le nombre de choix, non en ajouter. En conséquence, les χ^2 et la valeur de J au 10^{-4} près qui suivent sont des mesures de *cohérence* du socle, non des prédictions.



La méthode. Trois principes ont guidé tout le travail, et ils conditionnent la lecture des résultats.

- (1) **Les règles avant le calcul.** Le plus souvent, quand une lecture nouvelle a été nécessaire — comment une famille se forme, comment un passage devient une masse, ce que veut dire « rejeter sans contrepartie » — la règle a été fixée et écrite *avant* le calcul, d’après le cadre conceptuel, et non d’après le résultat. Lorsqu’une première traduction a échoué et qu’une seconde a été retenue, l’article le dit ; les règles formulées en connaissant la grandeur visée sont classées [E] et recensées au §10.3.
- (2) **Petit d’abord, grand pour confirmer.** Les simulations sont d’abord faites sur 384 grains ; on ne les étend à 3 072 ou 10 368 grains que pour confirmer un résultat plausible. Plusieurs résultats de petite taille ne se sont pas confirmés ; ils sont rapportés avec leur valeur de grande taille. Huit contrôles indépendants (CT1 à CT6 : socle, moteur, vide, familles, couplages, neutrinos ; CT7 : une reconstruction complète, écrite de zéro à partir du seul texte de l’article, annexe A.4 ; CT8 : toutes les entrées mesurées ensemble au grand réseau, annexe A.5) ont refait l’ensemble avec des codes réécrits, sur des réseaux allant jusqu’à 24 576 grains, et jusqu’à 82 944 pour la valeur de J ; leurs corrections sont intégrées au texte.
- (3) **La méthode inverse.** Plutôt que de chercher les nombres à partir de règles supposées, on part aussi des mesures et des solutions qu’offrent les niveaux emboîtés, pour lire ce qu’elles demandent au modèle (C104). Une règle n’est retenue que si elle résout plus de contraintes qu’elle n’ajoute de choix.

Les analogies N_4/N_0 ne sont pas des preuves

Le programme microGlobal postule que les quatre fonctions opèrent à tous les niveaux. L’article fait donc souvent correspondre une règle de N_0 à une situation sociale (N_4) — par exemple, « la hiérarchie est relative : ce qui est un ordre pour l’un est une obéissance pour l’autre ». Ces correspondances guident le choix des règles et aident la lecture ; elles ne démontrent rien. Seuls les calculs démontrent, et seulement ce qu’ils calculent.

Version de référence de N_0

Cette version remplace les versions longues antérieures de N_0 (série 281 à 324) sur cinq points, que les articles des niveaux suivants reprennent : **(1)** l’arène est la triangulation de Delaunay du réseau cubique centré (des disphénoïdes), non le réseau diamant (§3.5) ; **(2)** la couleur n’est ni dans le grain ni dans ses appariements : c’est le triplet du nœud de matière, protégé au point par T_d (§6.4) ; **(3)** les trois appariements des pattes sont les trois organisations, donc les trois familles, portées par le point (§5.1), non la représentation standard de S_4 ; **(4)** le doublet d’isospin se lit comme la paire des deux mains du grain (§6.6, lecture [G]) ; **(5)** la chiralité est renvoyée à N_1 , avec le choix de $\pm i$ (§6.7).

Ce que l’article ne prétend pas. Il ne prétend pas avoir dérivé la physique des particules. Il présente un modèle défini, sans paramètre libre au-delà de ceux qu’il fixe lui-même, et le confronte à des nombres mesurés. Une partie de ces nombres sort juste, une partie approche, une partie manque ; le bilan (section 10) compte les trois. Surtout, la plupart des résultats portent sur des *rapports* et des *formes* : les échelles absolues sont reliées au grain par des chaînes plus fragiles, que l’article signale comme telles. Enfin, il repose sur un seul acte non dérivé, nommé comme tel, l’enveloppe linéaire (§2.2) ; le postulat de matière (§3.8) n’est pas un second acte de ce niveau, mais l’acte du niveau de la matière, emprunté et déclaré.

2 Le grain et l’espace

Avant de construire le réseau des flux, il faut établir ce que N_0 reçoit de N_{-1} et ce qu’il en fait : pourquoi le niveau commence, pourquoi son élément porte quatre pattes et un bit, d’où viennent les trois dimensions, pourquoi un assemblage de grains reste tridimensionnel, en quoi ce niveau sans dynamique est déjà quantique, et ce qu’il ne peut pas fixer lui-même. Les résultats de cette section sont des résultats de structure (théorèmes et propositions) ; ils ne dépendent ni du couplage J ni d’aucune règle ajoutée. Leurs démonstrations détaillées et leurs vérifications numériques sont celles de la version longue [3] ; les énoncés qui suivent en sont la forme retenue, et les vérifications refaites pour cet article sont signalées.

2.1 Pourquoi N_0 commence : la clôture du substrat

N_{-1} est un substrat clos : deux bits, quatre flux, une boucle refermée par la Liaison [2]. Qu’est-ce qui l’oblige à s’ouvrir ? Ce n’est pas un trop-plein qui déborde, mais une *contrainte* : le site est saturé, il ne peut plus rien distinguer de neuf, et la seule réponse est de se clore et de se relier. Une distinction de N_{-1} est vraie, mais *nulle*

part : elle ne peut être ni retrouvée, ni gardée, ni comparée à une autre ; il lui faut un *lieu*, où elle se dépose et d'où l'on puisse la relire. C'est ce lieu que N_0 construit.

Théorème 1 (Le substrat est saturé à quatre configurations [B]). *Trois contraintes de N_{-1} se composent : (i) la fidélité de l'action de $\mathbb{Z}_4$ exige au moins quatre configurations (un élément d'ordre 4 parmi leurs permutations) ; (ii) la binarité du Dit impose que leur nombre soit 2^n ; (iii) le substrat ne porte aucune distinction sans fondement, donc n est le plus petit admissible. D'où $n = 2$ et **exactement quatre configurations** : la borne est de cardinalité, et absolue.*

La troisième contrainte n'est pas un rasoir d'Occam ajouté : c'est l'engagement constitutif de N_{-1} , celui-là même qui, appliqué aux transitions plutôt qu'au registre, donne le critère de Gray (un bit par pas) [2]. Un troisième bit porterait une distinction que ni la fidélité ni la binarité n'exigent. L'article N_{-1} laissait la minimalité des deux bits sans dérivation [2] ; elle s'obtient ici en appliquant au registre le principe qu'il appliquait aux transitions.

Théorème 2 (Une traversée suffit [A]). *Le générateur g de $\mathbb{Z}_4$ est d'ordre 4 et sans point fixe sur les quatre configurations d'un site : son orbite est un 4-cycle unique. Une traversée de $R \rightarrow D \rightarrow H \rightarrow L$ visite toutes les configurations : le site est saturé dès le premier tour, sans accumulation ni seuil.*

La saturation n'est donc pas une condition initiale à supposer ; et, parce qu'elle est immédiate, le substrat ne fournit *aucun ordre* de remplissage de ses configurations — première forme d'un fait qui traverse tout N_0 : la structure ne se donne pas d'ordre. L'article N_{-1} posait parmi les conditions d'émergence que les distinctions s'accumulent « au-delà d'un seuil critique » [2] ; le théorème précise ce seuil : c'est le tour complet des quatre configurations, atteint dès le premier passage, si bien qu'aucune accumulation n'est requise au-delà.

Pour l'étudiant : deux bits, quatre états, un cycle

Prenons deux bits. Ils donnent quatre états : 00, 01, 11, 10. Plaçons-les aux coins d'un carré, de sorte que deux coins voisins ne diffèrent que d'un bit (figure 1). Les deux diagonales, 00–11 et 01–10, changent les deux bits à la fois.

Combien de façons de visiter les quatre états en revenant au départ ? Partons de 00. Il reste trois états à ranger, donc $3! = 6$ ordres : il y a **six cycles d'ordre quatre**. Ce sont les six permutations circulaires de quatre objets.

Le critère de Gray. Exigeons maintenant qu'un seul bit change à chaque pas. Un cycle qui emprunte une diagonale est exclu. Il ne reste que le tour du carré, parcouru dans un sens ou dans l'autre :

$$00 \rightarrow 01 \rightarrow 11 \rightarrow 10 \rightarrow 00 \quad \text{et} \quad 00 \rightarrow 10 \rightarrow 11 \rightarrow 01 \rightarrow 00.$$

Sur six cycles, deux seulement passent le critère. Ils sont l'image l'un de l'autre dans un miroir : échanger les deux bits ($b_0 \leftrightarrow b_1$) transforme l'un en l'autre.

Le groupe. Appelons g un pas du premier cycle. Quatre pas ramènent au départ : $g^4 = e$. Les puissances e, g, g^2, g^3 forment le groupe cyclique $\mathbb{Z}_4$. Le second cycle est engendré par $g^3 = g^{-1}$. Dans la représentation par les nombres complexes, $\mathbb{Z}_4 \simeq \{1, i, -1, -i\}$, les deux générateurs sont i et $-i$.

Rien, à ce niveau, ne dit lequel des deux sens est $+i$: les deux cycles sont équivalents. Ce choix est renvoyé à N_1 .

Pourquoi pas trois bits ? Le cycle demande au moins quatre états, la binarité en impose 2^n , et le substrat ne pose aucune distinction sans fondement : $n = 2$ (Thm. 1).

En une phrase : deux bits et un pas à la fois laissent exactement deux cycles, miroirs l'un de l'autre, qui sont les deux générateurs $\pm i$ de $\mathbb{Z}_4$.

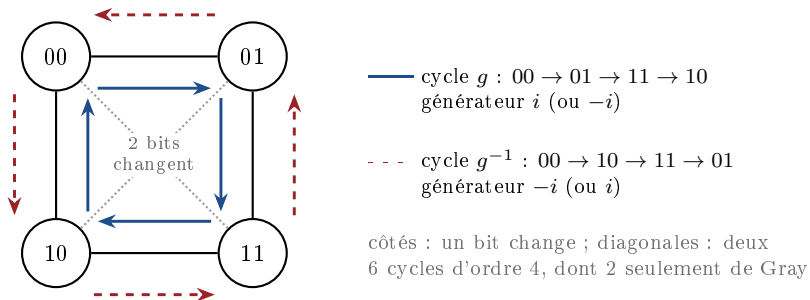
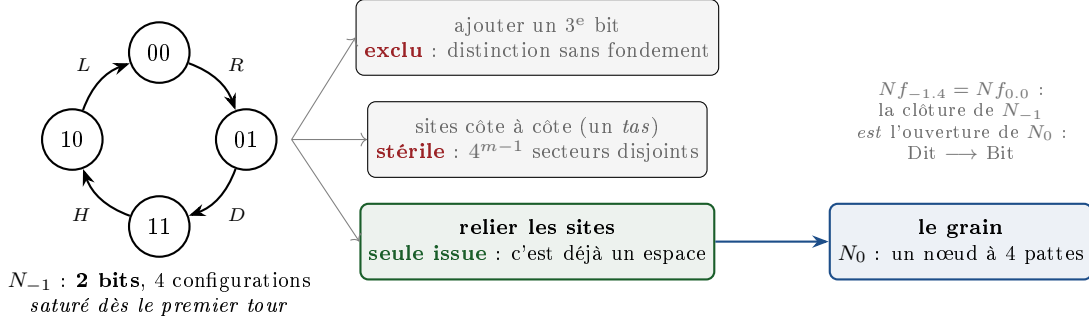


Figure 1: Les quatre états de deux bits aux coins d'un carré. Seuls les deux tours du carré, en sens opposés, changent un seul bit par pas (critère de Gray) ; ils sont miroirs l'un de l'autre (échange des bits) et correspondent aux deux générateurs g et g^{-1} de $\mathbb{Z}_4$, soit $\pm i$, sans que le niveau dise lequel est $+i$.

Trois issues, une seule ouverte. Ajouter un bit est exclu (Thm. 1). Juxtaposer des sites sans les relier ne relâche rien :

Proposition 1 (Le tas fragmente au lieu de libérer [A]). *Sur m sites indépendants, l'action diagonale du cycle a exactement $4^m/4 = 4^{m-1}$ orbites disjointes (formule de Burnside, le profil de points fixes de g, g^2, g^3 étant nul), chacune de longueur 4 : le tas **fragmente** la saturation en secteurs entre lesquels le cycle ne passe pas.*

Il ne reste que la **mise en relation** des sites — et un ensemble de sites reliés est déjà un espace (C113). Au-delà de cinq sites, ce qui se dit par les relations ($2^{m(m-1)/2}$ structures) excède d'ailleurs ce qui se dit par les états (4^m) : les deux se croisent exactement en $m = 5$. Ce décompte dit ce que la relation apporte ; c'est la Prop. 1 qui dit qu'il n'y a pas d'autre issue.



Pourquoi N_0 commence : le site sature au premier tour ; seule la mise en relation des sites est une issue.

2.2 Deux bits et non un quadit : l'acte du passage

Théorème 3 (La factorisation binaire donne l'algèbre $\mathfrak{su}(2)$ [A]). (i) *Quatre états indivisibles (un « quadit ») n'engendrent aucune algèbre : sans factorisation, les seules opérations sont les puissances du cycle, qui commutent ($\mathbb{Z}_4$ est abélien), et l'algèbre de leurs commutateurs est de dimension 0.* (ii) *Deux bits portent des primitives — NOT sur un bit, XOR d'un bit sur l'autre — qui ne commutent pas.*

Les primitives sont des permutations des quatre configurations. Leur commutateur de groupe, $ABA^{-1}B^{-1}$, reste une permutation ; leur commutateur de Lie, $AB - BA$, ne l'est plus :

$$[\text{NOT}_1, \text{XOR}_{10}] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

(configurations rangées $|b_1 b_0\rangle = 00, 01, 10, 11$). **Aucune réorganisation de configurations n'a de coefficient négatif** : pour que l'algèbre existe, il faut admettre les *combinaisons linéaires* de configurations, c'est-à-dire la superposition.

L'acte de $N_{-1} \rightarrow N_0$, et sa forme algébrique

L'acte du passage est celui que le §3.9 nomme : **le Dit devient Bit** — les quatre configurations se lisent comme deux bits (Thm. 3), et chaque lien porte l'un des deux axes, R/H ou D/L , sans que N_0 en distingue le sens. Sa forme algébrique est l'**enveloppe linéaire** : sans elle, le commutateur (1) n'existe pas, et il n'y a ni algèbre, ni espace. L'acte est nécessaire ; il ne crée pas la superposition de rien : il réalise *dans un lieu* la cohérence de phase que N_{-1} établit par le Dit partagé (parité $\mathbb{Z}_4 \rightarrow \mathbb{Z}_2$ et produit fibré) [2]. Il n'est aucune des quatre fonctions : une combinaison linéaire n'est pas une permutation du cycle — N_0 est l'*arène* où les fonctions opèrent.

2.3 La dimension trois

Proposition 2 (Les primitives suffisantes [A]). *L'échange n'est pas une primitive ($\text{SWAP} = \text{XOR}_{01} \circ \text{XOR}_{10} \circ \text{XOR}_{01}$). Parmi les sous-ensembles de $\{\text{NOT}_0, \text{NOT}_1, \text{XOR}_{01}, \text{XOR}_{10}\}$, l'algèbre de Lie engendrée par les commutateurs est de dimension 0 pour les deux NOT, 1 pour un NOT et le XOR qui lit le bit qu'il inverse (0 avec l'autre), 1 pour les deux XOR ou les deux NOT avec un XOR, et 3 exactement quand le sous-ensemble contient les deux directions de XOR et un NOT. Les deux ensembles minimaux sont échangés par la transposition des bits $\psi : b_0 \leftrightarrow b_1$, qui à N_{-1} conjugue g en g^{-1} . (Convention : XOR_{ij} lit b_i et écrit sur b_j .)*

Théorème 4 ($\mathfrak{so}(3)$ depuis les commutateurs $[A]$). *L'algèbre de Lie engendrée par les commutateurs de NOT et des deux XOR est*

$$\mathfrak{g}_{N_0} \cong \mathfrak{so}(3) \cong \mathfrak{su}(2), \quad (2)$$

de dimension 3, **compacte**, irréductible sur un espace de dimension 3. La compacité vient de l'involutivité : les primitives vérifient $A^2 = \mathbb{I}$, donc $A^\top = A$, et $[A, B]^\top = -[A, B]$: les commutateurs d'involutions sont antisymétriques. Les matrices elles-mêmes engendrent une algèbre de dimension 10, $\mathfrak{gl}(1) \oplus \mathfrak{gl}(3)$, non compacte (vérifié en v130), dont l'algèbre dérivée $\mathfrak{sl}(3)$ n'est pas compacte non plus ; on ne ferme ici que les commutateurs des primitives, ce qui donne $\mathfrak{so}(3)$. La compacité tient donc à ce choix de construction : sans le passage aux commutateurs, il n'y aurait pas de distance.

Vérifié pour cet article : les dimensions des onze sous-ensembles de deux primitives ou plus, et l'antisymétrie des commutateurs.

Ce que le théorème établit exactement. Toute permutation des quatre configurations fixe le vecteur $\mathbf{1} = (1, 1, 1, 1)$; les commutateurs vivent donc dans $\mathfrak{so}(\mathbf{1}^\perp) \cong \mathfrak{so}(3)$. La dimension 3 est ainsi l'identité « quatre configurations moins la direction invariante » : le théorème **rencontre** $\mathfrak{so}(3)$, il ne le sélectionne pas parmi d'autres algèbres possibles. Ce qui le rend non trivial est en amont : **quatre configurations, et deux bits** — avec trois bits, les commutateurs engendreraient une algèbre de dimension 21, $\mathfrak{so}(7)$. Le dernier pas — lire ces trois générateurs comme les trois directions de l'espace — est une interprétation, non un calcul.

Pour l'étudiant : deux opérations qui ne commutent pas

Rangeons les états dans l'ordre 00, 01, 10, 11 (le premier chiffre est le premier bit). Prenons deux opérations. X bascule le premier bit. C est un OU exclusif : il bascule le second bit *si* le premier vaut 1. Ce sont des permutations, donc des matrices de 0 et de 1 :

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

L'ordre compte. Partons de 00 (figure 2). X puis C : $00 \rightarrow 10 \rightarrow 11$. C puis X : C ne fait rien (le premier bit vaut 0), puis X donne $00 \rightarrow 00 \rightarrow 10$. Les deux chemins n'arrivent pas au même endroit : $XC \neq CX$.

Le commutateur. On mesure l'écart par $[X, C] = XC - CX$. C'est la matrice (1). Elle a des coefficients -1 : ce n'est plus une permutation. Pour la manipuler, il faut admettre des combinaisons linéaires d'états.

On ferme. On prend les commutateurs, puis les commutateurs de commutateurs, jusqu'à ce que rien de nouveau n'apparaisse. On compte la dimension de l'espace vectoriel obtenu :

- X et C seuls : dimension 1 (un seul commutateur, qui ne produit rien d'autre) ;
- X et les deux OU exclusifs (C et celui qui lit le second bit) : dimension 3. C'est $\mathfrak{so}(3) \cong \mathfrak{su}(2)$, l'algèbre des rotations.

X et C sont des involutions, donc des matrices symétriques ; leurs commutateurs sont antisymétriques : ce sont des générateurs de rotations. Si l'on fermait sur les matrices elles-mêmes, on obtiendrait une algèbre de dimension 10, non compacte.

Attention. Le calcul donne trois générateurs. Les lire comme les trois directions de l'espace est une *interprétation*, non un calcul.

En une phrase : deux bits et deux OU exclusifs de sens opposés suffisent pour que les commutateurs ferment sur $\mathfrak{so}(3)$, de dimension 3.

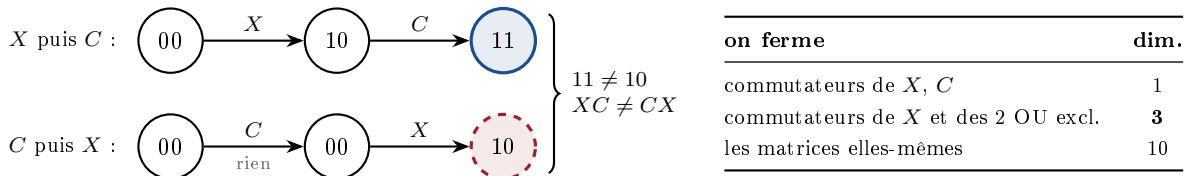


Figure 2 : À gauche : appliquées à 00, les deux opérations donnent 11 ou 10 selon l'ordre ; elles ne commutent pas. À droite : dimension de l'algèbre obtenue en fermant sous le commutateur. Avec une seule opération conditionnelle (C , qui lit le bit que X bascule), dimension 1 ; avec les deux, dimension 3, $\mathfrak{so}(3) \cong \mathfrak{su}(2)$; en fermant sur les matrices elles-mêmes, dimension 10 (non compacte). Avec l'autre OU exclusif seul, qui lit le second bit, X commute et la dimension est 0.

Proposition 3 (Le revêtement double : $SU(2)$ plutôt que $SO(3)$ [B]). *L'algèbre $\mathfrak{g}_{N_0}$ ne fixe pas le groupe : $SO(3)$ et son revêtement double $SU(2)$ ont la même. Deux conditions de N_0 choisissent $SU(2)$. (i) **Le bit.** À spins égaux j , un nœud de valence 4 a un espace d'entrelaceurs de dimension $2j + 1$: il porte exactement un bit si et seulement si $j = \frac{1}{2}$, spin que seul $SU(2)$ représente fidèlement ; avec les spins entiers de $SO(3)$, la dimension vaut 3, 5, ..., jamais un bit. (ii) **La parité.** Dans $SU(2)$, tout élément d'ordre 4 a pour carré $-\mathbb{K}$: une image fidèle de $\mathbb{Z}_4$ envoie les éléments pairs $\{e, g^2\}$ exactement sur le centre $\{\pm\mathbb{K}\}$, et les impairs $\{g, g^3\}$ hors du centre. Dans $SO(3)$, g^2 serait un demi-tour, qui n'est pas central : la parité de $\mathbb{Z}_4$ n'y serait portée par aucun centre.*

Statut [B] : sous la binarité du Dit, transmise de N_{-1} , et pour un grain à spins égaux (§2.4). C'est ce revêtement que supposent le spin $\frac{1}{2}$ des pattes, le Prop. 10 et le foncteur (§2.10). Vérifié pour cet article : les dimensions 1, 0, 2, 0, 5 ($j = \frac{1}{2}$) et 1, 1, 3, 6, 15 ($j = 1$) pour 2 à 6 pattes.

Proposition 4 (La décomposition $1 \oplus 3$ [A]). *Sous $\mathfrak{g}_{N_0}$, l'espace des configurations d'un grain se décompose canoniquement en*

$$\mathbb{R}^4 = \underbrace{\langle 1 \rangle}_1 \oplus \underbrace{\mathbf{1}^\perp}_3, \quad (3)$$

et aucune transformation ne mélange les deux blocs. Le bloc **3** est l'espace ; le bloc **1** est une direction invariante, que les rotations n'atteignent pas.

Proposition 5 (Le contenu observable d'un grain est de dimension deux [A]). *Le commutant de $\mathfrak{g}_{N_0}$ est de dimension 2 (lemme de Schur, les blocs **1** et **3** étant inéquivalents), engendré par les projecteurs P_1 et $P_3 = \mathbb{K} - P_1$. Un grain n'a que deux observables invariantes — « combien de direction invariante » et « combien d'espace » —, symétriques, paires sous le renversement, achirales.*

Vérifié pour cet article : dimension du commutant égale à 2. Le niveau est *pauvre* : c'est de cette pauvreté que suivent le no-go de signature et le verrou achiral (§2.8).

2.4 Le grain : quatre pattes et un bit

Le grain est un nœud dont les pattes portent chacune un spin $\frac{1}{2}$ et une phase ; il se referme si ses pattes forment un singulet. Le nombre de façons de le refermer (la dimension de son espace d'entrelaceurs) vaut

$$0, 1, 0, 2, 0, 5 \quad \text{pour 1 à 6 pattes.}$$

Proposition 6 (Valence quatre, et un bit [B]). *Le grain élémentaire est un nœud de valence 4 — le dual d'un tétraèdre : c'est la plus petite valence où il porte de l'information, et il en porte **exactement un bit**. Au-delà, il porterait des distinctions que rien n'exige (6 pattes : $\log_2 5 \approx 2,3$ bits).*

Deux autres critères accompagnent celui-ci sans le contredire : la réalisabilité (valence paire) et la rigidité des assemblages (valence ≥ 3 , §2.5). Seul le critère d'information fixe la valence.

Pour l'étudiant : un nœud à quatre pattes porte un bit

Un nœud de *valence* 4 est un point d'où partent quatre pattes. Chaque patte porte un spin $\frac{1}{2}$, comme un électron : deux états, $\uparrow$ et $\downarrow$. Les quatre pattes ensemble ont $2^4 = 16$ états.

Un entrelaceur est un état du nœud invariant sous les rotations : un état de spin total nul. Le nœud « se referme » quand ses pattes forment un tel singulet. Combien y en a-t-il ? On compose les spins deux à deux, comme en cours : $\frac{1}{2} \otimes \frac{1}{2} = 0 \oplus 1$. On recommence et on obtient

$$\frac{1}{2} \otimes \frac{1}{2} \otimes \frac{1}{2} \otimes \frac{1}{2} = 2 \cdot (0) \oplus 3 \cdot (1) \oplus (2), \quad 2 + 3 \cdot 3 + 5 = 16.$$

Le spin 0 apparaît deux fois : l'espace des entrelaceurs a **dimension 2**. C'est un bit quantique.

Deux façons d'apparier. Construisons ces singulets à la main (figure 3). On peut coupler les pattes 1 et 2 en un singulet, et 3 et 4 en un autre : c'est le canal (12)(34), état $|s\rangle$. On peut aussi coupler 1 avec 3 et 2 avec 4 : canal (13)(24), état $|t\rangle$. Les deux sont invariants et indépendants. Mais ils ne sont pas orthogonaux : $|\langle s|t\rangle| = \frac{1}{2}$. Ce sont deux façons de décrire le même plan de dimension 2.

Pourquoi quatre pattes ? Avec un nombre impair de pattes, le spin total est demi-entier et ne peut pas être nul : dimension 0. Avec deux pattes, il y a un seul singulet : une seule façon de refermer, donc aucun choix, aucune information. Avec quatre, deux façons : un bit, exactement. Avec six, cinq façons, soit $\log_2 5 \approx 2,3$ bits, plus que rien n'exige.

En une phrase : la valence 4 est la plus petite où le nœud a plus d'une façon de se refermer, et il en a exactement deux.

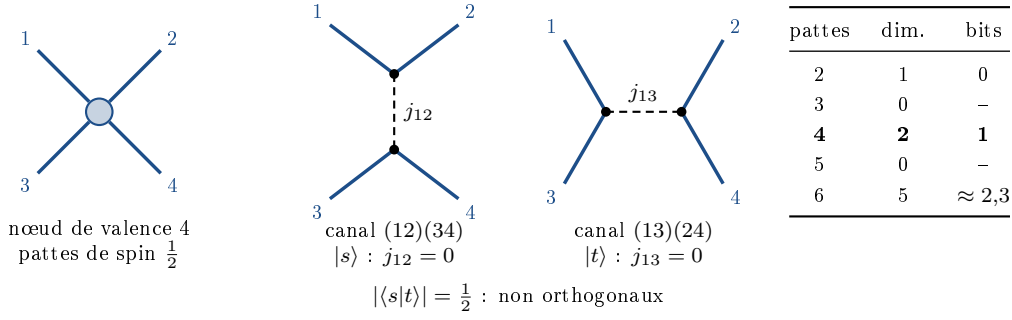


Figure 3: À gauche : un nœud de valence 4. Au centre et à droite : ses deux façons d'apparier les pattes. Le trait tireté est le spin intermédiaire du couple ; les singulets $|s\rangle$ et $|t\rangle$ correspondent à la valeur 0. Ils engendrent ensemble l'espace des entrelaceurs, de dimension 2, sans être orthogonaux. À droite : dimension de l'espace des entrelaceurs (pattes de spin $\frac{1}{2}$) et nombre de bits, $\log_2(\text{dim})$; la valence 4 est la première à porter de l'information.

Théorème 5 (Un grain générique est une superposition [A]). *Les deux dimensions de l'espace d'entrelaceurs sont deux canaux de recouplage — apparier les pattes (12)(34) ou (13)(24). Un grain générique, $a|s\rangle + b|t\rangle$ avec $a, b \neq 0$, n'existe pas sans superposition.*

Proposition 7 (Canal défini et volume défini s'excluent [A]). *Les deux canaux ne sont pas orthogonaux ($|\langle s|t\rangle| = \frac{1}{2}$) ; dans une base orthonormée réelle de l'espace d'entrelaceurs, l'opérateur de volume orienté s'écrit $\hat{q} = \frac{\sqrt{3}}{4}\sigma_y$: trace nulle, spectre $\pm \frac{\sqrt{3}}{4}$. Un canal pur, réel, a un volume moyen nul et une variance maximale (3/16) ; un état de volume défini est une combinaison complexe de canaux. Les deux signes du volume sont les deux **main**s du grain (§3.2).*

Aire du canal et volume *orienté* ne commutent pas (le volume habituel de la gravité quantique à boucles, $\sqrt{|\hat{q}|}$, vaut $(\sqrt{3}/4)^{1/2}$ sur les deux états : il est proportionnel à l'identité sur l'espace d'entrelaceurs du grain, et commute avec l'aire) : **un principe d'incertitude existe sur des grandeurs purement géométriques**, dans un niveau sans dynamique ni constante de Planck. Ce n'est pas $\hbar$ qui le produit, mais la non-commutativité héritée des primitives.

Pour l'étudiant : aire et volume ne se mesurent pas ensemble

L'aire. Une surface traversée par une patte de spin j a une aire proportionnelle à $\sqrt{j(j+1)}$, la racine du casimir de $\mathfrak{su}(2)$:

$$A_j = 8\pi\gamma\ell_P^2 \sqrt{j(j+1)}.$$

La forme $\sqrt{j(j+1)}$ est dérivée ; l'unité $8\pi\gamma\ell_P^2$ est une échelle calibrée (la valeur de γ est renvoyée à N_1 et N_2). Pour $j = \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}$, on trouve 0,866, 1,414, 1,936 unités : le spectre est discret (figure 4).

L'aire d'un canal. Dans le canal (12)(34), la surface qui sépare la paire (12) de la paire (34) est traversée par le spin intermédiaire j_{12} , qui vaut 0 ou 1. Son aire vaut donc 0 ou $\sqrt{2}$ unités. Les deux états où elle est définie sont $|s\rangle$ ($j_{12} = 0$) et l'état orthogonal ($j_{12} = 1$).

Le volume orienté. Sur l'espace des entrelaceurs, de dimension 2, on choisit une base orthonormée réelle. L'opérateur de volume orienté y vaut $\hat{q} = \frac{\sqrt{3}}{4}\sigma_y$: valeurs propres $\pm \frac{\sqrt{3}}{4}$. Ses vecteurs propres sont complexes.

La sphère de Bloch. Tout état d'un espace de dimension 2 est un point d'une sphère. L'aire du canal est diagonale dans la base réelle : ses deux états définis sont les pôles. Le volume est σ_y : ses deux états définis sont sur l'équateur. Or σ_y ne commute avec aucun opérateur diagonal non proportionnel à l'identité. Un état ne peut pas être à la fois au pôle et sur l'équateur. Au pôle $|s\rangle$, le volume moyen est nul et sa variance maximale (3/16). Sur l'équateur, j_{12} vaut 0 ou 1 avec probabilité $\frac{1}{2}$ chacun.

Ce qu'il faut retenir. Il n'y a ici ni hamiltonien, ni évolution, ni $\hbar$: seulement deux opérateurs qui ne commutent pas. Le volume habituel de la gravité quantique à boucles, $\sqrt{|\hat{q}|}$, est proportionnel à l'identité sur ce plan et commute avec l'aire ; c'est le volume *orienté* qui porte l'incertitude.

En une phrase : sur le nœud à quatre pattes, l'aire d'un canal et le volume orienté sont deux axes perpendiculaires de la même sphère, et aucun état ne les fixe ensemble.

2.5 Les assemblages : un produit fibré

Proposition 8 (Dimension d'un assemblage [B]). *Un assemblage de grains n'est pas leur produit cartésien mais leur **produit fibré** au-dessus des données de face : recoller deux grains par une face impose le stabilisateur de*

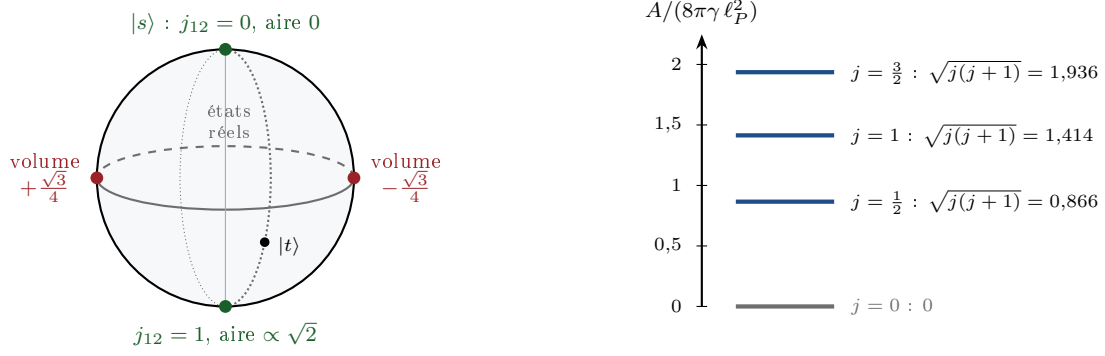


Figure 4: À gauche : l'espace des entrelacements du nœud de valence 4, vu comme une sphère de Bloch. Aux pôles, l'aire du canal (12)(34) est définie ($j_{12} = 0$ ou 1) ; sur l'équateur, le volume orienté est défini ($\pm\sqrt{3}/4$). Le cercle pointillé porte les états réels, dont les deux canaux $|s\rangle$ et $|t\rangle$ (à 120° l'un de l'autre, $|\langle s|t\rangle| = \frac{1}{2}$) ; le volume y a une moyenne nulle. Aucun point n'est à la fois pôle et équateur. À droite : spectre de l'aire, $\propto \sqrt{j(j+1)}$, en unités de $8\pi\gamma\ell_P^2$ (échelle calibrée).

la normale partagée, de codimension $\dim \text{SO}(3) - \dim \text{Stab}(n) = 3 - 1 = 2$. Pour m grains et E faces recollées,

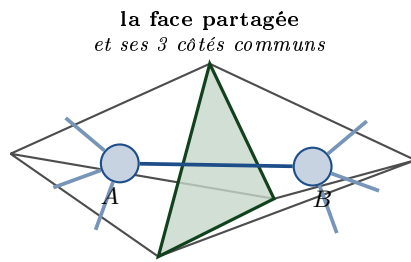
$$\boxed{\dim = \max(3, 3m - 2E)} \quad (4)$$

Sur un réseau fermé où chaque patte est recollée ($E = 2m$ en valence 4), la dimension vaut 3 : **l'espace reste tridimensionnel**. Une chaîne ($E = m - 1$) porte $m + 2$ directions et, dès $m \geq 2$, dépasse 3.

Des grains simplement posés côte à côte donneraient $3m$ dimensions ; le recollement en retire deux par face. Deux grains partageant 0, 1 ou 2 faces conservent 3, 1 ou 0 libertés au-delà de la rotation d'ensemble ; le résidu unique du cas à une face est la rotation autour de la normale partagée — la *torsion*, variable conjuguée de l'aire [26].

Proposition 9 (L'état minimal de deux grains recollés est une paire de Bell [A]). *L'entropie de coupure minimale de deux grains recollés par une face vaut $S_{\min} = \ln 2$: tout état invariant de deux grains recollés est au moins aussi intriqué qu'une paire maximally intriquée ; la violation de CHSH atteint $2\sqrt{2}$. Une face ayant deux côtés, l'intrication est monogame : une face ne s'intrique qu'avec son vis-à-vis.*

Faire de l'espace et intriquer sont un seul fait : le produit fibré qui retire deux dimensions par face est aussi ce qui rend l'état de deux grains non factorisable. C'est la règle de lien vue du côté de l'état : une face partagée est une seule face (§3.3).



produit fibré : une contrainte, non une juxtaposition

état minimal : **paire intriquée**
1 bit d'intrication : $\ln 2$

deux dimensions retirées par face :
 $\dim = \max(3, 3m - 2E)$

Deux grains recollés par une face : une contrainte (deux dimensions retirées) et une paire intriquée ($\ln 2$).

2.6 Un niveau quantique sans $\hbar$

N_0 n'a ni dynamique ni constante de Planck ; il est pourtant quantique de part en part.

La règle de Born. Une probabilité sur les effets qui est additive est homogène, donc linéaire ; une forme linéaire sur les matrices hermitiennes s'écrit $\mu(A) = \text{Tr}(MA)$, et M est l'état ρ : c'est la règle de Born, obtenue sous l'hypothèse d'additivité sur les effets [6], plus faible que celle de Gleason [7]. **Sur les observables invariantes d'un grain, la règle de Born est dérivée sans condition** : leur commutant (Prop. 5) est commutatif, et la non-contextualité y est automatique. Elle redevient une hypothèse dès que le commutant cesse d'être commutatif.

La décohérence est le produit fibré appliqué à l'environnement. Une superposition survit tant qu'aucun degré de l'environnement ne distingue ses branches ; dès qu'il en partage une donnée de face, l'état du couple est un produit fibré, et la cohérence décroît comme r^N (avec un recouvrement $r = 0,9$ par degré : $0,35$ pour $N = 10$, $2,7 \times 10^{-5}$ pour $N = 100$). Il ne faut pas un environnement *grand*, il faut qu'il *distingue*. N_0 fournit le mécanisme ; seul le sens d'un enregistrement (lequel des partenaires garde la trace de l'autre) est renvoyé à N_1 , car il demande un temps orienté. La question du résultat unique reste hors de portée : une flèche du temps ne la règle pas.

2.7 Fermions et bosons depuis la parité

Proposition 10 (La dichotomie vient de la parité du substrat [B]). *La parité $\varepsilon : \mathbb{Z}_4 \rightarrow \mathbb{Z}_2$ sépare les quatre fonctions en deux classes : $\{R, H\}$ impaires, $\{D, L\}$ paires. Transmise à N_0 , elle se réalise comme l'action du centre $\{\pm K\}$ du groupe de structure $SU(2)$ (Prop. 3), qui agit par $(-1)^{2j}$: d'où deux comportements sous échange, et l'antisymétrie du cas impair.*

Les deux classes de parité sont exactement **les deux axes** que N_0 ne différencie pas : $R = H$ et $D = L$ (§3.9). Le résultat s'obtient sans les ingrédients du théorème spin-statistique usuel — invariance de Lorentz, positivité de l'énergie, causalité —, dont ce niveau ne dispose pas. Il est corroboré en partie, indépendamment : en dimension $d \geq 3$, les statistiques sont celles du groupe symétrique, dont les représentations de dimension 1 sont exactement deux ; la topologie exclut donc les anyons, mais elle laisse ouvertes les parastatistiques (représentations de dimension plus grande), dont le statut physique reste discuté. **Statut** : la dichotomie est *transmise* de N_{-1} ; que les modes du nœud de matière soient des fermions reste la lecture conditionnelle de C18 (§3.8).

2.8 Ce que N_0 ne peut pas fixer : la signature, la flèche, et l'acte de N_1

Théorème 6 (La signature n'est pas dérivable à N_0 [A]). *Les formes bilinéaires symétriques invariantes sous $\mathfrak{g}_{N_0}$ forment un plan, $G = aP_1 + bP_3$ ($b > 0$ pour que l'espace ait une longueur). Trois cas y sont également admissibles :*

$a > 0$	$(+, +, +, +)$	<i>euclidienne : la direction invariante serait une quatrième dimension d'espace</i>
$a < 0$	$(-, +, +, +)$	<i>lorentzienne : elle serait le temps</i>
$a = 0$	$(0, +, +, +)$	<i>dégénérée : elle ordonne sans mesurer</i>

Rien dans N_0 ne les départage : l'indétermination porte sur la nature de la direction invariante, non sur un signe.

C'est la forme algébrique de « le temps n'est pas différencié en N_0 » (§3.10) : la **lecture propre à N_0 est la lecture dégénérée** — une direction qui ordonne sans avoir de longueur, comme l'axe réciproque indifférencié $D = L$ sépare sans durée. Le choix appartient à N_1 , où l'adjonction des boosts ne laisse qu'une forme invariante, $\eta = \text{diag}(-1, +1, +1, +1)$ [4].

Pour l'étudiant : la signature, un choix que rien ne dicte

L'espace d'un grain se décompose en $\mathbf{1} \oplus \mathbf{3}$: une direction invariante (l'axe d'ordre) et trois directions qui tournent entre elles. Cherchons une « règle de longueur » compatible avec cette symétrie, c'est-à-dire une forme bilinéaire symétrique invariante G . Le lemme de Schur ne laisse qu'un nombre par bloc :

$$G = aP_1 + bP_3, \quad G(v, v) = at^2 + b(x^2 + y^2 + z^2),$$

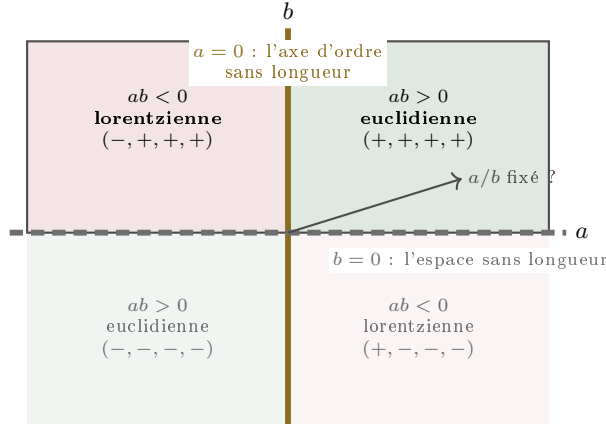
où t est la composante de v sur l'axe d'ordre et (x, y, z) ses composantes d'espace.

Toutes les formes invariantes vivent donc dans le plan (a, b) (figure 5). Lisons-le.

- a et b de même signe ($ab > 0$) : tous les carrés comptent avec le même signe, signature $(+, +, +, +)$; c'est la géométrie *euclidienne*, l'axe d'ordre serait une quatrième dimension d'espace.
- a et b de signes opposés ($ab < 0$) : $(-, +, +, +)$, la géométrie *lorentzienne* ; l'axe d'ordre serait le temps.
- $a = 0$: l'axe d'ordre n'a pas de longueur, il *ordonne sans mesurer* ; $b = 0$: c'est l'espace qui n'a plus de longueur.

Changer G en $-G$ ne change que la convention, et multiplier G par un nombre positif ne change que l'unité de longueur : seul compte le rapport a/b . Le texte principal impose $b > 0$, pour que l'espace ait une longueur ; restent $a > 0$, $a < 0$, $a = 0$.

Or aucune grandeur du niveau ne fixe a/b : la symétrie autorise toute la droite. La signature n'est donc pas dérivable à N_0 . Ce n'est pas un signe qu'on aurait oublié de calculer : c'est la *nature* de l'axe d'ordre, espace, temps ou ordre pur, qui reste ouverte. Le choix appartient à N_1 .



cadre épais : le demi-plan $b > 0$ (l'espace a une longueur) ; bas : même géométrie au signe global près

Figure 5: Le plan des formes invariantes $G = aP_1 + bP_3$. Les quadrants $ab > 0$ donnent une géométrie euclidienne, les quadrants $ab < 0$ une géométrie lorentzienne ; sur l'axe $a = 0$ (trait plein) l'axe d'ordre n'a pas de longueur, sur l'axe $b = 0$ (tirets) l'espace n'en a pas. Seule la direction du rayon, le rapport a/b , a un sens géométrique ; aucune grandeur de N_0 ne la fixe.

Théorème 7 (Verrou achiral [A]). *Le renversement du temps est antiunitaire, $\Theta = K \circ U$ (en mécanique quantique, c'est ce qu'impose une énergie bornée inférieurement ; N_0 n'a pas d'énergie, et cette forme y est prise comme définition du renversement). À N_0 , la conjugaison K n'est pas brisée — les deux caractères fidèles de $\mathbb{Z}_4$, $\pm i$, y sont interchangeables —, et l'on considère les observables invariantes sous U (le commutant est de dimension 2, Prop. 5). Toute observable F de cette classe vérifie donc $F(\Theta\psi) = F(\psi)$: elle est **T-paire**. Aucune grandeur de N_0 construite sur ces observables ne peut orienter la direction invariante (énoncé restreint en v130 : l'invariance sous U est une hypothèse sur la classe des observables, non une conséquence).*

Le verrou a une seconde preuve, combinatoire, à N_{-1} [2]. Deux conséquences : **(1)** l'annulation du générateur temporel n'est pas une pathologie mais l'énoncé correct pour un niveau sans temps orienté — N_0 y parvient sans l'invoquer, non par la seule parité (un hamiltonien pair sous renversement peut être non nul, e^{-iHt} demandant une racine de -1 choisie), mais par deux prémisses : (P1) aucune racine de -1 n'est choisie, de sorte qu'aucun générateur anti-hermitien n'est rendu observable et qu'un générateur devrait être réel et antisymétrique ; (P2) il devrait appartenir au commutant, qui n'en contient aucun (Prop. 5) ; et la gravité quantique rencontre indépendamment un énoncé de même forme, la contrainte $\hat{H}|\Psi\rangle = 0$ [8] ; l'accord porte sur la forme de l'énoncé, non sur l'identité des opérateurs. Les deux énoncés sont pourtant distincts. Ce qui s'annule en N_0 est le générateur lui-même, et c'est cette annulation que l'acte de N_1 lève : avec une racine choisie, $-i(aP_1 + bP_3)$ est un générateur admissible et non nul, qui commute avec $\mathfrak{g}_{N_0}$ et ne mélange donc pas les deux blocs (le gel est levé sans mélange). La contrainte $\hat{H}|\Psi\rangle = 0$ porte sur les états du tout ; elle demeure en N_1 , où la dynamique est relationnelle (une partie du tout sert d'horloge au reste) [4]. **(2)** Toute flèche du temps importe soit une phase complexe choisie, soit une condition aux limites.

Pour l'étudiant : le verrou achiral, ou la toupie filmée à l'envers

Filmez une toupie qui tourne, puis passez le film à l'envers : elle tourne dans l'autre sens. Si rien dans l'image ne distingue les deux films — ni ralentissement, ni inscription sur la toupie —, personne ne peut dire lequel est l'original. Le verrou achiral dit que N_0 est dans cette situation.

En mécanique quantique, renverser le temps ne se fait pas avec une matrice ordinaire. Si $\psi(t)$ résout l'équation de Schrödinger, c'est $\psi^*(-t)$, et non $\psi(-t)$, qui la résout aussi : il faut conjuguer. Wigner l'a formulé en général : le renversement est *antiunitaire*, $\Theta = K \circ U$, où K est la conjugaison complexe. À N_0 , sans énergie, cette forme est prise comme définition (Thm. 7).

Sur le carré des quatre états, $00 \rightarrow 01 \rightarrow 11 \rightarrow 10$, la boucle peut se parcourir dans deux sens, *RDHL* et *RLHD*. Les deux parcours portent des phases opposées : à chaque pas, l'amplitude est multipliée par $+i$ dans un sens, par $-i$ dans l'autre,

$$\psi_{\pm} = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^3 (\pm i)^k |k\rangle, \quad K\psi_+ = \psi_-.$$

La conjugaison échange donc les deux sens (figure 6).

Supposons maintenant deux choses : la conjugaison n'est pas brisée (aucune racine de -1 n'est choisie, c'est la prémisses (P1)) ; et l'on regarde des observables invariantes sous U (une hypothèse sur la classe des observables). Une telle observable F est réelle, et l'on trouve $F(\Theta\psi) = F(\psi)$: elle prend la même valeur sur les deux sens. Elle est *paire*.

Conclusion. Aucune grandeur construite sur ces observables ne peut orienter l'axe d'ordre. Pour avoir une flèche, il faut choisir $+i$ ou $-i$, ou imposer une condition aux limites (le frottement de la toupie) ; ce choix est renvoyé à N_1 .

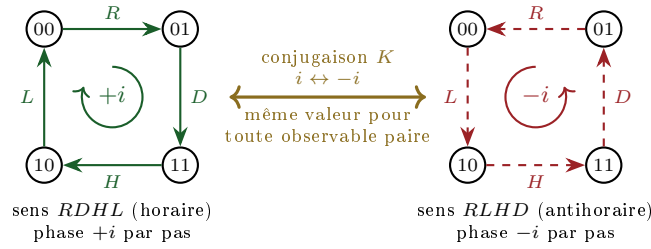


Figure 6: Le verrou achiral sur le carré des quatre états. Les deux parcours miroirs de la boucle, $RDHL$ (trait plein, phase $+i$) et $RLHD$ (tirets, phase $-i$), sont échangés par la conjugaison complexe K . Tant que K n'est pas brisée, une observable invariante leur donne la même valeur : rien à N_0 ne choisit le sens.

Proposition 11 (La géométrie naît dans le secteur anti-hermitien [A]). *Les primitives sont des involutions, donc des matrices symétriques ; leurs commutateurs sont antisymétriques. L'algèbre $\mathfrak{g}_{N_0}$ — celle qui donne les trois dimensions — est donc tout entière anti-hermitienne, alors que les primitives dont elle sort sont hermitiennes : la géométrie du niveau n'est pas observable au niveau qu'elle engendre.*

Théorème 8 (Habiller et sélectionner sont un seul acte [A]). *Pour X réel antisymétrique, $K(X) = X$ mais $K(iX) = -iX$. Rendre observables les générateurs anti-hermitiens par une racine choisie (les opérateurs iX , qui sont hermitiens), c'est donc à la fois **habiliter** — l'algèbre, le volume, les commutateurs deviennent lisibles — et **briser** K — $+i$ et $-i$ donnent des valeurs opposées. L'un ne va pas sans l'autre.*

Les manques de N_0 — orientation du temps, signature, boosts, cône, dynamique, sens de la décohérence, latéralité : les sept manques — sont ainsi levés par **un seul choix nouveau**, dont l'existence habilite et dont le signe sélectionne : **le choix de $+i$ ou $-i$** , l'acte unique de N_1 (§3.9). Ce choix ne les lève pas seul : chacun l'utilise avec des acquis du niveau (la réalité des configurations, l'état initial pur, le produit fibré). Que ce soit le seul remède reste une conjecture, que l'article N_1 nomme ainsi [4].

Le choix de $\pm i$ a deux effets distincts. (i) Des observables symétriques déjà admises ($aP_1 + bP_3$ sur un grain) deviennent des générateurs, $-i(aP_1 + bP_3)$: c'est la dynamique, et elle ne mélange pas les blocs, car ce générateur commute avec $\mathfrak{g}_{N_0}$. (ii) Les générateurs antisymétriques déjà présents ($\mathfrak{g}_{N_0}$) deviennent des observables iX ; leur seule réalisation réelle sur les configurations est celle des boosts, qui mélangent les deux blocs : ce sont les changements de référentiel, avec la signature et le cône, et ce ne sont pas des générateurs temporels. On dit souvent que le générateur d'un boost est i fois celui d'une rotation ; c'est juste dans la représentation spinorielle, qui n'a pas les blocs $1 \oplus 3$. Sur $\mathbb{R}^4$, où les blocs existent, un multiple d'une rotation ne mélange rien, et c'est la réalité des configurations qui force le mélange des boosts.

Les sélections disponibles sont les orientations des deux blocs de $1 \oplus 3$; K les retourne ensemble, de sorte qu'elles font *un* bit, et que leur signe relatif est invariant. Et cet acte crée l'horloge :

Théorème 9 (L'horloge n'appartient à aucune enveloppe de permutations [A]). *L'opérateur $Z = \text{diag}(1, i, -1, -i)$ n'appartient à aucune enveloppe linéaire, réelle ou complexe, de matrices de permutation — ni à celle des quatre fonctions R, D, H, L , ni à celle des vingt-quatre permutations des configurations. Preuve : toute combinaison linéaire de permutations a des sommes de lignes égales ; celles de Z valent $1, i, -1, -i$.*

L'enveloppe linéaire, acte de $N_{-1} \rightarrow N_0$, ne contient donc pas l'horloge : **l'horloge Z appartient à N_1** (l'horloge Z_J de l'article N_1), et avec elle la succession des phases. C'est la raison algébrique de la régularité « un acte par niveau » (observée sur les cinq passages décrits par le programme) pour les deux premiers passages seulement : le premier fournit l'enveloppe, le second le choix de la racine, qui rend Z disponible.

2.9 Information, entropie, et le paramètre d'Immirzi

L'unité du capital. Le capital de N_0 est l'information : une distinction gravée en un lieu, c'est-à-dire devenue forme ; son unité est le bit d'une face partagée, $\ln 2$ (Prop. 9). L'entropie de coupure d'une région est bornée par $\ln 2$ fois le nombre de faces coupées : elle croît comme une **aire**, sans dynamique — c'est un décompte (sur un réseau de côté L , l'entropie de coupure croît comme L^2 , pente logarithmique 2, contre 3 pour un volume).

Monotone, sans direction. Sous une prémisses d'*emboîtement* — les ensembles de couplages sont totalement ordonnés par inclusion, dans un sens ou dans l'autre —, l'entropie d'une région et le volume n'ont aucun extremum intérieur. L'énoncé est *T*-pair (Thm. 7) : le *sens* de la variation n'est pas déterminable à N_0 . La prémisses doit être énoncée ainsi, et non « un couplage ne se défait pas », qui est *T*-impaire. L'état initial est **pur** : N_{-1} n'ayant pas d'extérieur, rien n'est tracé.

Pas d'énergie du vide informationnelle. Un bit par face, à l'échelle de la maille, donnerait une densité d'énergie de Landauer de l'ordre de 10^{114} J/m³ — plus de 120 ordres de grandeur de trop. Mais le principe de Landauer [9] facture l'*effacement*, non le stockage : le plancher d'information de N_0 ne se convertit pas en énergie, et N_0 n'a d'ailleurs pas d'énergie (§3.8).

Le paramètre d'Immirzi. Une face coupée par un horizon a un bout libre : une condition de bord y fixe une normale, et la projection du spin sur cette normale, m avec $|m| \leq j$, étiquette des états distincts ; les faces du volume, contractées des deux côtés, n'en portent aucune. L'entropie d'un horizon compte donc des **modes de bord**. Dans N_0 , toutes les pattes portent le spin $\frac{1}{2}$, et chaque face est percée par une seule patte. Une perforation faite de ces liens n'a donc que deux états, $m = \pm \frac{1}{2}$, et elle apporte $\ln 2$ (un bit par face). C'est **l'unité du comptage**. Les deux poids de la littérature coïncident sur elle ($w = 2$ pour Domagała–Lewandowski et Meissner, $w = 2j + 1$ pour Ghosh–Mitra, tous deux égaux à 2 en $j = \frac{1}{2}$). L'équation de comptage

$$\sum_{j \geq 1/2} w(j) e^{-2\pi\gamma\sqrt{j(j+1)}} = 1 \quad (5)$$

se réduit alors à un seul terme, $2e^{-\pi\gamma\sqrt{3}} = 1$, d'où $\gamma = \ln 2/(\pi\sqrt{3}) \simeq 0,127$. C'est la valeur d'Ashtekar, Baez, Corichi et Krasnov [22], abandonnée parce qu'un horizon réel comporte des perforations de tous spins. Avec des perforations de tous spins $j \geq \frac{1}{2}$, le poids $w = 2$ donne $\gamma \simeq 0,23753$ (Domagała et Lewandowski [20], Meissner [21]), et le poids $w = 2j + 1$ donne 0,27407 (Ghosh et Mitra [18] ; plusieurs travaux retiennent 0,274 [19]). Ces deux valeurs supposent une répartition des spins sur l'horizon que N_0 ne fournit pas. **Cette répartition est empruntée**, comme l'équation et la condition de bord.

N_0 ne fournit pas non plus le schéma de comptage. Le poids 2 se lit sur le résidu $U(1)$ d'une face (à charge m fixée, l'aire $\propto \sqrt{j(j+1)}$ est minimale en $j = |m|$, avec exactement deux états). Mais le pas « $j = |m|$ » est la prescription de Domagała et Lewandowski elle-même, et la fermeture du grain en singulet $SU(2)$ plaiderait aussi bien pour le poids $2j + 1$. Le poids 2 est donc une lecture [G]. Un horizon n'est d'ailleurs pas un objet de N_0 , car il demande un temps orienté et une vitesse limite (N_1), et une masse (N_2). **La valeur de γ est donc une dette de N_0** , de niveaux d'accueil N_1 et N_2 (O19). Ou bien ces niveaux font apparaître sur un horizon des spins effectifs plus grands que $\frac{1}{2}$ (par regroupement de grains), et l'on retrouve 0,2375 ou 0,274 (le mode de regroupement dira lequel). Ou bien l'horizon reste fait de liens de spin $\frac{1}{2}$, et $\gamma \simeq 0,127$, avec un quantum d'aire différent. N_0 fixe la structure (le bit par face, une assiette creuse), et la valeur se règle plus haut (une assiette plate). *Recalculé pour cet article* (somme tronquée à $j = 200$).

Ce que l'on ne peut pas écrire

On ne peut pas écrire que N_0 donne $\gamma \simeq 0,2375$ (ni 0,274). Ces valeurs supposent que l'horizon somme sur tous les spins $j \geq \frac{1}{2}$, spins que le substrat ne fournit pas (toutes ses pattes portent $j = \frac{1}{2}$). On ne peut pas écrire non plus que N_0 impose 0,127. Pris à la lettre, « un bit par face minimale » ($S = N \ln 2$, $A = Na_{\min}$, $S = A/4$) donnerait bien $a_{\min} = 4 \ln 2 \ell_P^2$, donc $\gamma = \ln 2/(\pi\sqrt{3}) \approx 0,127$. Mais un horizon n'est pas un objet de N_0 , et rien ne dit encore de quels liens il sera fait. Avec $\gamma = 0,2375$, la face minimale a une aire $8\pi\gamma \frac{\sqrt{3}}{2} \ell_P^2 \approx 5,2 \ell_P^2$ et porte 1,29 unité naturelle d'entropie d'horizon, parce que l'horizon somme alors sur tous les spins. Avec $\gamma \simeq 0,127$, elle aurait une aire $\approx 2,8 \ell_P^2$ et porterait exactement $\ln 2$. Le bit d'intrication d'une face du volume et le décompte des modes d'un bord ne coïncident donc que si l'horizon reste fait de liens de spin $\frac{1}{2}$. C'est la question transmise à N_1 et N_2 .

Ce qui reste emprunté est nommé : la condition de bord, l'équation (5) elle-même, qui encode le facteur $\frac{1}{4}$ de Bekenstein–Hawking [10, 11], et la répartition des spins sur l'horizon. Le cadre en fournit l'unité (deux états par perforation de spin $\frac{1}{2}$, $\ln 2$ par face) et une lecture du schéma (les modes de bord, le poids 2). Il ne fournit ni ce facteur, ni cette répartition, ni la valeur de γ , renvoyée à N_1 et N_2 . Et $8\pi\gamma \ell_P^2$ est une *unité* : la forme de l'aire est dérivée, son échelle calibrée.

2.10 Le foncteur $\hat{\mathcal{H}} : N_{-1} \rightarrow N_0$

Le programme exige à chaque passage un foncteur explicite, sans lequel « N_{-1} engendre N_0 » ne serait qu'une manière de parler. Il se construit en quatre pas, dont aucun ne présuppose la géométrie :

1. **une catégorie $\mathbf{C}_{N_{-1}}$** : les configurations de distinctions et les opérations du substrat ;
2. **un corps** : l'algèbre réelle du groupe est semi-simple (Maschke), et

$$\mathbb{R}[\mathbb{Z}_4] \cong \mathbb{R} \oplus \mathbb{R} \oplus \mathbb{C}, \quad (6)$$

les deux caractères fidèles $\pm i$ se regroupant en un facteur $\mathbb{C}$: *les complexes ne sont pas une réparation, ils sont un bloc de la décomposition* ;

3. **une algèbre et son spectre** : le groupe de structure des faces est $\mathrm{SU}(2)$ (Thm. 4, Prop. 3) ; l'algèbre commutative des fonctions des holonomies, une par face, a pour spectre de Gel'fand l'espace des connexions généralisées $\overline{\mathcal{A}}$ — seul pas qui repose sur deux théorèmes importés, Gel'fand–Naimark [23] et Peter–Weyl [24] ;
4. **un espace d'états** : $L^2(\overline{\mathcal{A}}, d\mu_{\mathrm{AL}})$, celui de la gravité quantique à boucles [25], restreint au *secteur simplicial* (nœuds de valence 4) que la Prop. 6 sélectionne.

Le bloc $\mathbb{C}$ de (6) porte trois résultats à la fois : l'existence des complexes, les deux racines $\pm i$ que N_0 ne départage pas, et le verrou achiral, qui repose sur leur interchangeabilité. Le foncteur transmet ainsi des *emplacements* binaires sans leur occupant : l'espace du bit du grain (la main) sans sa valeur, les deux racines sans le choix — exactement ce que l'acte de N_1 remplit.

structure de N_{-1}	ce qu'elle devient en N_0	statut
binarité du Dit	deux bits ; le bit du grain, sa main : son espace est transmis, sa valeur non	transmis (espace)
non-commutativité de NOT, XOR	$\mathfrak{so}(3)$, donc l'espace	créé
involutivité des primitives	commutateurs antisymétriques : compacité, métrique ; géométrie anti-hermitienne	transmis
parité $\mathbb{Z}_4 \rightarrow \mathbb{Z}_2$	les deux axes $\{R, H\}$, $\{D, L\}$; fermions et bosons	transmis (parité) ; lien à la statistique établi ici
le cycle $\mathbb{Z}_4$	les quatre pattes, la règle de lien, l'escalier interne	construits ici à partir du cycle
les deux racines $\pm i$	présentes, non départagées	en attente de N_1

Tableau 1: Ce que le foncteur $\hat{\mathcal{H}}$ transmet, et ce qu'il crée.

2.11 Ce qui est établi

résultat	statut	remarque
saturation à quatre configurations, au premier tour ; le tas fragmente	[A] ; [B] pour la minimalité	la mise en relation est la seule issue
deux bits, non un quadit ; enveloppe linéaire	[A] ; acte posé	le Dit devient Bit
$\mathfrak{so}(3)$, compacte ; $\mathbf{1} \oplus \mathbf{3}$	[A] ; lecture [G]	rencontré, non sélectionné ; lecture « espace » interprétative
revêtement double $SU(2)$	[B]	sous la binarité et les spins égaux (Prop. 3)
valence 4, un bit ; volume $\pm\sqrt{3}/4$	[B] (sous $j = \frac{1}{2}$)	le bit est la main du grain
deux observables invariantes	[A]	commutant de dimension 2
$\dim = \max(3, 3m - 2E)$; $\ln 2$ par face	[A]	espace et intrication, un seul fait
Born, incertitude, décohérence	[A] Born invariant, incertitude ; [B] Born général ; [G] décohérence	sans $\hbar$; $r = 0,9$ illustratif
fermions et bosons	[B] transmis	les deux axes ; lecture fermionique conditionnelle (C18)
no-go de signature ; verrou achiral	[A]	lecture de N_0 : dégénérée ; choix à N_1
un acte unique ; horloge hors de l'enveloppe	[A]	le choix de $\pm i$, à N_1
entropie d'aire, monotone sans direction	[A] ; [B] sous emboîtement	état initial pur
unité du comptage d'horizon : deux états par perforation, $\ln 2$ par face	[B] (sous $j = \frac{1}{2}$) ; [G] lecture du schéma (poids 2) ; [F] répartition des spins et comptage	valeur de γ renvoyée à N_1 et N_2 (O19) : 0,127 si l'horizon reste en spin $\frac{1}{2}$; 0,2375 (poids 2) ou 0,274 (Ghosh–Mitra [18, 19]) si des spins effectifs plus grands y apparaissent
foncteur $\hat{\mathcal{H}}$	[F] deux théorèmes importés	secteur simplicial de la gravité à boucles

Tableau 2: Le grain et l'espace : ce qui est démontré, transmis, posé.

la règle	N_4 : la société	N_0 : le grain et l'espace
quand on a tout dit, on ne peut que se relier	un mot seul ne dit rien de plus ; il ne signifie davantage qu'en s'assemblant en phrase	le site saturé, clos, ne s'ouvre que par la relation
des voisins qui s'ignorent ne font pas une société	une rue de maisons fermées n'a pas de vie commune	le tas fragmente le cycle
ce qui se partage lie	deux familles qui partagent un mur ne sont plus indépendantes	une face partagée : $\ln 2$, et deux dimensions retirées
un groupe pauvre en règles ne peut pas trancher	une assemblée sans règlement ne sait pas dans quel ordre voter	deux observables : ni signature, ni flèche
une seule décision en emporte plusieurs	adopter un calendrier fixe à la fois l'ordre des jours et le sens de la semaine	le choix de $\pm i$: horloge, signature, latéralité

Tableau 3: Correspondances N_4/N_0 pour le grain et l'espace.

3 Le modèle

3.1 Le grain est déjà un système

Dans microGlobal, l'élément d'un niveau est un système du niveau inférieur. Le grain de N_0 n'échappe pas à la règle : il est la boucle *RDHL* de N_{-1} refermée, dotée d'une métrique. Le niveau N_0 se développe alors en un **escalier interne** de cinq échelons, du grain isolé jusqu'à l'ensemble qui, en se refermant, ouvre N_1 (tableau 4).

D'où vient le grain. Le site de N_{-1} sature au premier tour ; la seule issue est de *relier* les sites, et un ensemble de sites reliés est déjà un espace (§2.1). Le grain est le premier objet de cet espace : un nœud de valence 4, qui porte un bit (§2.4).

échelon	flux	objet du réseau	ce qui s'y forme
$N_{0.0}$	— (clôture de N_{-1})	le nœud : le grain (§3.2)	le point sans dimension ; le grain porte ses quatre pattes et le 5 de la matière
$N_{0.1}$	émettre, 01 (R)	le lien, porté par une patte (§3.3)	la ligne ; la hiérarchie se transmet d'un grain à l'autre
$N_{0.2}$	échanger, 11 (D)	la boucle : les anneaux (§3.4)	la surface ; les anneaux internes d'un point (4 ou 6)
$N_{0.3}$	capter, 10 (H)	le réseau : point, point de points (§3.5)	le volume ; le point (24 grains) porte le 10 , la couleur et les familles
$N_{0.4} = N_{1.0}$	retenir, 00 (L)	la mousse	la durée, née de la fermeture ; la liaison interne referme le niveau et ouvre l'onde

Tableau 4: L'escalier interne de N_0 . Les échelons reprennent la séquence point, ligne, surface, volume, temps du programme ; la colonne « objet du réseau » dit ce qui les réalise dans le modèle de cet article. Chaque échelon répond à un flux (signature $\dim g^k = k$) ; la durée répond à retenir, qui referme le cycle. Cette correspondance entre flux et dimension est une lecture [G], non une dérivation.

Deux remarques fixent la portée de cet escalier. **(1)** Il est *interne* : tous ses échelons appartiennent à N_0 , et c'est au dernier seulement que le capital change de nature. **(2)** La taille physique du grain vient de son contenu, non de sa forme : la géométrie seule lui donnerait environ 3,4 longueurs de Planck ; l'information portée par ses faces le porte à environ 40 (C39–C41, conditionnel au comptage et à la valeur empruntée de γ). Le grain est donc la forme d'un système, et sa taille celle de ce qu'il contient.

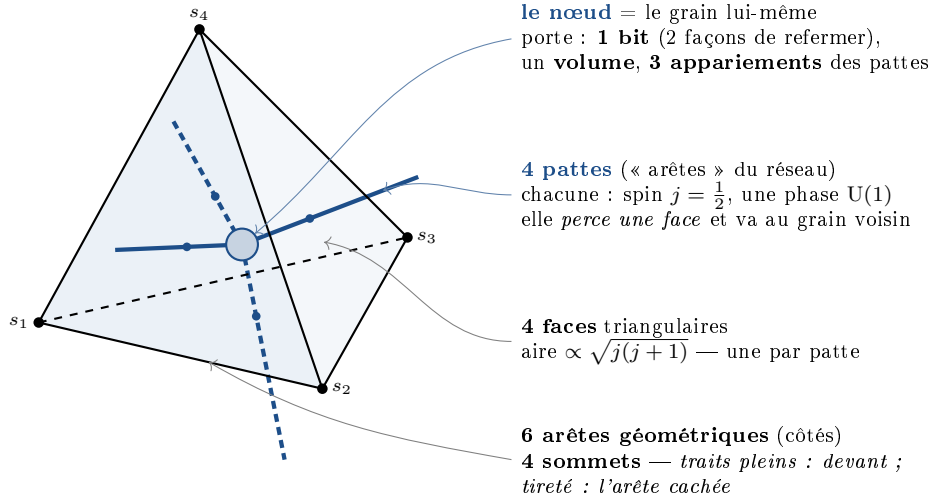
3.2 Quatre pattes, quatre flux

Le grain est un tétraèdre. Chacune de ses quatre faces, que traverse l'une de ses quatre *pattes*, porte l'un des quatre éléments de $\mathbb{Z}_4$:

$$R = g, \quad D = g^2, \quad H = g^3, \quad L = g^4 = e. \quad (7)$$

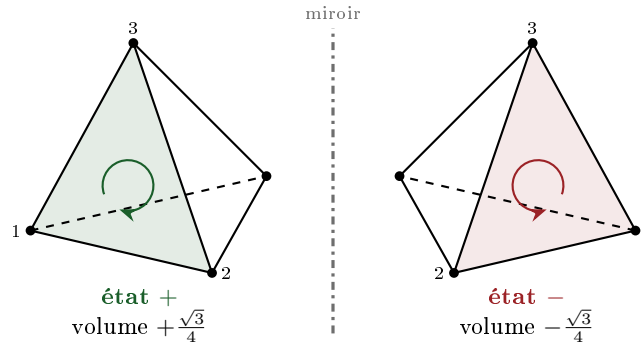
Chaque grain porte la boucle entière, une patte de chaque fonction : c'est la condition E1 du grain-système (C113, vérifiée sur tous les grains de toutes les configurations simulées, C114). Les deux bits de N_{-1} se lisent sur ces pattes, à condition de lire chaque fonction comme un *pas* du cycle de Gray $00 \rightarrow 01 \rightarrow 11 \rightarrow 10 \rightarrow 00$, et non comme l'élément du groupe qui agit sur les quatre configurations : les pas R et H changent le même bit — le **bit hiérarchique** —, les pas D et L l'autre — le **bit réciproque**. Comme éléments de $\mathbb{Z}_4$, g et g^3 changent les deux bits, et $L = e$ n'en change aucun [2].

Anatomie du grain. Le nœud est le grain lui-même ; ses quatre pattes percent ses quatre faces et vont aux grains voisins. Le mot « arête » est piégé : le réseau appelle *arête* le lien entre deux grains (quatre par grain, une par face), quand le tétraèdre a six *côtés* géométriques. On dit *patte* pour le premier et *arête géométrique* pour le second.



Pourquoi quatre pattes. Le plus petit grain qui porte une information est le tétraèdre, et il en porte exactement un bit (Prop. 6).

Le bit du grain : deux chiralités miroir. Ce bit est la *main* du grain : le sens dans lequel on lit trois de ses sommets, qui donne au volume le signe $\pm \frac{\sqrt{3}}{4}$.



En N_0 , les deux mains restent superposées, de même poids : **la chiralité n'appartient pas à N_0** ; d'où vient la main, et pourquoi la chiralité est renvoyée à N_1 : §6.6 et §6.7.

grandeur	valeur minimale	statut
forme	tétraèdre (régulier à spins égaux)	établi : valence 4 (C1) ; forme par le volume maximal
pattes (liens)	4	établi : seule valence donnant exactement 1 bit
faces / côtés / sommets	4 / 6 / 4	géométrie du tétraèdre dual
spin par patte	$j = \frac{1}{2}$	établi (secteur minimal)
aire d'une face	$8\pi\gamma\ell_P^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 5,2\ell_P^2$	forme dérivée, échelle calibrée ($\gamma \simeq 0,2375$, valeur empruntée ; $\approx 2,8\ell_P^2$ si $\gamma \simeq 0,127$, §2.9) ; <i>soit</i> $\sim 10^{-69} m^2$ — <i>estimation</i>
volume du grain	spectre $\pm \frac{\sqrt{3}}{4}$, volume $\sqrt{ q } \approx 0,66$ (unités réduites)	forme dérivée ; en unités physiques : de l'ordre de dix ℓ_P^3, soit $\sim 10^{-104} m^3$ — estimation, facteur de convention non fixé ici
bit du grain	1 bit (chiralité)	place établie ; valeur non choisie à N_0
bit par face partagée	$\ln 2$	établi (paire de Bell)

Les quatre flux, du point de vue de l'identité

L'auteur précise le sens des quatre fonctions comme des échanges d'identité entre un système et son environnement :

- en R , le système **transmet** son identité, même si l'environnement n'en porte aucune trace : c'est le but de la reproduction ; il ne s'en vide pas, il la *démultiplie* : une moitié passe, l'autre reste en lui ;
- en D , il **échange** une partie de son identité contre une identité différente de l'environnement, de même valeur en information ou en énergie ;
- en H , il **prélève** dans l'environnement une partie de l'identité dont il a besoin et qu'il ne possède pas ;
- en L *déchet*, il **externalise** ce qui ne correspond pas à son identité, sans contrepartie ;
- en L *interne*, ses éléments s'échangent des identités diverses sur la base de leur identité commune.

Un lien entre deux systèmes porte donc *une part venue de chaque côté* ; un côté sans identité n'y apporte rien (§8.6). Un système qui engage plus de H que l'environnement n'en engage chez lui grandit ou évacue ses déchets ; dans le cas contraire il se vide, sauf si R compense (C105).

3.3 La règle de lien : l'inversion de $\mathbb{Z}_4$

Deux grains voisins partagent une face. Dans N_{-1} , un Dit partagé par deux assemblages est *un seul* Dit : une frontière qui n'appartient à aucun des deux côtés. La règle de lien en découle (C114) :

Règle de lien [B]

Ce qui traverse une face se lit, de l'autre côté, comme son **inverse** dans $\mathbb{Z}_4$: $x \mapsto x^{-1}$. D'où

$$R = g \longleftrightarrow g^{-1} = g^3 = H, \quad D = g^2 \longleftrightarrow g^2 = D, \quad L = e \longleftrightarrow e = L.$$

La règle n'est pas posée : c'est la seule opération du groupe qui échange les deux côtés d'une frontière. Elle a deux conséquences, qui sont, au niveau le plus bas, la distinction de microGlobal entre dépendance et cohérence :

- **la hiérarchie est relative** : le bit hiérarchique se lit inversé de l'autre côté — ce qui est un R pour l'un est un H pour l'autre ;
- **la réciprocité est absolue** : D reste D et L reste L — un échange est le même vu des deux côtés.

Une face partagée est une seule face. Recoller deux grains par une face n'est pas les juxtaposer : c'est poser une contrainte, qui retire deux dimensions et dont l'état minimal est une paire intriquée, $\ln 2$ (§2.5). Le réseau des grains est *biparti* : deux grains voisins sont toujours de sous-réseaux opposés — une distinction de support, non un espace de représentation.

Pour l'étudiant : ce que veut dire « biparti »

Un graphe est *biparti* si l'on peut colorier ses nœuds en deux couleurs, disons noir et blanc, de sorte que deux voisins soient toujours de couleurs opposées. L'échiquier en est l'exemple type : une case noire n'a que des voisines blanches.

Un critère simple dit quand c'est possible. Faisons le tour d'une boucle : à chaque pas, la couleur change. Pour revenir à la couleur de départ, il faut un nombre *pair* de pas. Un triangle (3 pas) est donc impossible à colorier : deux de ses sommets voisins auraient la même couleur. Réciproquement, si toutes les boucles sont paires, le coloriage existe. D'où l'équivalence (figure 7) :

$$\text{biparti} \iff \text{toutes les boucles sont de longueur paire.}$$

Dans l'arène (§3.5), les nœuds sont les grains, et deux grains sont voisins s'ils partagent une face. Les boucles élémentaires sont les anneaux de 4 grains (autour d'un côté long) et de 6 grains (autour d'un côté court) : elles sont paires, et le graphe est biparti. Les deux *sous-réseaux* ont la même taille : 192 et 192 grains sur 384, 648 et 648 sur 1 296.

Le sous-réseau ne coûte aucune information. Choisissez la couleur d'un grain : toutes les autres en découlent, de proche en proche. C'est une propriété de la position du grain, pas un degré de liberté qu'il porterait : une distinction de support, non un espace de représentation.

Le sous-réseau ne cache pas non plus une orientation. Le point (24 grains autour d'un sommet) a la symétrie géométrique du cube, 48 opérations. Parmi elles, 24 échangent les deux sous-réseaux : 12 rotations et 12 réflexions. Échanger les sous-réseaux ne dit donc rien de la main : savoir à quel sous-réseau appartient un grain ne distingue pas la gauche de la droite.

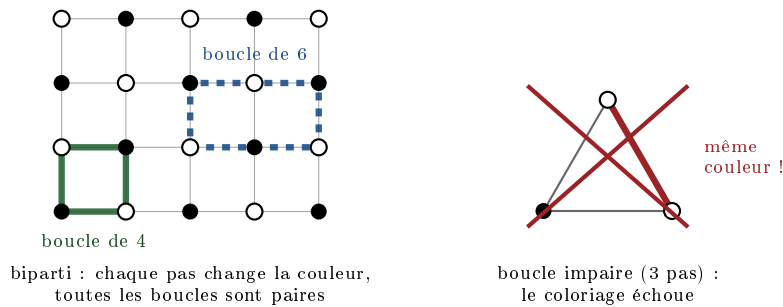


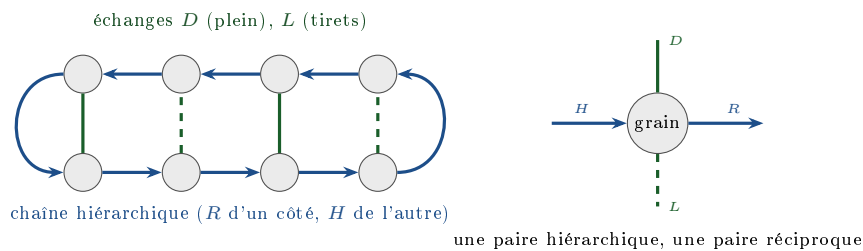
Figure 7: Analogie plan de la bipartition. À gauche, un réseau carré colorié en deux couleurs (nœuds pleins et vides) ; une boucle de 4 (**trait plein**) et une boucle de 6 (**tirets**) sont surlignées : comme les anneaux de 4 et de 6 grains de l'arène, elles sont paires. À droite, un triangle : après trois pas on revient sur un voisin de même couleur, ce qui casserait la bipartition. L'arène n'a aucune boucle impaire.

3.4 Le réseau des flux et les trois organisations

Si chaque grain porte une patte de chaque fonction et que chaque lien obéit à la règle d'inversion, alors, sur tout l'ensemble des grains (C78) :

- les liens hiérarchiques forment des **chaînes fermées orientées** : chaque grain en a une entrante (H) et une sortante (R) ;
- les liens réciproques forment deux appariements complets des grains, qui s'enchaînent en **boucles alternées** $D, L, D, L, \dots$

Un grain a donc toujours une *paire hiérarchique* de pattes et une *paire réciproque*. Mais *quelles* pattes forment la paire hiérarchique n'est pas fixé : il y a trois façons de partager quatre pattes en deux paires. Ce choix est la place du grain dans le réseau, et c'est un état physique.

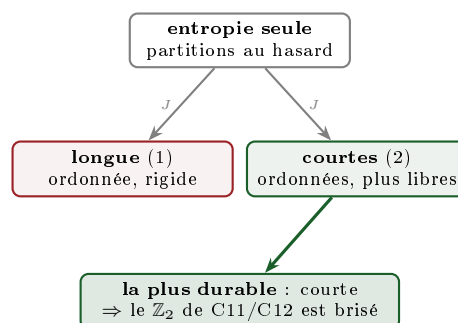
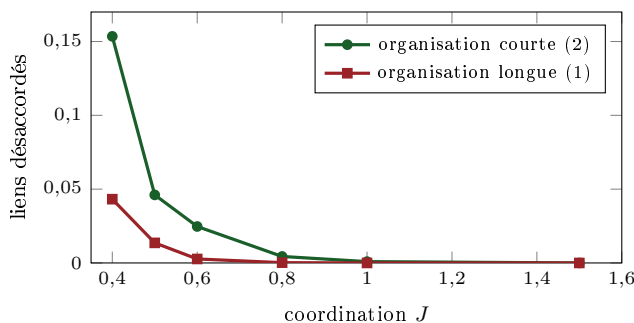


Le réseau des flux : la hiérarchie forme des chaînes fermées, l'échange des boucles alternées D/L .

Les trois organisations. Parce que le transport des partitions d'un grain à l'autre est plat (C77), on peut donner la même partition à tous les grains : il y a exactement **trois organisations homogènes** du réseau. Dans l'une, la paire hiérarchique de chaque grain est son appariement *long* ; dans les deux autres, un appariement *court*. L'arène distingue donc une organisation et en laisse deux jumelles (structure **1 + 2**). Ce transport est indispensable : les pattes de deux grains voisins se correspondent par les sommets de leur face partagée, et c'est ainsi qu'un appariement passe d'un grain au suivant. Un étiquetage des deux courtes par une règle géométrique propre à chaque grain (l'axe de l'appariement) les rend inéquivalentes, ce que le contrôle CT7 a montré ; le transport plat donne deux courtes jumelles, que les anneaux de 4 grains échangent et que les anneaux de 6 relient chacune à la longue (C79). À coordination égale, les organisations courtes tolèrent plus de désaccords : elles ont plus d'entropie de configuration (+0,026 par grain ; l'entropie de l'état global, elle, reste nulle). **L'organisation la plus durable est une organisation courte** : le vide en choisit une, et brise ainsi la symétrie entre les deux jumelles (C78). Par rapport à ce vide, les trois organisations qu'un grain peut porter sont désormais toutes différentes :

- a : l'organisation du vide (courte, dominante) ;
- s : l'autre organisation courte ;

- l : l'organisation longue.



À gauche : à coordination égale, l'organisation courte tolère plus de désaccords — plus de liberté, plus d'entropie (384 grains). À droite : ce que choisit la durabilité.

Ce sont les trois **familles** : a la troisième génération (la plus lourde, alignée sur le vide), s la deuxième, l la première (section 5).

3.5 L'arène : grain, point, point de points

Les grains pavent l'espace. Parmi les arènes examinées (diamant, cube en six, tétraèdres et octaèdres, disphénoïdes), celle qui satisfait à la fois les exigences d'identité des grains et d'isotropie collective est la **triangulation de Delaunay du réseau cubique centré**, dont tous les grains sont le même tétraèdre — un *disphénoïde*, à quatre faces identiques (§K2 de la version de travail). Chaque nœud du réseau (chaque maille primitive) en porte six ; les réseaux simulés comptent L^3 mailles primitives, soit $6L^3$ grains (384 pour $L = 4$, 3072 pour $L = 8$, 10368 pour $L = 12$, 24576 pour $L = 16$ dans les contrôles).

Pourquoi pas le diamant. Le réseau diamant est le seul réseau régulier tridimensionnel de figure tétraédrique [28] : si chaque grain devait voir le groupe S_4 complet de ses quatre voisins, l'arène serait le diamant. Mais les permutations de noms que le grain admet forment $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ (§6.3) ; la symétrie S_4 appartient au *point*, non au grain, et la prémisse tombe. Le diamant a de plus un défaut décisif ici : il n'est le graphe dual d'aucune triangulation — il n'a pas de sommets autour desquels former un point, et les déficits d'angle de Regge [27] n'y sont pas définis. La triangulation de Delaunay du réseau cubique centré est une triangulation : chaque sommet porte un point de 24 grains, et la courbure s'y lit par les déficits de Regge.

Trois propriétés de l'arène (C152). (1) Le graphe des grains est **biparti** : deux sous-réseaux égaux (192 et 192 sur 384 grains, 648 et 648 sur 1296). (2) Les **charnières de Regge sont les anneaux internes** : autour de chaque arête courte de l'arène (la demi-diagonale du cube) tournent 6 grains, autour de chaque arête longue (l'arête du cube) 4 — les anneaux de 6 et de 4 sur lesquels vit $B - L$ (section 5). Avec les disphénoïdes, les angles dièdres valent 60° et 90° , et **tous les déficits sont nuls** : le vide est plat au sens de Regge. Posés sur la même combinatoire, des tétraèdres réguliers (spins égaux) donneraient $-63,2^\circ$ et $+77,9^\circ$: *c'est la forme du grain qui rend le vide plat*. (3) L'**isotropie du continu est d'un ordre plus haute que sur le diamant** : pour un champ scalaire sur le graphe des grains, ω^2 ne dépend de la direction qu'à l'ordre $(k\ell)^4$ (écart relatif de ω^2 entre [100] et [111] $\approx -0,0025(k\ell)^4$, ℓ la distance entre grains voisins), quand le diamant, au même calcul, montre un écart d'ordre $(k\ell)^2$ ($+0,037(k\ell)^2$) ; les écarts relatifs de fréquence en sont la moitié. À l'échelle de Planck, l'anisotropie est hors de toute portée : de l'ordre de 10^{-33} pour la sonde la plus énergétique observée (un rayon cosmique d'environ 3×10^{20} eV).

Pour l'étudiant : pourquoi le vide est plat : compter des angles

Partons du réseau cubique centré : les sommets de cubes de côté a , plus le centre de chaque cube. On relie les points voisins de façon à remplir l'espace de tétraèdres : c'est la triangulation de Delaunay. Tous les tétraèdres obtenus sont identiques (figure 8). Deux côtés opposés sont *longs*, de longueur a : l'un est une arête du cube, l'autre joint les centres de deux cubes voisins. Les quatre autres sont *courts* : ils joignent un sommet à un centre, demi-diagonale du cube, $a\sqrt{3}/2 \approx 0,866a$. Ce tétraèdre est un disphénoïde tétragonal. L'*angle dièdre* est l'angle entre les deux faces qui se rejoignent le long d'un côté. Coupons perpendiculairement au côté et mesurons : on trouve 90° sur un côté long, 60° sur un côté court. Autour d'un côté long tournent 4 grains, autour d'un côté court 6. D'où

$$\varepsilon_{\text{long}} = 360^\circ - 4 \times 90^\circ = 0, \quad \varepsilon_{\text{court}} = 360^\circ - 6 \times 60^\circ = 0.$$

La quantité ε est le *déficit de Regge* : ce qui manque (ou déborde) pour faire un tour complet autour d'un côté. Un déficit nul partout, c'est la version discrète d'une courbure nulle : l'espace est plat.

Comparons avec le tétraèdre régulier. Son angle dièdre vaut $\arccos(1/3) \approx 70,53^\circ$. Avec 5 tétraèdres autour d'un côté, il reste $360 - 5 \times 70,53 \approx 7,4^\circ$ de vide ; avec 4, $+77,9^\circ$; avec 6, $-63,2^\circ$ (recouvrement). Aucun nombre entier ne donne zéro : on ne pave pas l'espace avec des tétraèdres réguliers. Posés sur la combinatoire de l'arène (4 et 6 grains), ils donneraient justement $+77,9^\circ$ et $-63,2^\circ$.

À retenir. L'arène est choisie (§K2 de la version de travail) ; sa platitude, elle, se vérifie par un calcul d'angles : c'est la forme du grain qui rend le vide plat.

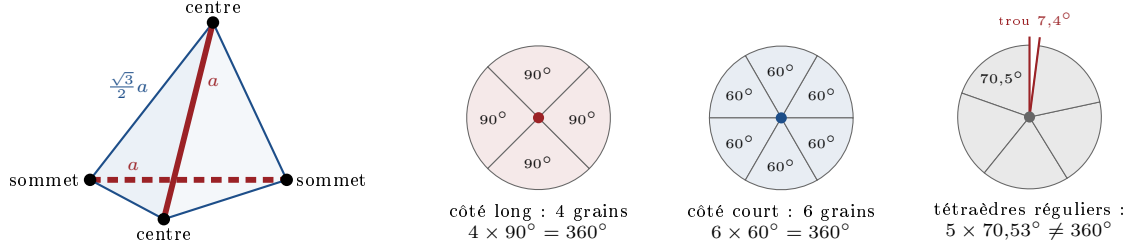


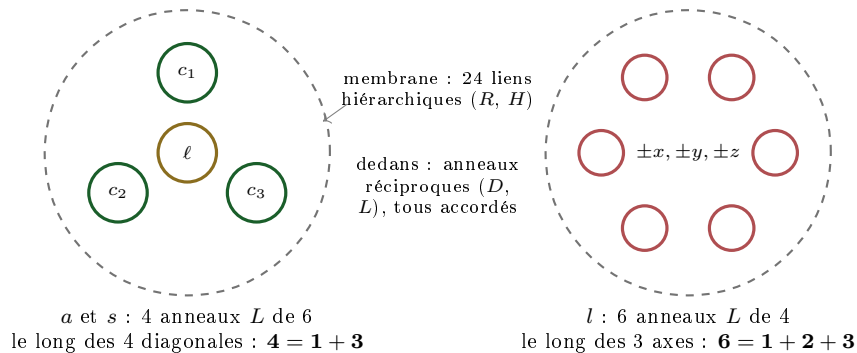
Figure 8: Le grain de l'arène et le déficit de Regge. À gauche, le disphénoïde tétraogonal du réseau cubique centré : deux côtés longs opposés (traits épais, longueur a ; celui du dessous, caché, en tirets), quatre côtés courts (traits fins, $a\sqrt{3}/2$). Au centre, vues en bout d'un côté : 4 dièdres de 90° autour d'un côté long, 6 dièdres de 60° autour d'un côté court ; le tour est exactement complet, le déficit est nul. À droite, des tétraèdres réguliers ($70,53^\circ$) ne referment pas le tour : avec 5, il reste $7,4^\circ$.

Trois amas jouent un rôle dans tout l'article (C92, C93) :

- le **grain** ;
- le **point** : les **24 grains** qui entourent un sommet ; sa symétrie est celle du tétraèdre régulier complet ($T_d \simeq S_4$, C117) ; il contient 4 ou 6 *anneaux internes* selon son organisation (C103) ;
- le **point de points** : le point et ses 14 voisins, **192 grains** ; sa membrane compte 96 liens.

Le point et le point de points sont les deux niveaux d'agrégation qui « voient » l'ordre du vide : ce sont eux qui fixent le couplage J (section 4). Au-delà (648 grains et plus), les amas deviennent aveugles à l'ordre (C93).

Les anneaux internes d'une famille. Quand les 24 grains d'un point portent la même organisation et que sa membrane est toute hiérarchique, tous ses liens réciproques se referment à l'intérieur en anneaux entièrement accordés : c'est sa cohésion. Dans les familles a et s , **quatre anneaux de six grains**, le long des quatre diagonales d'un cube — équivalents, ils se décomposent en $1 + 3$; dans la famille l , **six anneaux de quatre grains**, le long des trois axes ($1 + 2 + 3$) (C103). C'est sur ces anneaux que vit la charge $B - L$ (section 5). **Ils forment un seul bit** (v107, CT8) : dans tout point uniforme, les quatre anneaux internes, un par diagonale, sont présents ensemble ou absents ensemble, à parts égales ; jamais un motif qui privilégie une diagonale (de 10^4 à 2×10^5 points par série, 12^3 et 20^3).



Familles fermées hiérarchiques : 2 246 (a), 64 (s), 6 (l) sur 1 600 mesures ; la structure ne varie jamais (W1).

3.6 La dynamique et son unique paramètre

L'état du réseau est la donnée, pour chaque lien, de son caractère hiérarchique ou réciproque ; il détermine la partition de chaque grain. Un lien est dit **accordé** quand les deux grains qu'il relie portent la même organisation. Le poids d'une configuration est

$$W = e^{J N_{acc}}, \quad (8)$$

où N_{acc} est le nombre de liens accordés et J le **couplage** (la force du lien). Les mouvements élémentaires renversent un anneau alterné du réseau, ce qui préserve en chaque grain une patte de chaque fonction ; ils sont acceptés selon la règle de Metropolis — un instrument d'échantillonnage des états, non un temps physique.

J est le seul paramètre du modèle. La **durabilité** — le compromis entre la complexité et l'entropie —, mesurée sur le point et le point de points (section 4), le place à environ 1,7 % au-dessus du seuil ; sa valeur est réglée sur les masses (§10.3), au bord bas de cette zone. Le résultat, $J \approx 0,345$, est juste au-dessus du seuil où l'ordre apparaît ($J_c = 0,3395 \pm 0,0005$, C89, CT3).

Proposition 12 (Consentement et réversibilité : pas de flèche à N_0 [A]). *Ajoutons à la dynamique un initiateur : à chaque mouvement, un grain proposeur est tiré sur l'anneau, et il paie un coût $\varepsilon \geq 0$ si sa patte donneuse (R) change ; l'acceptation par les partenaires reste gratuite (variante inspirée de la règle du consentement de l'article N_4 , posée ici comme une simple variante de la dynamique). Alors, pour tout ε , le bilan détaillé tient par rapport à la mesure $e^{JN_{\text{acc}}}$, et la circulation nette des chaînes hiérarchiques orientées est nulle.*

Proof. Chaque grain porte une patte de chaque fonction, et les mouvements la préservent (E1, C113) : tout grain est donneur sur exactement une patte, avant comme après. Le mouvement inverse, proposé par le même grain, change la même patte en sens inverse et coûte le même ε ; les probabilités de proposition sont symétriques. Le rapport des taux est donc $e^{J\Delta N_{\text{acc}}}$, comme à $\varepsilon = 0$: le coût orienté se réduit à un coût uniforme, qui ne change que l'échelle de temps. $\square$

Remarque 1 (Statut, et ce que la proposition apprend). **dérivé**, exactement, sans paramètre. Les prédictions avaient été écrites avant le calcul (registre N0-C) : le contrôle à $\varepsilon = 0$ et la variante à coût uniforme tiennent ; la prédiction d'une flèche née du coût porté par le donneur est **réfutée**. Lecture : à N_0 , chaque grain donne une fois et reçoit une fois ; cet équilibre de flux local interdit toute flèche, quel que soit le coût d'initier. Les chaînes fermées orientées ont deux sens de même poids : la circulation nette est nulle, rien ne circule encore ; les deux sens de la boucle, celui qui construit (RDHL) et celui qui défait (RLHD), ne se distinguent pas encore. Une flèche exige soit un choix global du sens, celui que l'article N_1 attribue au choix de i , soit des grains en déséquilibre de flux — des sources et des puits —, ce qui est la règle B retenue pour N_1 . Le programme y ajoute une lecture : trois des quatre flux déploient l'espace et un seul noue le temps, si bien que la dispersion dispose de trois canaux contre un ; cette lecture s'ajoute à l'explication physique usuelle (l'état de très faible entropie du début de l'univers) sans la remplacer. Le moteur n'a pas à stocker l'orientation : elle ne pèse pas dans W .

3.7 Pourquoi une simulation donne des constantes

Les valeurs du modèle sont obtenues par des tirages au hasard (méthode de Monte-Carlo) et des moyennes sur des grains indépendantes. On peut s'étonner qu'une méthode statistique donne des constantes précises, reproductibles, et les mêmes pour toutes les particules. Trois remarques le justifient.

Le hasard est dans l'instrument, non dans la grandeur. Une masse se lit comme une énergie libre, $m \propto e^{-F}$ (section 5). L'énergie libre n'est pas une propriété d'une configuration du vide, mais de l'ensemble de toutes ses configurations pondérées par (8) : c'est un nombre défini, comme la température de fusion de la glace est fixée alors que chaque molécule s'agit au hasard. La simulation tire un échantillon de configurations pour approcher ce nombre ; son erreur décroît comme l'inverse de la racine du nombre de tirages, et l'effet de la taille finie du réseau disparaît à la limite du grand réseau, où l'on extrapole (C203–C206). C'est la méthode de la chromodynamique sur réseau, qui obtient ainsi la masse du proton ; en théorie quantique des champs, l'intégrale de chemin a la forme d'une somme statistique.

Ce qui se fige est un choix, non une valeur. Quand le substrat s'ordonne — dans l'image cosmologique, quand l'univers refroidit, ce qui relève déjà de N_1 —, le vide choisit l'une des deux organisations courtes, et N_1 choisit le signe de la phase. Ces choix sont tirés et figés. Les valeurs, elles, ne le sont pas : elles découlent de la géométrie de l'arène et de J . Aussi J ne peut-il pas être la température du moment : les masses dériveraient avec le refroidissement. **J est un point d'équilibre que le vide sélectionne** : le maximum de sa durabilité (section 4), un optimum et non un thermomètre.

Toutes les particules d'une espèce ont la même masse. La masse n'est pas attribuée à chaque particule au moment du figement : c'est le prix d'une organisation du point dans le vide, et le vide, ordonné à longue portée, est le même partout. Chaque électron paie la même énergie libre, comme tous les atomes d'hydrogène ont les mêmes niveaux malgré l'agitation thermique. Si deux régions avaient figé des choix différents, les masses y seraient encore les mêmes : les deux organisations courtes sont équivalentes (l'arène les traite pareil), et choisir l'une ou l'autre donne les mêmes énergies libres. Seul le signe de la phase pourrait différer d'une région à l'autre — ce qui toucherait la matière et l'antimatière, non les masses.

la règle	N_4 : la société	N_0 : les constantes
une moyenne sur beaucoup d'individus est une donnée stable	chaque client achète au hasard, mais le chiffre d'affaires d'une saison se prévoit	chaque configuration est tirée au hasard, l'énergie libre est un nombre
ce qui se fige est une convention, non un prix	le côté de la route est un choix d'histoire ; le coût d'un trajet n'en dépend pas	le vide choisit une organisation courte ; les masses n'en dépendent pas
un même marché donne le même prix à tous	le pain coûte le même prix à chaque client du même boulanger	tout électron paie la même énergie libre dans le même vide

Tableau 5: Correspondances N_4/N_0 : pourquoi une simulation donne des constantes. Les analogies illustrent, elles ne prouvent rien.

3.8 La matière sur l'arène

Le postulat de matière : un acte emprunté au niveau de la matière (précisé en v132)

Chaque niveau du programme pose un acte, et un seul (une régularité observée sur cinq passages, §3.9) ; celui de N_0 est l'enveloppe linéaire, acte du passage $N_{-1} \rightarrow N_0$ (§2.2). Le **postulat de matière** n'est donc pas un second acte de ce niveau : c'est la forme élémentaire de l'acte du niveau de la matière, la clôture d'une configuration, que cet article emprunte et déclare pour demander ce que le vide de N_0 , et en particulier son point, fait à un tel objet. Il s'énonce ainsi : *la matière est un grain qui porte une patte de plus*. Il n'est pas tiré du vide, fait de grains refermés ; il en est le plus petit excès. Ses conséquences, elles, sont calculées : cinq pattes de spin $\frac{1}{2}$ ne peuvent pas se refermer en singulet, leur nombre étant impair, si bien que **la matière porte un spin $\frac{1}{2}$ de multiplicité cinq** [A] ; sous S_4 , ces cinq états se séparent en $3 + 2$ [A] ; l'espace de Fock en contient une génération (Prop. 15), et les charges y sont quantifiées en tiers (Prop. 14). Parmi les défauts d'une patte, seul l'excès porte une génération (Prop. 13). Que le défaut soit minimal suit du principe qui fixe deux bits, aucune distinction sans fondement (Thm. 1, (iii)) [B]. Reste ouvert [H] : ce qui fait qu'un grain porte un défaut.

Proposition 13 (Le défaut d'une patte [A]). *Un nœud qui diffère du grain d'une patte porte des états de spin $\frac{1}{2}$: deux s'il en a une de moins (trois pattes), cinq s'il en a une de plus. Seul le second contient un triplet : sous les permutations de trois pattes, les deux états forment un doublet et rien d'autre ; sous S_4 , les cinq états se séparent en $3 + 2$. Un excès de trois pattes en porterait quatorze, un nombre qui n'est celui d'aucune génération.*

Vérifié pour cet article : multiplicités du spin $\frac{1}{2}$ dans $(\frac{1}{2})^{\otimes n}$: 2, 5, 14, 42 pour $n = 3, 5, 7, 9$.

Pour l'étudiant : cinq pattes, cinq états, trois plus deux

Prenons un nœud à cinq pattes, chacune de spin $\frac{1}{2}$. On compose les spins une patte après l'autre, comme en mécanique quantique :

$$\frac{1}{2} \otimes \frac{1}{2} = 0 \oplus 1, \quad \dots, \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{\otimes 5} = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \oplus 4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right) \oplus \left(\frac{5}{2}\right).$$

Vérification par les dimensions : $5 \times 2 + 4 \times 4 + 1 \times 6 = 32 = 2^5$. Il n'y a *aucun* spin 0 : cinq pattes, en nombre impair, ne peuvent pas se refermer en singulet. Le plus petit spin, $\frac{1}{2}$, apparaît cinq fois. Ces cinq copies forment l'espace M des *cinq états* du nœud.

Qui permute ces cinq états ? Permuter les pattes mélange les cinq copies entre elles. Les copies de spin $\frac{1}{2}$ portent ainsi une représentation de dimension 5 du groupe S_5 des permutations des cinq pattes ; son diagramme de Young est $[3, 2]$ (deux lignes, de longueurs $\frac{5}{2} \pm \frac{1}{2}$).

Ce que voit le point. Posé sur un point du vide, le nœud ne voit que les permutations des quatre pattes du grain : le groupe S_4 , la cinquième patte restant fixe. Pour restreindre une représentation de S_5 à S_4 , la règle de branchement dit : *ôter une case de toutes les façons permises*. De $[3, 2]$, on peut ôter la dernière case de la seconde ligne, ce qui donne $[3, 1]$, de dimension 3, ou la dernière de la première, ce qui donne $[2, 2]$, de dimension 2 :

$$[3, 2] \longrightarrow [3, 1] \oplus [2, 2], \quad 5 = 3 + 2.$$

Attention : ce sont les cinq *états* qui se rangent en $3 + 2$; les cinq *pattes*, elles, se rangent en $3 + 1 + 1$.

La lecture. On lit le triplet comme la couleur et le doublet comme l'isospin. Le rangement $3 + 2$ est calculé ; son nom est une lecture.

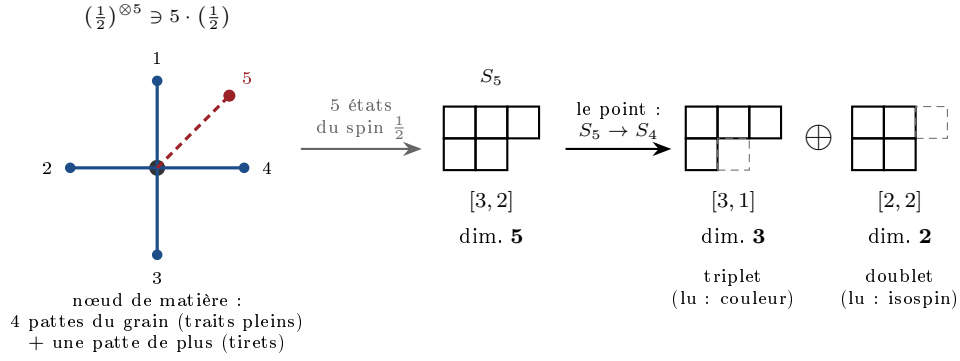


Figure 9: À gauche, le nœud de matière : quatre pattes de spin $\frac{1}{2}$ du grain et une patte de plus ; leur produit contient le spin $\frac{1}{2}$ cinq fois, d'où cinq états. À droite, la règle de branchement de S_5 à S_4 : on ôte une case (en tirets) de toutes les façons permises, et le diagramme $[3, 2]$ (dimension 5) donne $[3, 1]$ (dimension 3) et $[2, 2]$ (dimension 2). Le rangement $\mathbf{3} + \mathbf{2}$ est calculé ; le lire comme couleur et isospin est une lecture.

Le nœud de matière. Un nœud de matière est un grain plus une cinquième patte. Ses cinq pattes de spin $\frac{1}{2}$ forment un spin $\frac{1}{2}$ de multiplicité cinq : l'espace M de ses *cinq états* (Prop. 13). Ce sont ces cinq états, et non les cinq pattes, qui portent les cinq modes : sous les permutations S_4 des quatre pattes du grain — que seul le point réalise (§6.4) —, les pattes se rangent en $3 + 1 + 1$, les états en $\mathbf{3} + \mathbf{2}$ — la couleur et l'isospin (C17). Chaque mode est occupé ou non ; les états à nombre pair de modes occupés forment **16 états**, une génération complète :

- deux modes occupés (10 états) : le multiplet $\mathbf{10} = (Q, u^c, e^c)$;
- quatre modes occupés, un seul trou (5 états) : le $\bar{\mathbf{5}} = (d^c, L)$;
- aucun mode occupé (1 état) : l'état à zéro mode, le neutrino droit ν^c .

Les échanges entre ces pattes, agissant sur M , engendrent l'algèbre du Modèle standard (§6.1) ; la charge $Y = \text{diag}(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ donne toutes les hypercharges d'une génération (C17 ; la lecture des modes comme fermions reste [G], C18).

Postulat des modes [G] (précisé en v130)

Les cinq modes fermioniques du nœud sont **les cinq états de M** , le spin $\frac{1}{2}$ de multiplicité cinq que forment ses cinq pattes ; ce ne sont pas ses cinq pattes. Les deux lectures ne sont pas équivalentes : sous S_4 , les pattes se rangent en $3 + 1 + 1$ et les états en $\mathbf{3} + \mathbf{2}$ (tableau du §6.4). Seule la seconde donne la couleur et l'isospin. Le passage des cinq états à cinq modes de Fock, chacun occupé ou vide, est un postulat : il n'est pas tiré du socle. Les propositions 15, 17 et 21 en dépendent.

Proposition 14 (La charge est quantifiée en tiers [B]). *Dans $\mathfrak{u}(3) \oplus \mathfrak{u}(2)$, le seul générateur de trace nulle qui commute avec $\mathfrak{su}(3) \oplus \mathfrak{su}(2)$ est, à un facteur près, $\text{diag}(2, 2, 2, -3, -3)$: Y n'est pas choisie, seule son échelle l'est. Dès que le doublet de leptons contient un état neutre, $Q_{\text{em}} = T_3 + Y$ fixe aussi l'échelle de Y par rapport à T_3 , et toutes les charges d'une génération s'en déduisent : $u + \frac{2}{3}$, $d - \frac{1}{3}$, $e - 1$, ν 0. Le rapport $Q_d/Q_e = \frac{1}{3}$ est donc forcé ; seule l'unité de charge est une convention.*

Statut [B] : sous le postulat de matière et l'existence d'un lepton neutre. La quantification ne dépend pas de la lecture des modes comme fermions (C18).

Proposition 15 (Les deux secteurs de Fock [A]). *L'espace de Fock des cinq modes a 32 états. Ses états pairs forment le $\mathbf{16}$ de $SO(10)$ ($\mathbf{1} \oplus \mathbf{10} \oplus \bar{\mathbf{5}}$, à 0, 2 et 4 modes), ses états impairs le $\bar{\mathbf{16}}$ ($\bar{\mathbf{5}} \oplus \mathbf{10} \oplus \mathbf{1}$, à 1, 3 et 5 modes) : l'état à zéro mode et l'état plein se répètent, comme chaque multiplet et son conjugué.*

Le choix du secteur pair n'est pas une donnée de N_0 : les spineurs $\mathbf{16}$ et $\bar{\mathbf{16}}$ diffèrent par une chiralité de $SO(10)$, que le verrou achiral (Thm. 7) ne laisse pas départager. **Lecture [G]** : N_0 porte les deux secteurs indifférenciés ; nommer l'un matière et l'autre antimatière est une convention — le centre du groupe de jauge les distingue précisément par $\pm i$ (Prop. 19) —, que le choix de $\pm i$ à N_1 ne fixe pas (l'article N_1 le dit sans rapport avec l'antimatière) ; la conjugaison de charge, et avec elle l'asymétrie entre matière et antimatière, appartient à N_2 [H]. Les rapports de masses de N_0 sont les mêmes pour les deux secteurs.

Le postulat. Chacun des cinq états de M est traité comme un mode fermionique : occupé (1) ou vide (0). C'est un postulat déclaré, non une déduction. Numérotions les modes : 1, 2, 3 pour le triplet (couleur), 4, 5 pour le doublet (isospin).

Compter. Un état est une suite de cinq bits : $2^5 = 32$ états. Rangeons-les par le nombre N de modes occupés :

$$\binom{5}{N} = 1, 5, 10, 10, 5, 1 \quad (N = 0, \dots, 5).$$

Les N pairs donnent $1 + 10 + 5 = 16$ états : le **16** de $SO(10)$. Les N impairs donnent aussi 16 : le **$\overline{16}$** .

Le contenu, à la main.

- $N = 2$ (10 états, le **10**) : un mode de couleur et un d'isospin, $3 \times 2 = 6$ états, le doublet de quarks $Q = (u, d)$; deux modes de couleur, 3 états, l'antiquark u^c ; les deux modes d'isospin, 1 état, e^c (le positon).
- $N = 4$ (5 états, le **$\overline{5}$**) : un seul trou. Trou de couleur : 3 états, l'antiquark d^c ; trou d'isospin : 2 états, le doublet de leptons $L = (\nu, e)$.
- $N = 0$ (1 état, le **1**) : ν^c , le conjugué du neutrino droit.

Contrôle avec l'hypercharge $Y = \text{diag}(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$: on additionne les Y des modes occupés. Pour Q , $-\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = +\frac{1}{6}$; pour e^c , $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = +1$; pour L , la somme des cinq (0) moins le trou, $-\frac{1}{2}$. Ce sont les valeurs du Modèle standard.

Les deux secteurs. Le centre de $\text{Spin}(10)$ est $\mathbb{Z}_4$: son générateur z vaut $+i$ sur le **16** et $-i$ sur le **$\overline{16}$** , avec $z^2 = -1$. Rien dans N_0 ne choisit l'un des deux ; ce choix est renvoyé à N_1 .

occupation	multiplicité	couleur	isospin	champ (états)	$SU(5)$
$N = 0$	$\binom{5}{0} = 1$	○○○	○○	ν^c (1)	1
$N = 2$	$\binom{5}{2} = 10$	●○○	●○	$Q = (u, d)$ ($3 \times 2 = 6$)	10
		●●○	○○	u^c (3)	
		○○○	●●	e^c , le positon (1)	
$N = 4$	$\binom{5}{4} = 5$	○●●	●●	d^c (3) : trou de couleur	$\overline{\mathbf{5}}$
		●●●	○●	$L = (\nu, e)$ (2) : trou d'isospin	
N pair	$1 + 10 + 5 = 16$	une génération			16 de $SO(10)$
N impair : $5 + 10 + 1 = 16$, le $\overline{\mathbf{16}}$; le centre $\mathbb{Z}_4$ distingue les deux secteurs ($z = +i$ et $z = -i$).					

Figure 10: Les états pairs de cinq modes fermioniques (postulat des modes). Disque plein : mode occupé ; les trois premiers modes forment le triplet (couleur), les deux derniers le doublet (isospin). Pour chaque champ, un seul motif est dessiné ; ses autres états s'obtiennent en déplaçant les disques à l'intérieur du triplet ou du doublet. Les multiplicités $\binom{5}{0} = 1$, $\binom{5}{2} = 10$, $\binom{5}{4} = 5$ font les seize états d'une génération.

Où vivent les multiplets. La suppression qui distingue une famille d'une autre s'attache aux multiplets, et chaque multiplet vit sur un amas (C87, C88, C128) : le **10** au **point**, le **$\overline{5}$** au **grain** (pour la suppression de famille ; sa couleur, comme celle du **10**, est protégée au point) ; l'état à zéro mode ν^c n'est attaché à **aucun amas**. Le tableau 6 détaille les seize états.

La masse est une probabilité. Une famille est l'organisation d'un amas : un point dont les 24 grains sont dans l'organisation p porte la famille p . La masse de la famille p , rapportée à celle de la famille du vide, est la probabilité d'équilibre de cette organisation :

$$\frac{m_p}{m_a} = \frac{P_p}{P_a} = e^{-F_p}, \quad (9)$$

où F_p est l'énergie libre de l'organisation p sur l'amas qui porte le multiplet. Cette énergie libre est *réduite* et sans dimension, $F = -\ln P$: le mot vient de la mécanique statistique (βF) et ne suppose aucune énergie physique, que N_0 n'a pas (paragraphe suivant). On le garde parce que les calculs sont ceux de la mécanique statistique ; on lit F comme le *coût* d'une organisation. Une masse couplant deux champs, on a, pour les quarks

champ	états	couleur	isospin	Y	$B - L$	$SU(5)$	où il vit en N_0
$Q = (u, d)_L$	6	3	doublet	$+\frac{1}{6}$	$+\frac{1}{3}$	10	au point (deux modes occupés)
u^c	3	$\bar{3}$	singulet	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	10	au point
e^c	1	—	singulet	+1	+1	10	au point
d^c	3	$\bar{3}$	singulet	$+\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\bar{5}$	au grain (quatre modes occupés)
$L = (\nu, e)_L$	2	—	doublet	$-\frac{1}{2}$	-1	$\bar{5}$	au grain
ν^c	1	—	singulet	0	+1	1	état à zéro mode : aucune famille
total	16						le 16 de $SO(10)$: une génération par nœud
S (hors des seize)	1	—	singulet	0	—	—	état à zéro mode du point de points, un par génération (§8.4, règle 6)

Tableau 6: Une génération dans le nœud de matière. Couleur, isospin, hypercharge Y et $B - L$ sont ceux du Modèle standard ; la dernière colonne dit où N_0 place chaque multiplet. La charge électrique est $Q_{\text{em}} = T_3 + Y$: $u + \frac{2}{3}$, $d - \frac{1}{3}$, $e - 1$, $\nu 0$ (Prop. 14). L'état neutre S , ajouté pour l'échelle des neutrinos, est hors des seize états.

u ($\mathbf{10} \cdot \mathbf{10}$) et pour les quarks d et les leptons ($\mathbf{10} \cdot \bar{\mathbf{5}}$) :

$$\ln \frac{m_3}{m_p} \Big|_u = 2F_p^{\text{pt}}, \quad \ln \frac{m_3}{m_p} \Big|_{d,e} = F_p^{\text{pt}} + F_p^{\text{gr}}. \quad (10)$$

C'est la lecture qui donne, en section 5, quatre rapports de masses sans paramètre.

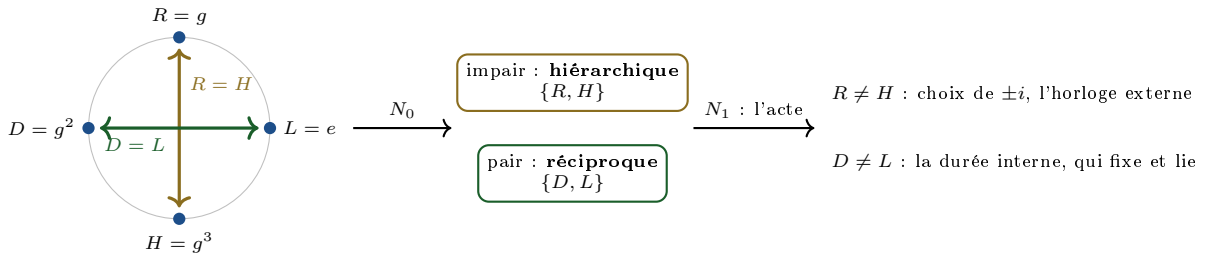
À quelle échelle les comparer. N_0 n'a pas d'énergie : c'est le capital de N_1 . Ses rapports de masses, rapports de probabilités d'organisation d'associations entières, sont donc **sans échelle** ; leur variation avec l'énergie (la « course ») est un phénomène de N_1 . Ils se comparent aux valeurs de **basse énergie**, là où la course des rapports s'arrête : à M_Z , valeurs utilisées dans tout l'article. Le couplage de jauge, lui, est la force d'une connexion sur un lien, grandeur locale de l'arène : il se compare à l'échelle du grain (section 7). Comparés à l'unification, plusieurs rapports s'éloigneraient du modèle de 0,1 à 0,4 en logarithme : ce choix a des conséquences, et il est écrit comme tel.

3.9 Ce que N_0 ne distingue pas : deux axes

Plusieurs choix du modèle trouvent une raison commune dans ce que N_0 ne distingue pas.

Le principe d'indifférenciation

Est **indifférencié** en N_0 ce qui est présent, mais qu'*aucune grandeur de N_0 ne permet de distinguer* : les deux possibilités coexistent, superposées et de même poids ; la distinction n'apparaît qu'au niveau qui fournit la variable manquante. En N_0 , **deux axes** sont indifférenciés : **l'axe hiérarchique**, $R = H$ — entre paires, chaque R est apparié à un H , le haut et le bas ne sont définis que l'un par rapport à l'autre —, et **l'axe réciproque**, $D = L$ — sans temps orienté, l'échange et la liaison, qui demande une durée qui s'écoule, ne se distinguent pas. Les deux axes n'emploient pas le temps de la même façon : l'axe $R-H$ s'en sert comme d'une *horloge externe*, qui rythme les échanges avec l'environnement ; l'axe $D-L$, comme d'un *moteur interne*, qui fixe et qui lie. Le temps lui-même est une propriété émergente de L , la fermeture. N_1 différencie les deux usages par un seul acte.



N_0 ne retient de $\mathbb{Z}_4$ que la parité ; N_1 redonne les deux distinctions par un seul acte.

Dans $\mathbb{Z}_4$: N_0 voit $\mathbb{Z}_2$. $R = H$ identifie g à son inverse : c'est l'inversion $x \mapsto x^{-1}$, **la règle de lien elle-même** (§3.3) — elle n'est pas un choix de plus, elle est l'indifférenciation de l'axe hiérarchique. $D = L$ identifie g^2 à e : le quotient de $\mathbb{Z}_4$ par $\{e, g^2\}$. Ensemble, $\mathbb{Z}_4 \rightarrow \mathbb{Z}_2$, la parité de l'exposant : **N_0 ne voit qu'un**

bit par lien : hiérarchique ou réciproque. La complexité d'un système (section 4) ne dépend d'ailleurs que de deux nombres, les liens accordés hiérarchiques et réciproques.

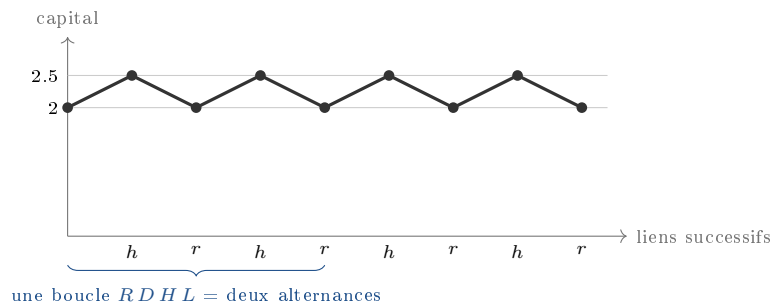
Un acte par niveau, qui agit sur tous les axes

Chaque niveau sépare deux choses, par **un seul acte de distinction** (une régularité observée sur les cinq passages décrits, avec une raison algébrique pour les deux premiers seulement, Thm. 9) qui agit *sur tous les axes* hérités du niveau précédent : le nombre de choix libres ne double pas, **le nombre de variables distinguées double**.

passage	l'acte	ce qu'il sépare	variables
$N_{-1} \rightarrow N_0$	le Dit devient Bit	deux bits, un par axe (R/H et D/L), dont N_0 ne distingue pas le sens	2
$N_0 \rightarrow N_1$	le choix de $+i$ ou $-i$	sur chaque axe : $R \neq H$ et $D \neq L$	4

Un élément de $\mathbb{Z}_4$ porte deux bits — son axe et son sens sur l'axe : N_0 en voit l'axe, N_1 aussi le sens. L'article N_1 le dit à sa façon : « les deux sélections ne font pas deux bits » — un seul choix de racine fixe à la fois l'orientation du temps et la latéralité. Ce qu'un acte sépare au-delà de N_1 sera examiné dans chaque niveau.

L'état minimal d'un système stable en N_0 : une alternance spatiale. Le programme décrit un système stationnaire minimal par un budget de flux : R sortant 1, D entrant et sortant 1, H entrant 2, L interne 1 + 1, L déchet sortant 1 — trois entrées, trois sorties, un capital de 2. Sur une boucle, l'axe hiérarchique apporte $R + H = +1$, l'axe réciproque $D + L = -1$. Le cycle $R \rightarrow D \rightarrow H \rightarrow L$ alterne déjà les deux axes ; en N_0 , où $R = H$ et $D = L$, chaque pas prend la moyenne de son axe, $+\frac{1}{2}$ puis $-\frac{1}{2}$: le capital alterne **2, 2,5, 2, 2,5**. C'est **une seule alternance de période 2**, et une boucle en contient deux identiques — $\mathbb{Z}_2$, un signe qui change à chaque pas. Comme le temps de N_0 n'a ni orientation ni écoulement, **cette alternance est spatiale** : elle va d'un lien à l'autre, et c'est N_1 qui la déroule dans le temps.



Le capital d'un système stable en N_0 , d'un lien à l'autre : h , pas hiérarchique ($+\frac{1}{2}$) ; r , pas réciproque ($-\frac{1}{2}$).

Ni intérieur ni extérieur : des associations de grains

L n'étant pas différencié de D , dedans et dehors ne sont en N_0 que relatifs : une face partagée se lit des deux côtés. N_0 ne contient pas de systèmes fermés, mais des **associations de grains qui s'accordent**. Le modèle le lit déjà ainsi : deux grains *accordés* alternent ensemble, et le poids $e^{JN_{acc}}$ favorise l'accord ; les organisations a, s, l sont des associations ; la « membrane » d'un point ou d'un point de points, qui sont de même nature, est un **bord d'association** — l'endroit où l'alternance change —, non une frontière de système. La durabilité (section 4) compte des accords au bord d'un amas : son calcul est inchangé, seule sa lecture change.

indifférencié en N_0	ce qu'il justifie	sans le principe
$D = L$ (temps sans orientation)	D et L à poids égaux dans la mesure de complexité, donc la durabilité et J ; couleur D/L d'un cycle indifférencié (les deux de même poids)	posé
$R = H$ (hiérarchie relative)	la règle de lien ; entre pairs $R = H$, d'où un lien direct au vide — un couplage, non un apport net, puisque $\varphi = 0$ (§5.7)	dérivé
l'ordre des phases	seuls comptent des bilans simultanés, donc des poids d'équilibre : « masse = probabilité »	posé
le sens ($\pm i$), la main du grain	vide symétrique gauche-droite ; chiralité renvoyée à N_1 ; doublet d'isospin	établi
les grains entre eux	la famille appartient au point, non au grain	établi

Tableau 7: Les choix que le principe d'indifférenciation justifie. Il ne justifie pas le choix des niveaux qui fixe J (règle 1), $B - L$ sur quatre anneaux, la chaîne d'unification ni l'état S , qui gardent leurs raisons propres.

la règle	N_4 : la société	N_0 : les deux axes
ce qu'on ne peut pas distinguer, on le traite à égalité	sans calendrier, un don et un prêt se confondent	$D = L$: poids égaux
une hiérarchie sans repère extérieur est relative	dans une file circulaire, nul n'est premier	$R = H$: la règle de lien
sans dedans ni dehors, il n'y a que des groupes qui vibrent ensemble	une foule qui danse au même rythme n'a pas de mur, seulement des bords	associations de grains accordés ; bords d'association
un seul repère suffit à tout ordonner	une horloge publique donne à la fois l'ordre et l'avant-après	l'acte de N_1 sépare R/H et D/L

Tableau 8: Correspondances N_4/N_0 pour l'indifférenciation.

3.10 L'espace et le temps en N_0

Le titre de cet article annonce l'émergence de l'espace-temps ; cette section dit ce que N_0 en établit, et ce qu'il laisse à N_1 .

L'espace est ce que N_0 construit. Des sites reliés font déjà un espace (§2.1) ; les commutateurs des primitives en donnent les trois dimensions et le produit fibré les conserve dans tout assemblage (§2.3, §2.5) ; l'escalier interne en déroule les dimensions — point, ligne, surface, volume (tableau 4) —, sur le pavage en disphénoïdes du réseau cubique centré (§3.5). Ses échelles sont celles des associations — grain, point, point de points —, et sa maille vaut $a = 38$ à 47 longueurs de Planck (section 7, **conditionnel**). L'isotropie à grande distance vient de la symétrie du tétraèdre (article N_1).

Le temps n'y est pas encore orienté. Le temps existe en N_0 comme quatrième dimension — la durée, née de la fermeture de la boucle : c'est le dernier échelon, $N_{0.4}$ —, mais il n'a encore ni orientation ni écoulement. L'axe réciproque étant indifférencié ($D = L$, §3.9), il n'y a en N_0 ni succession, ni avant et après, ni énergie : les quatre pattes d'un grain existent ensemble, et ce qui alterne le fait *d'un lien à l'autre*. Ce dernier échelon est aussi le premier de N_1 : le temps est ce par quoi N_0 se referme et s'ouvre sur le niveau suivant.

L'espace-temps naît au passage. L'acte unique de N_1 , qui différencie les deux axes (§3.9), crée une horloge, donc un temps *orienté* ; avec lui viennent la signature lorentzienne, le cône de lumière et la causalité (article N_1). L'alternance spatiale de N_0 se déroule alors dans le temps et devient une onde : N_0 est plein d'emblée, comme un taquin sans case vide, et une région ne peut plus que transmettre à ses voisines. **L'espace-temps est donc le produit de deux niveaux** : l'arène et ses quatre dimensions, durée comprise, construites en N_0 ; l'orientation et l'écoulement du temps, donnés par l'acte de N_1 .

élément	statut	où
un espace naît de sites reliés	[B]	la saturation de N_{-1} (§2.1)
trois dimensions, conservées	[A] ; lecture « espace » [G]	$\mathfrak{so}(3)$, produit fibré (§2.3, §2.5)
signature, flèche	[H] indéterminées en N_0	no-go, verrou achiral (§2.8)
point, ligne, surface, volume	[G] correspondance	l'escalier interne (tableau 4)
l'arène en disphénoïdes	[D] choisi	identité et isotropie (§K2 de la version de travail)
la maille, 38–47 ℓ_P	[C] conditionnel	section 7
la durée sans orientation en N_0	[G] principe	$D = L$ (§3.9)
temps orienté, signature, cône	article N_1	l'acte unique

Tableau 9: L'espace et le temps : ce que N_0 établit, ce qu'il laisse à N_1 .

la règle	N_4 : la société	N_0 : l'espace et le temps
relier, c'est déjà faire un lieu	une route entre deux maisons fait un village	des sites reliés font un espace
le plan précède l'horaire	une ville a ses rues avant d'avoir ses horaires	l'arène est construite avant le temps orienté

Tableau 10: Correspondances N_4/N_0 pour l'espace et le temps.

3.11 Ce que le modèle pose, et ce qu'il ne pose pas

Le tableau 11 sépare, pour chaque élément du modèle de base, ce qui est établi, ce qui est choisi et ce qui est posé, avec son origine ; le tableau 12 en donne les correspondances N_4/N_0 .

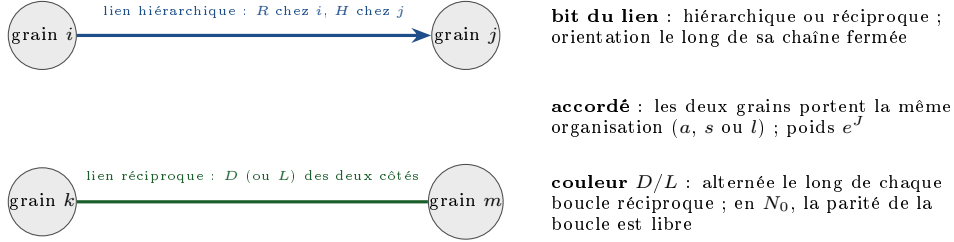
élément	statut	origine
quatre pattes R, D, H, L par grain	[B]	la clôture de N_{-1} (C113, C114)
règle de lien ($x \mapsto x^{-1}$)	[B]	l'inversion de $\mathbb{Z}_4$ (C114) ; l'indifférenciation $R = H$ (§3.9)
arène en disphénoïdes	[D] choisi	parmi les arènes examinées, celle qui satisfait identité et isotropie (§K2 de la version de travail)
poids $e^{JN_{acc}}$	[D] posé	la coordination comme pôle « complexité » de la durabilité (C78)
valeur de J	[E] réglé	zone fixée par la durabilité du point et du point de points (C89, C92–C95) ; valeur réglée sur les masses (C208)
nœud à cinq pattes, modes fermioniques	postulat de matière (acte emprunté à N_2)	C17, C18
10 au point, 5 au grain	[D] posé, éprouvé	les totaux de hiérarchie (C87), puis quatre rapports (C88)
masse = probabilité	[G] lecture	lecture unique pour tout le travail (C80, C88) ; l'ordre des phases est indifférencié (§3.9)
rapports comparés à basse énergie (M_Z)	[D] posé, justifié	N_0 n'a pas d'énergie : ses rapports sont sans échelle (C146)

Tableau 11: Les éléments du modèle et leur statut. Les règles ajoutées plus loin pour des questions particulières (la naissance des familles légères, le rejet sans contrepartie) sont signalées là où elles interviennent, et recensées dans le bilan (section 10).

la règle	N_4 : la société	N_0 : le réseau
l'élément d'un niveau est un système du niveau inférieur	une personne est un organisme de cellules	le grain est la boucle de N_{-1} refermée
la hiérarchie est relative	ce qui est un ordre pour l'un est une obéissance pour l'autre	R d'un côté, H de l'autre
la réciprocité est symétrique	un échange de dons est le même vu des deux côtés	D reste D , L reste L
le plus durable n'est pas le plus ordonné	une organisation qui laisse du jeu résiste mieux qu'une organisation rigide	le vide choisit une organisation courte
une identité se porte en groupe	une appartenance se lit à l'échelle d'un quartier, pas d'une maison	les familles et la couleur vivent au point

Tableau 12: Correspondances N_4/N_0 pour les règles du modèle.

3.12 Nomenclature



Les variables d'un lien.

symbole	sens	voir
R, D, H, L	les quatre pattes du grain, éléments g, g^2, g^3, e de $\mathbb{Z}_4$	§3.2
bit hiérarchique, bit réciproque	les deux bits de N_{-1} : R, H agissent sur le premier, D, L sur le second	§3.2
main du grain	signe du volume $\pm \frac{\sqrt{3}}{4}$; produit du sens de la hiérarchie et du sens de lecture	§3.2
partition, organisation	quelle paire de pattes est hiérarchique ; trois organisations a (vide), s, l	§3.4
lien accordé, N_{acc}	lien dont les deux grains ont la même organisation ; leur nombre	§3.6
J, J_c	couplage (force du lien) ; seuil de l'ordre, $0,3395 \pm 0,0005$; vide à 0,3454	§3.6, §4
q, U	paramètre d'ordre $f_a - f_s$; cumulant de Binder	§4.1
point, point de points	24 grains autour d'un sommet ; le point et ses 14 voisins, 192 grains (membrane de 96 liens)	§3.5
anneaux internes	cycles réciproques d'un point fermé : 4 de 6 (a, s), 6 de 4 (l)	§3.5
membrane, B, F_x	liens qui traversent le bord d'un système ; leur nombre ; ceux qui transmettent le flux x	§4.2
C , perte, déséquilibre	complexité $\prod_x F_x / (B/4) = e^{-4KL}$ et ses deux parts	§4.3
s, D, Φ	liberté ; durabilité $\sqrt{C_{24}C_{192}} s$; quantité minimisée	§4.4
$\varphi = H - R$	apport hiérarchique net d'un système ; nul en N_0	§4.2
famille p	amas dont tous les grains portent l'organisation p	§3.8
$F_p^{\text{pt}}, F_p^{\text{gr}}$	énergies libres réduites ($F = -\ln P$, sans dimension) de l'organisation p au point et au grain ; $m_p/m_a = e^{-F_p}$	§3.8
10, $\bar{5}$, 1	multipléts d'une génération : au point, au grain, sans amas	§3.8
$B - L$	charge portée par les anneaux internes : -1 (partie uniforme), $+\frac{1}{3}$ (chaque couleur)	section 5
ν^c, S	état à zéro mode du nœud (neutrino droit) ; état à zéro mode du point de points	section 8
L -déchet, F, r_p	rejet de L sans contrepartie ; son coût ; facilité de rejet de la famille p	section 8
produit fibré	recollement de grains par leurs faces : deux dimensions retirées par face	§2.5
commutant, bloc 1	les deux observables invariantes d'un grain ; la direction invariante de 1 $\oplus$ 3	§2.3
association, bord d'association	grains qui s'accordent ; en N_0 , intérieur et extérieur ne sont que relatifs : il n'y a que des bords d'associations	§3.9
alternance spatiale	alternance 2, 2,5 par pas du budget le long d'une chaîne ; elle devient une oscillation, temporelle, en N_1	§3.9

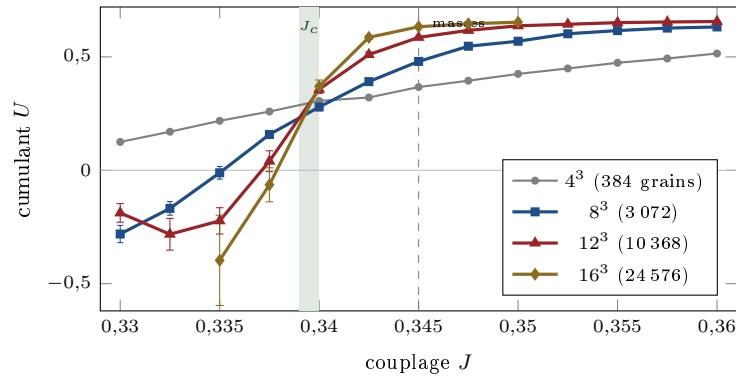
Tableau 13: Nomenclature des grandeurs définies dans l'article.

4 Le vide organisé

Le vide de N_0 n'est pas l'absence de grains : c'est le réseau des flux dans l'état que retient la durabilité. Cette section montre comment il s'ordonne quand le couplage J croît, où se trouve le seuil de cet ordre, et pourquoi la durabilité place le vide juste au-dessus — dans la zone même où se lisent les masses de la section 5 : la durabilité fixe cette zone sans les masses, et les masses y règlent la valeur.

4.1 Le seuil de l'ordre

La symétrie que le vide brise est l'échange des deux organisations courtes : l'arène les traite pareil, la longue est distinguée par la géométrie même dans le désordre. Le paramètre d'ordre est la différence de leurs fractions, $q = f_a - f_s$; le cumulante de Binder $U = 1 - \langle q^4 \rangle / 3 \langle q^2 \rangle^2$ vaut 0 dans le désordre et $\frac{2}{3}$ dans l'ordre. Au seuil, les courbes $U(J)$ de tailles différentes se croisent (figure ci-dessous).



Les cumulants de Binder de quatre tailles (deux départs, ordonné et désordonné, de 20 000 à 100 000 balayages, CT3) : sur la branche qui monte vers l'ordre, ils se croisent vers $J_c = 0,3395$ (bande verte) ; les masses observées demandent $J \approx 0,345$ (tirets).

Les croisements des tailles de 3 072 à 24 576 grains donnent $J_c = 0,3395 \pm 0,0005$; la susceptibilité culmine au même endroit et croît avec la taille (C89, CT3). Juste avant la mise en ordre, le cumulante des grands réseaux devient négatif (jusqu'à $-0,3$) : les fluctuations de q y sont plus intermittentes qu'une gaussienne, sans saut visible de la fraction de liens désaccordés. La mise en ordre est rapide, et **sans signe de premier ordre jusqu'à 82 944 grains** (v137, CRITERE_ordre_transition.md, écrit avant le calcul : cubes de 8^3 à 24^3 mailles, cinq valeurs de J de 0,3387 à 0,3403, 10^5 balayages par point). À toutes les tailles, la distribution de la fraction de liens désaccordés n'a qu'un seul pic, y compris au maximum de la susceptibilité, et le maximum de la chaleur spécifique $G \text{ var}(d)$ ne croît pas avec le volume (4,8 ; 5,1 ; 5,1 pour 16^3 , 20^3 , 24^3 , alors qu'un premier ordre le ferait croître d'un facteur 3,4). Verdict du critère : second ordre, ou premier ordre trop faible pour être résolu à ces tailles ; une transition continue, que demande une limite continue, reste donc possible. **Zone basse** : le cumulante devient négatif plus bas, vers $J = 0,330$ à $0,3375$ (jusqu'à $-0,26$). Un second test, lui aussi écrit avant le calcul (CRITERE_ordre_transition_bas.md : 16^3 , 20^3 , 24^3 , quatre valeurs de J , 10^5 balayages par point), donne là aussi une distribution de d à un seul pic aux douze points ; le maximum de $G \text{ var}(d)$ y décroît avec la taille (2,71 ; 2,40 ; 2,28) ; q change de signe de 8 000 à 21 000 fois par série, sans jamais rester bloqué dans un état. Ce creux vient donc d'une distribution de q plus pointue qu'une gaussienne, à queues lourdes (intermittence), et non d'une coexistence de deux états. Près du seuil : c'est ce qui rend les masses sensibles à J près du seuil — une variation de 0,01 sur J change les masses d'un facteur 2 à 3. Il fallait donc un principe pour fixer J , et non un ajustement.

Pour l'étudiant : simuler sans temps : Metropolis et le cumulante de Binder

Le réseau a beaucoup trop de configurations pour qu'on les énumère ; on les *échantillonne*. La règle de Metropolis le fait en trois gestes : (1) partir d'une configuration et proposer un petit changement (ici, renverser un anneau alterné) ; (2) compter la variation ΔN_{acc} du nombre de liens accordés ; (3) accepter le changement avec la probabilité

$$p = \min(1, e^{J \Delta N_{\text{acc}}}).$$

Un changement qui accorde des liens est toujours accepté ; un changement qui en désaccorde l'est parfois, d'autant moins que J est grand. Après de nombreux balayages, chaque configuration apparaît avec une fréquence proportionnelle à son poids $W = e^{J N_{\text{acc}}}$.

Pas de temps ici. La suite des configurations n'est pas une histoire, c'est un tirage. On estime un climat à partir de nombreux jours de météo, sans que l'ordre des jours importe ; de même, on moyenne sur les configurations tirées. Un balayage compte des tirages, non des secondes.

Le paramètre d'ordre. Les deux organisations courtes sont jumelles : l'arène les traite pareil. $q = f_a - f_s$ dit de combien l'une l'emporte. Dans le désordre, q fluctue autour de 0 ; dans l'ordre, le vide choisit une

des deux jumelles et $|q|$ devient grand.

Où est le seuil ? Sur un réseau fini, le passage est arrondi et se déplace avec la taille. Le cumulante $U = 1 - \langle q^4 \rangle / 3 \langle q^2 \rangle^2$ ne regarde que la *forme* de la distribution de q : $U = 0$ pour une gaussienne centrée (désordre), $U = \frac{2}{3}$ pour deux pics $\pm q_0$ (ordre). Au seuil, cette forme est à peu près la même pour toutes les tailles : les courbes $U(J)$ se croisent. Les croisements donnent $J_c = 0,3395 \pm 0,0005$.

Une réserve. Juste avant l'ordre, U devient négatif aux grandes tailles : q fluctue de façon plus intermittente qu'une gaussienne. Ce creux peut accompagner une transition du premier ordre. Pour trancher, on regarde la distribution de l'énergie : un premier ordre y fait deux pics, et sa chaleur spécifique croît comme le volume. Jusqu'à 82 944 grains, au seuil comme dans la zone du creux, on ne voit qu'un seul pic, et la chaleur spécifique ne croît pas : aucun signe de premier ordre à ces tailles. Le creux vient de l'intermittence de q , pas de deux états qui coexistent.

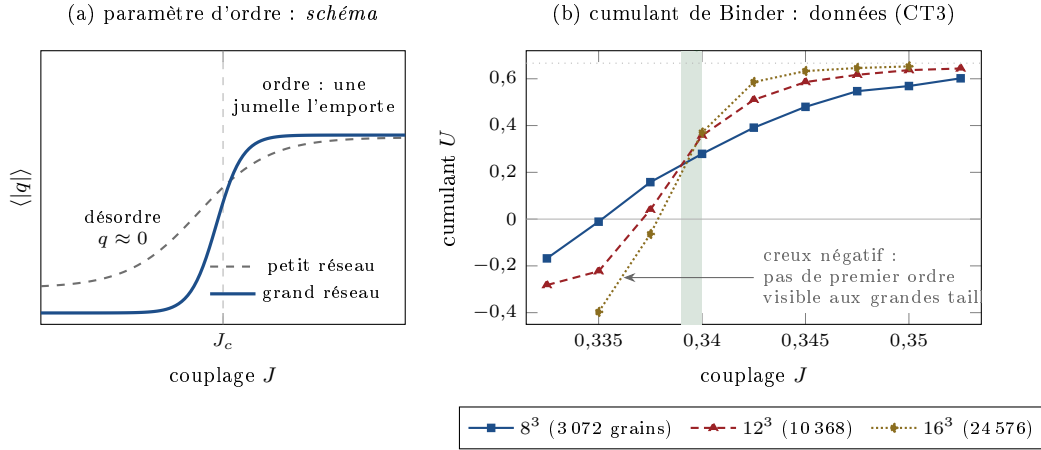


Figure 11: (a) *Schéma qualitatif* (courbes dessinées, non mesurées) : le paramètre d'ordre $\langle |q| \rangle$ passe de presque zéro à une valeur finie quand J franchit le seuil ; le passage est d'autant plus net que le réseau est grand. (b) *Données* : les cumulants de Binder des trois plus grandes tailles de la figure du §4.1 (CT3, barres d'erreur omises), qui montent vers $\frac{2}{3}$ (pointillé horizontal) et se croisent dans la bande verte, $J_c = 0,3395 \pm 0,0005$; avant le croisement, le creux négatif des grandes tailles.

4.2 La complexité à la membrane

Pour microGlobal, la complexité n'est pas l'ordre : c'est le produit des quatre types de flux qui traversent la membrane d'un système, et la durabilité est son compromis avec l'entropie [1]. Sur le réseau, un système est un ensemble de grains ; son environnement, tout le reste.

La complexité d'un système de grains (C92)

Un lien qui traverse la membrane compte comme flux de son type, vu de l'intérieur (R sortant, H entrant, D , L), s'il est *accordé* — le flux continue de l'autre côté ; un lien désaccordé appartient à la membrane mais ne transmet rien. Pour une membrane de B liens, dont F_x transmettent le flux x :

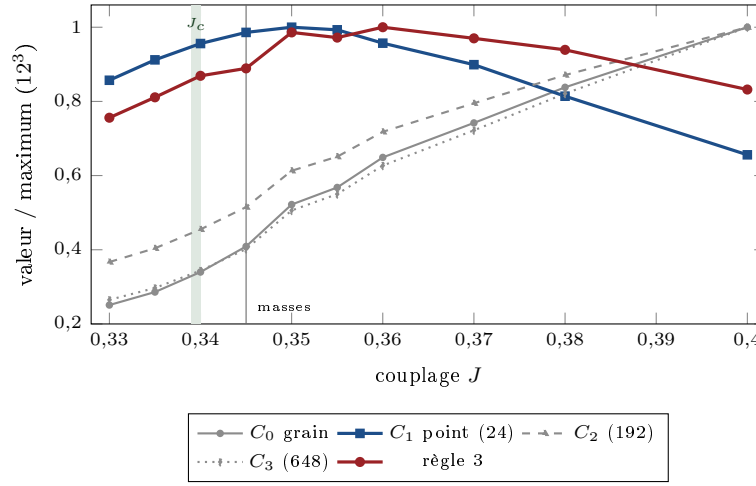
$$C = \prod_{x \in \{R, D, H, L\}} \frac{F_x}{B/4},$$

qui vaut 1 pour quatre flux égaux et tous transmis.

Deux faits sont exacts, à tous les niveaux et pour tout J :

- **le grain est complet** : un grain seul a une patte de chaque type, sa membrane porte toujours $1 \times 1 \times 1 \times 1$;
- **$R = H$ à toute membrane** : les chaînes hiérarchiques sont fermées, chacune sort autant de fois qu'elle entre — un système n'accumule pas de hiérarchie : parmi les liens hiérarchiques de toute membrane, la moitié exacte sort (R) et l'autre entre (H).

Le second fait a une conséquence que la section 8 utilisera : en N_0 , aucun système ne reçoit d'apport hiérarchique net ($\varphi = H - R = 0$) ; il ne peut donc ni grandir ni rejeter ses déchets durablement — un rejet sans apport n'existe qu'en fluctuation (C97).



Sur 10 368 grains, chaque courbe ramenée à son maximum : la complexité de chaque niveau (C_0 à C_3), et la durabilité des quatre niveaux ensemble (première règle, fixée d'avance, rouge). Bande verte : le seuil ; trait : le J des masses.

Le point (24 grains) est à part : c'est le seul niveau où C est à *lui seul* un compromis — quand l'ordre monte, ses liens s'accordent, mais sa membrane se déséquilibre. Le grain et les grands niveaux, eux, suivent simplement l'accord des liens.

4.3 La complexité est une divergence

Notons p_x la part des liens de la membrane qui transmettent le flux x , et $1-a$ la part de ceux qui ne transmettent rien. L'échange *idéal* u est celui des quatre flux à parts égales, tous transmis. Alors, exactement (C93) :

$$C = e^{-4\text{KL}(u \parallel p)}, \quad \text{KL}(u \parallel p) = \underbrace{-\ln a}_{\text{perte}} + \underbrace{\text{KL}(u \parallel q)}_{\text{déséquilibre}}, \quad (11)$$

où q est la composition des flux transmis. **La complexité mesure l'écart entre l'échange réel et l'échange idéal**, en deux parts : la **perte** — les liens qui ne transmettent pas, fruit du désordre ; le **déséquilibre** — les types de flux qui manquent, fruit de l'ordre. C'est la loi de la cloche du programme : la complexité est nulle à ses deux bords, ses « deux morts » — la fusion, où l'ordre figé ne distingue plus rien, et la dispersion, où plus rien ne tient —, et culmine entre les deux.

Quels niveaux voient l'ordre. On compare les membranes dans le vide parfait (tout accordé) et dans le désordre complet ($J = 0$) :

niveau	fermés à un flux		équilibre $\prod 4q_x$		
	vide	désordre	vide	désordre	
grain (1)	0	0	1	1	complet par construction
point (24)	100 %	2 %	0	0,75	l'ordre le ferme
point de points (192)	0	0	0,54	0,95	l'ordre le déséquilibre
rayon 2 (648)	0	0	0,97	0,97	aveugle à l'ordre
rayon 3 (1 536)	0	0	1,00	0,98	aveugle à l'ordre

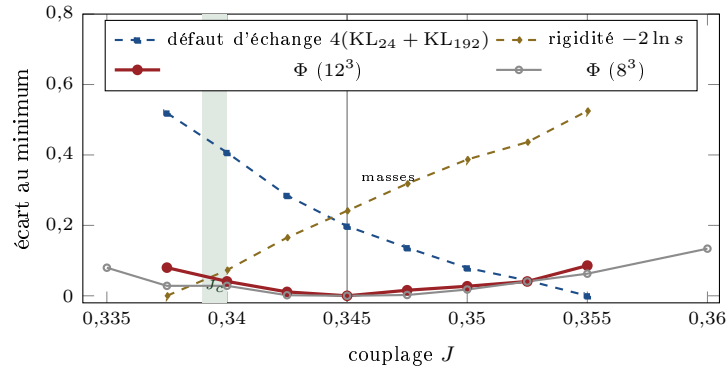
Dans le vide parfait, chaque point est fermé à la moitié des flux — sa membrane est toute hiérarchique ou toute réciproque : l'ordre complet partage les familles en familles « d'autorité » et familles « d'échange ». Le point de points reste ouvert, mais l'ordre le déséquilibre. Au-delà, la membrane couvre assez du motif du vide pour que les quatre flux la traversent à parts égales : **ces niveaux sont aveugles à l'ordre**, et leur C ne contient que la perte — c'est une mesure d'ordre, pas de complexité. **Seuls le point et le point de points ont une complexité au sens du programme** : une perte *et* un déséquilibre.

4.4 Ce que le vide minimise

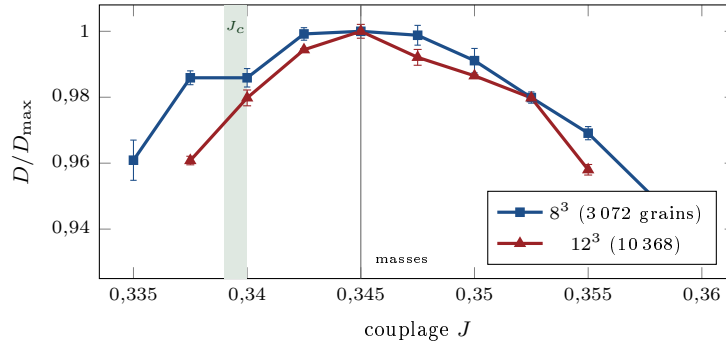
La durabilité de ces deux niveaux, $D = \sqrt{C_{24} C_{192}} s$, où s est la liberté (l'entropie par grain des fluctuations au-dessus de l'ordre parfait, obtenue par intégration thermodynamique), est maximale là où est minimale

$$\Phi(J) = 4\text{KL}_{24} + 4\text{KL}_{192} - 2\ln s, \quad (12)$$

le défaut d'échange des membranes qui voient l'ordre, plus la rigidité. Quand J croît, la perte baisse, le déséquilibre monte, la rigidité monte : Φ a un minimum net (figure ci-dessous).



Les deux parts de Φ (chacune ramenée à son minimum) et leur somme : minimum à $J = 0,3454 \pm 0,0005$ sur 10 368 grains ; plus plat sur 3 072 grains, $0,344 \pm 0,002$ (C92, CT3).



La durabilité « point + point de points », $D = \sqrt{C_{24}C_{192}} \times s$, sur grille fine, ramenée à son maximum (barres : dispersion des répliques). Bande verte : le seuil ; trait : le J des masses.

Le vide de N_0 [C]

Le minimum de Φ est à $J = 0,3454 \pm 0,0005$ sur 10 368 grains, retrouvé par un moteur et une mesure réécrits indépendamment ($0,3453 \pm 0,0007$, CT3) ; sur 3 072 grains le minimum est plus plat ($0,344 \pm 0,002$, compatible) : **1,7 % au-dessus du seuil**. C'est là que trois rapports de masses tombent à 0,3 en logarithme au plus (section 5) ; les masses n'ont pas servi à fixer cette zone, mais elles règlent la valeur à l'intérieur ($J = 0,3451$, §10.5).

Une seconde lecture, au passage à N_1 . À partir de N_1 , le programme lit L comme le flux *interne* qui lie les éléments d'un système : un lien L qui traverse la membrane est de la cohésion perdue, non un échange. Avec cette définition, seul le point a une complexité qui passe par un maximum, et **le point seul place le vide à $J = 0,3461 \pm 0,0005$** , à moins de 0,001 du résultat précédent (C95). Les deux lectures — celle de N_0 (deux niveaux, L comme flux de membrane) et celle du passage à N_1 (le point seul, L interne) — donnent le même vide.

4.5 Ce qui est établi, et la prudence

Prudence : la règle 1 [E]

La règle « seuls les niveaux à complexité propre entrent dans la durabilité » a été formulée *après* une lecture inverse : parmi les quinze combinaisons de niveaux, une seule — le point et le point de points — tombait à 0,345, ce qu'on attend à peu près une fois sur deux par hasard (C92). Elle se justifie ensuite par la géométrie seule (la décomposition (11) et la table des niveaux), sans regarder les masses, et elle est stable d'une taille à l'autre. Une première règle, fixée d'avance avec les quatre niveaux, plaçait le vide à 0,358, 5 % au-dessus du seuil, **loin du J des masses**. La règle retenue reste donc **une hypothèse forte sur la structure**, appuyée par la seconde lecture (C95).

la règle	N_4 : la société	N_0 : le vide
l'individu est complet	chacun reçoit et donne de tous les types de lien	un grain : $R \times D \times H \times L = 1$ toujours
on ne thésaurise pas la hiérarchie	ce qu'un groupe reçoit d'en haut, il le rend	$R = H$ à toute membrane
la famille est le niveau du compromis	trop de règle la ferme, trop peu la dissout	le point : perte et déséquilibre à la fois
les grands ensembles ne voient pas l'ordre local	une nation ne sent pas l'organisation d'une rue	648 grains et plus : aveugles à l'ordre
le plus durable est juste au-dessus du seuil	une société assez ordonnée pour tenir, assez libre pour s'adapter	$J = 0,3454$, 1,7 % au-dessus de J_c

Tableau 14: Correspondances N_4/N_0 pour le vide.

5 Les familles et leurs masses

Les trois familles sont les trois organisations qu'un amas peut porter par rapport au vide : a (la troisième génération, alignée sur le vide), s (la deuxième), l (la première). Leurs masses se lisent comme des probabilités d'équilibre (équation (9)), au J que fixe la section 4. Cette section montre quel amas porte une famille, quels rapports de masses en sortent sans paramètre, ce qui sépare les quarks d des leptons, et comment les deux premières générations se mélangent.

5.1 Une famille est l'organisation d'un point

Si la famille d'un nœud de matière était l'organisation d'un seul grain, ses défauts coûteraient peu au point d'équilibre $J_t = 0,345 \pm 0,01$ (première estimation du J du vide, que la durabilité fixe ensuite à 0,3454, section 4) : la *forme* de la hiérarchie serait juste, mais **son échelle trois à quatre fois trop faible** en logarithme. Un nœud n'occupe pas un grain : il occupe un *point* de l'arène, que 24 grains entourent. Si sa famille est l'organisation de tout l'amas — un ensemble de grains est un système, avec ses propriétés propres —, son coût est celui de l'amas entier dans l'organisation p (C86) :

amas porteur ($J \approx 0,35-0,36$)	grains	$m_3 : m_2 : m_1$	R
un grain (C80)	1	$1 : \frac{1}{2,5} : \frac{1}{16}$	0,34
deux voisins (C81)	2	$1 : \frac{1}{4,5} : \frac{1}{26}$	0,46
anneau de 4	4	$1 : \frac{1}{2,8} : \frac{1}{59}$	0,26
anneau de 6	6	$1 : \frac{1}{5,3} : \frac{1}{24}$	0,53
le point (étoile, C73)	24	$1 : \frac{1}{12} : \frac{1}{250}$ ($J_t \pm 0,01 : \frac{1}{7} - \frac{1}{20} ; \frac{1}{200} - \frac{1}{310}$)	0,45
observé, quarks d, s, b		$1 : \frac{1}{53} : \frac{1}{1\,000}$	0,57
observé, leptons		$1 : \frac{1}{17} : \frac{1}{3\,600}$	0,35
observé, quarks u, c, t		$1 : \frac{1}{277} : \frac{1}{135\,000}$	0,48

Le point donne l'essentiel de l'échelle : $1 : \frac{1}{12} : \frac{1}{250}$ contre $1 : \frac{1}{30} : \frac{1}{1\,900}$ observé en moyenne (quarks d et leptons) — environ les trois quarts de la hiérarchie en logarithme, sans autre réglage que celui de J . L'échelon $N_{0,3}$ de l'escalier (le réseau, le point) est celui où la famille existe.

5.2 La suppression suit les multiplets

Dans le nœud, le projecteur de famille commute avec tout son contenu : **la suppression d'une famille ne dépend pas de la couleur**, elle s'attache aux *champs*, c'est-à-dire aux multiplets (C87). Si chaque multiplet X supprime la famille k d'un facteur $e^{-f_k^X}$, le « total » de la hiérarchie $T = \ln(m_3^2/(m_1 m_2))$, insensible à la façon dont elle se répartit entre les deux familles légères, vaut

$$T_u = 2T_{10}, \quad T_d = T_e = T_{10} + T_{\bar{5}}. \quad (13)$$

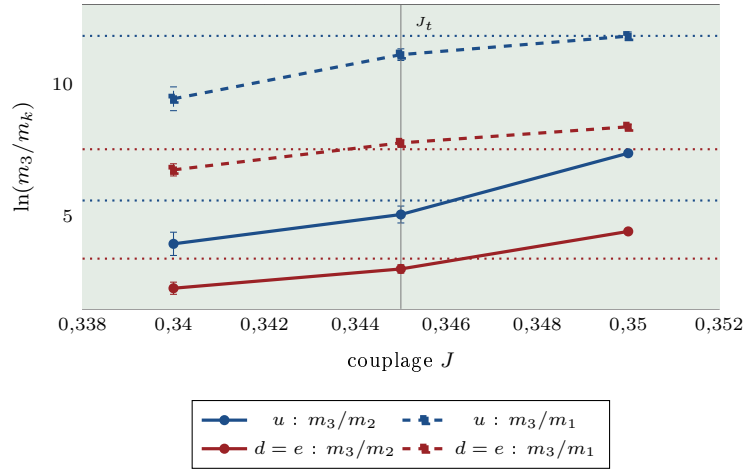
$T_d = T_e$ **ne dépend d'aucun paramètre** — tant que d et e reçoivent le même accord entre familles ; le quart d'accord de l'électron (§5.8, C181) la déplace à $T_d - T_e = -0,17$.

échelle	T_u	T_d	T_e	$T_d - T_e$	$T_{10} ; T_{\bar{5}}$
M_Z	$17,43 \pm 0,17$	$10,95 \pm 0,11$	11,015	$-0,07 \pm 0,11$	8,7 ; 2,2
10^{12} GeV (course du MS)	—	$10,75 \pm 0,12$	11,016	$-0,27 \pm 0,12$	—

$T_d = T_e$ **tient à 0,6% près** à M_Z ($-0,17$ avec le quart d'accord de l'électron, à $-0,9$ erreur) (masses de Huang–Zhou 2021 [12], C167) ; à haute échelle, dans la course du Modèle standard, la différence grandit : l'échelle à laquelle valent les rapports de N_0 relève de la course, donc de N_1 . Ce qui distingue les quarks u n'est donc pas la couleur mais le multiplet : le **10** est quatre fois plus supprimé que le **5** ($T_{10} \approx 8,7$, $T_{\bar{5}} \approx 2,2$). Parmi les amas, le point a le plus grand total (8,1) et le grain le plus petit (environ 3) : **le 10 est porté par le point, le 5 par le grain**.

5.3 Quatre rapports sans paramètre

L'attribution prédit plus que les totaux : les quatre rapports un par un (équation (10)). Deux d'entre eux — la répartition de chaque total entre m_2 et m_1 — n'ont servi à rien dans le choix de l'attribution : **c'est une épreuve neuve** (C88).



Les quatre rapports prédits (C88 : quatre graines de 3072 grains, séries courtes ; les valeurs refaites au J du vide sont dans le tableau ci-dessous) autour du point d'équilibre, et les valeurs observées (pointillés, même couleur). Les quatre croisent leur valeur observée entre $J = 0,343$ et $0,350$.

	quarks u		quarks $d = \text{leptons}$	
	$\ln(m_3/m_2)$	$\ln(m_3/m_1)$	$\ln(m_3/m_2)$	$\ln(m_3/m_1)$
près du seuil, $J = 0,341, 8^3$	4,83	10,82	2,84	7,55
près du seuil, $J = 0,341, 12^3$	4,01	10,15	2,36	7,17
à $J = 0,345, 8^3$	5,74	11,50	3,42	8,08
à $J = 0,345, 12^3$	5,62	10,87	3,34	7,71
contrôle CT4 : $J = 0,3454, 8^3 \text{ à } 16^3$	5,62	11,08	3,34	7,82
observé (M_Z)	5,60	11,83	3,40 [†]	7,54 [†]

[†] moyenne des quarks d et des leptons (C87, C88).

Quatre rapports de masses [C]

Au J que fixe la durabilité (moteur récrit, 3072 à 24576 grains, CT4), **trois rapports sur quatre sont à 0,3 au plus en logarithme de l'observé** : m_t/m_c (5,62 contre $5,60 \pm 0,03$), et la moyenne des quarks d et des leptons pour les deux générations (3,34 contre 3,40 ; 7,82 contre 7,54). Chacun des quatre croise sa valeur observée entre $J = 0,343$ et $0,350$: **un seul J rend compte des quatre**, juste au-dessus du seuil.

Le quatrième rapport. m_t/m_u reste court : 11,08 (de 11,07 à 11,10 sur 3072, 10368 et 24576 grains, CT4), contre $11,83 \pm 0,17$: le quark u est environ deux fois trop lourd (C115, CT4). L'écart est propre à la famille l ; le §5.7 le reprend.

5.4 Quarks d et leptons : $B - L$ sur quatre anneaux

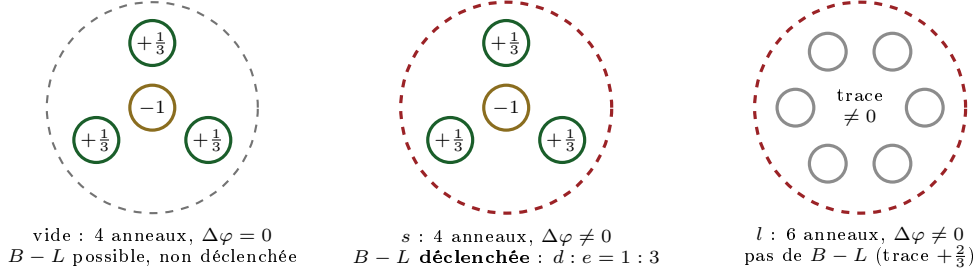
L'attribution prédit $d = e$; pour les deux premières générations, les données les écartent de $\pm \ln 3$ de part et d'autre de la prédiction ($m_s \approx m_\mu/3$, $m_d \approx 3m_e$, alors que $m_b \approx m_\tau$) — le motif de Georgi–Jarlskog. Ce facteur 3 est celui de la charge $B - L$: $\frac{1}{3}$ pour un quark, 1 pour un lepton.

Le déclencheur. Dans les familles s et l , la hiérarchie de la famille sur son environnement — l'offre de liens accordés de ses 24 grains rapportée à la demande des 24 grains qui leur font face — dépasse celle des familles du vide : $\Delta\varphi_s \approx \Delta\varphi_l \approx +0,08$; 80 % des familles s et 84 % des familles l sont au-dessus de la moyenne du vide (C106, C107 ; 10368 grains, CT4). Le terme $B - L$ est déclenché dans les défauts, pas dans le vide.

Le support. Une charge de jauge est sans trace, et elle respecte la symétrie de l'intérieur qui la porte.

Proposition 16 (Un générateur sur quatre anneaux $[A]$; son identification à $B - L$ $[G]$). *Les quatre anneaux d'un intérieur a ou s sont permutés par la symétrie du point comme les quatre diagonales d'un cube : $\mathbf{4} = \mathbf{1} + \mathbf{3}$ sous $T_d \simeq S_4$. Il existe alors un seul générateur de trace nulle qui commute avec cette symétrie, à l'échelle près : -1 sur le singulet et $+\frac{1}{3}$ sur chacun des trois états du triplet. Sur les six anneaux de l ($\mathbf{6} = \mathbf{1} + \mathbf{2} + \mathbf{3}$), les générateurs de trace nulle qui commutent forment un plan : aucune charge n'y est fixée.*

Le triplet des anneaux est la même représentation de S_4 que le triplet de couleur du nœud (§6.4) : la charge que fixe la proposition compte le lepton comme une quatrième couleur, avec le rapport -3 des leptons aux quarks — c'est $B - L$. Seule son échelle est une convention, la charge -1 du lepton. $B - L$ n'existe donc que sur un intérieur à quatre anneaux : le vide et s peuvent la porter, l ne le peut pas. Ce support n'est pas un choix [A] ; le déclenchement dans les défauts et le passage du couplage par $B - L$ restent la règle 2 [D]. L'argument remplace celui de la trace, qui supposait les valeurs -1 et $+\frac{1}{3}$. *Vérfié pour cet article* : commutants de dimension 2 (quatre anneaux) et 3 (six anneaux).



Tirets rouges : famille déclenchée ($\Delta\varphi \neq 0$). Seule s réunit le déclencheur et le support $4 = 1 + 3$.

Règle 2 [D] (fixée avec l'auteur avant le calcul, C107)

Dans une famille déclenchée qui porte $B - L$, le couplage du $\bar{5}$ passe par $B - L$: Clebsch $\frac{1}{3}$: -1 , soit $1 : 3$ entre d et e ; le 10 (donc u) n'est pas touché. La valeur de N_0 est la moyenne géométrique de d et de e .

$\ln(m_3/m)$	N_0 seul ($d = e$)	avec $B - L$ sur s	observé	écart avec la règle	écart sans
d , 2 ^e génération (b/s)	3,33	3,88	$3,98 \pm 0,09$	$-0,10$	$-0,65$
e , 2 ^e génération (τ/μ)	3,33	2,78	2,83	$-0,05$	$+0,50$
d , 1 ^{re} génération (b/d)	7,84	7,29	$6,97 \pm 0,07$	$+0,32$	$+0,87$
e , 1 ^{re} génération (τ/e)	7,84	8,39	8,18	$+0,21$	$-0,34$
$d - e$ (2 ^e ; 1 ^{re})	0 ; 0	$+1,10$; $-1,10$	$+1,15 \pm 0,09$; $-1,21 \pm 0,07$		

N_0 : énergies libres mesurées sur 16 graines indépendantes (12^3 , $J = 0,3454$, C179, C180) ; observé : masses courantes à M_Z (Huang-Zhou 2021 [12]) ; u : 5,60 contre $5,60 \pm 0,03$; 1^{re} génération : sous la texture supposée.

Deuxième génération : les deux rapports tombent à moins de 0,1 en logarithme, et $d - e = +1,10$ contre $+1,15 \pm 0,09$ observé. L'écart de la première génération, de signe opposé, demande que la famille l hérite du facteur par s : c'est l'objet du §5.6.

5.5 Les mélanges

La matrice des couplages de N_0 est $Y_{pq} = e^{-F(p,q)}$, avec, dans la base (a, s, l) ,

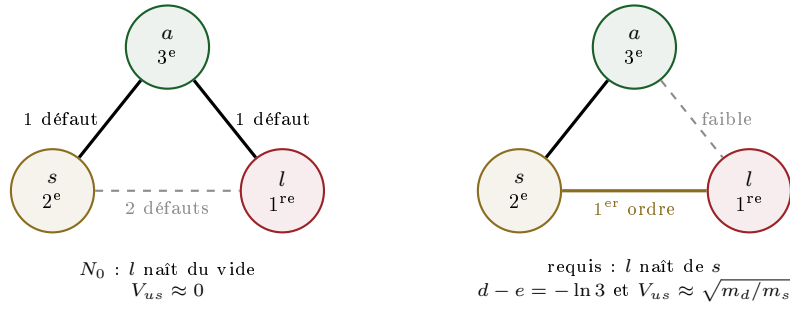
$$F = \begin{pmatrix} 0 & \Delta F_s & \Delta F_l \\ \Delta F_s & \Delta F_s & \Delta F_s + \Delta F_l \\ \Delta F_l & \Delta F_s + \Delta F_l & \Delta F_l \end{pmatrix} : \quad (14)$$

un même anneau renversé désaligne deux voisins, d'où $F(a, p) \approx F(p, p)$; passer de s à l en demande deux (C81, C108).

	$ V_{us} $	$ V_{cb} $	$ V_{ub} $
texture de N_0 (W1)	$< 10^{-4}$	0,033	0,0004
texture de Georgi-Jarlskog supposée, $\delta = \pi/2$ (W2)	0,196 (0,119 à 0,250 selon δ)	—	—
observé	0,2250	0,0410	0,0038

W1 : ΔF de CT4 ($J = 0,3454$) : u (5,62 ; 11,08), d (3,34 ; 7,82) ; CKM = $U_u^T U_d$. W2 : $|V_{us}| = |\sqrt{m_d/m_s} - e^{i\delta} \sqrt{m_u/m_c}|$ avec d de C107 et u de C89 (avec les masses observées : 0,234).

$|V_{cb}| = 0,033$ (observé 0,041) : le mélange entre la troisième et la deuxième génération a le bon ordre. $|V_{ub}|$ est neuf fois trop petit dans cette texture (§5.7 le reprend), et, lu par le couplage de deux voisins, le lien $s-l$ est du second ordre : les deux premières générations ne se mélangeraient pas. Or la première génération et l'angle de Cabibbo demandent ensemble la même structure : **la famille légère doit naître de la famille intermédiaire**, non du vide. Les liens mesurés directement au bord, entre points et grains (C145, C147), ne remplacent pas cette texture : pris tels quels, ils sont asymétriques et dégradent les masses, et $|V_{cb}|$ y dépend d'une phase que la règle ne fixe pas. La texture de C81 reste celle du modèle ; ses liens entre familles sont renforcés au grain (§5.8).



Traits pleins : liens du premier ordre. À gauche, N_0 lu par le couplage de deux voisins (C81) ; à droite, ce que demandent ensemble la première génération et l'angle de Cabibbo.

5.6 La première génération : la famille légère naît de l'intermédiaire

Le passage existe. Dans une famille s déjà formée, un renversement d'anneau de six grains fait passer ses grains directement en l : **le passage $s \rightarrow l$ est du premier ordre pour une famille** (C109). Mais dans la dynamique de N_0 , **86 à 90 % des familles l naissent du vide** (3072 et 10368 grains, CT4) — non par la force du lien (une famille s engendre une famille l deux fois plus souvent qu'une famille du vide), mais par le nombre (quinze fois plus de familles du vide disponibles).

La lecture linéaire. Une masse se lisant comme une probabilité, un passage se lit linéairement : la masse de la famille l se partage entre la part née du vide et la part née de s , et seule la seconde hérite du facteur $B - L$ (C110).

masse de la famille l (C109)



$\downarrow$
 $\times \sqrt{3}$ pour d , $\div \sqrt{3}$ pour e
 (hérite de $B - L$ par s)

Georgi-Jarlskog pur : 100 % née de s , d'où $d - e = -\ln 3$

Seule la part née de s hérite du facteur de $B - L$; la part née du vide le dilue.

Avec la part mesurée (10 à 14 % née de s), $d - e = -0,11$ à $-0,16$ (observé $-1,28$) et $|V_{us}| = 0,07$ (observé 0,225) : le signe est juste, la taille non. Les deux contraintes désignent la même quantité, la part des familles l née de s : il faudrait qu'elle soit proche de 1.

Règle 4 [D] : « l naît de s » (validée par l'auteur, C125 ; forme locale, C154)

Un grain ne passe pas directement de l'organisation du vide à l'organisation longue l , ni de l au vide : il passe par s . **Le vide d'un grain est celui de ses systèmes** : l'organisation courte majoritaire parmi les grains de ses quatre points (à égalité, les deux courtes comptent comme vide). Un mouvement est refusé s'il fait passer un grain directement entre l et son vide, évalué avant *et* après le mouvement ; la dynamique de N_0 est inchangée par ailleurs.

Le temps de N_0 n'ayant ni orientation ni écoulement (§3.9), cette règle se lit comme une **contrainte de voisinage dans l'espace des états** et non de durée : pour un grain, l et le vide ne sont jamais séparés par un seul renversement, s est toujours l'intermédiaire. Ce n'est pas un voisinage dans l'espace : une association l peut border le vide. La vérification le confirme (C140) : le voisinage des états redonne exactement le résultat ci-dessous et garde les bords l | vide, alors qu'interdire tout contact entre un grain l et un grain du vide **éteint la famille légère** (F_l au point passe de 5,8 à environ 30). *La filiation n'est pas le voisinage.*

Une règle qui *ferme un chemin* sans changer les poids doit laisser les masses d'équilibre intactes. Évaluée avant et après chaque mouvement, la règle est symétrique (un mouvement est permis si et seulement si son inverse l'est) : l'équilibre détaillé tient, vérifié par énumération exacte (C154). Le vide d'un grain étant celui de ses points, la règle vaut à toute taille : sur 3072, 10368 et 24576 grains, elle refuse 22 % des mouvements alternés, **aucun grain ne passe en l depuis son vide, le vide et la famille s sont intacts** ; au grain, l ne bouge pas (F_l^{gr} : $-0,006 \pm 0,007$), mais au point, mesurée sur 38 et 64 graines indépendantes, la règle abaisse F_l^{pt} de $0,04 \pm 0,03$, à peine significatif (C185) : partant du vide ordonné, elle restreint les chemins, et l'équilibre mesuré est celui de la composante atteignable. Or **les énergies libres sont des poids d'états** : le temps de N_0 ne s'écoulant pas, elles se mesurent sur tout l'espace des états, sans la restriction de chemins ; la règle fixe la *structure* de la première génération, non les poids (C180). Entrées, mesurées sur 64 graines indépendantes

en 12^3 : $F_s^{\text{pt}} = 2,79$, $F_l^{\text{pt}} = 5,51$, $F_s^{\text{gr}} = 0,529$, $F_l^{\text{gr}} = 2,274$; en 16^3 , les énergies libres du point sont plus hautes de 0,04 : cet effet de taille est compté dans l'incertitude du modèle (C186). Une première forme, rapportée au vide *dominant du réseau entier*, déplaçait le vide sur 10 368 grains, où deux organisations courtes coexistent par domaines (CT4) : la forme locale la remplace.

première génération	sans la règle (C110)	avec la règle (C154)	observé
$u (\ln m_t/m_u)$	11,08	10,90 à 11,26	11,83
$d (\ln m_b/m_d)$	7,74	7,16 à 7,38	6,90
$e (\ln m_\tau/m_e)$	7,87	8,26 à 8,48	8,19
$d - e$	-0,14	-1,10	-1,28
$ V_{us} $ (Cabibbo, $\delta = \pi/2$)	0,07	0,185 à 0,207	0,225

Valeurs de N_0 de CT4 ($J = 0,3454$, 8^3 à 16^3) ; avec la règle, décalage mesuré nul, bornes à une erreur ; forme de Georgi–Jarlskog entière (toute l née de s).

La première génération [D]

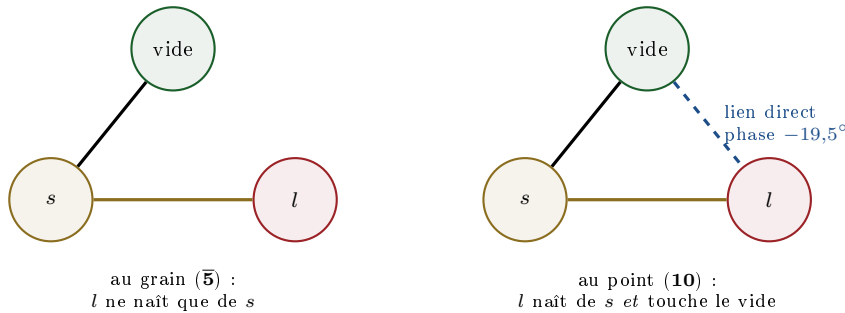
Avec la règle, $d - e = -\ln 3 = -1,10$ (observé -1,28) et $|V_{us}| = 0,19$ à $0,21$ (observé 0,225) ; d et e s'approchent de l'observé à 0,3–0,5 et 0,1–0,3 près (le demi-accord de §5.8 achève le rapprochement). Restent m_u et V_{ub} (§5.7).

5.7 Les systèmes ne sont pas seulement emboîtés : le lien direct du point au vide

Deux écarts restent dans la première génération des quarks : la masse du quark u et l'élément $|V_{ub}|$. Avec la règle de la famille légère (§5.6), la texture complète comporte un lien direct $s-l$; $|V_{ub}|$ y vaut 0,0021, et non 0,0004 comme dans la texture de §5.5. Mais elle impose aussi $|V_{ub}|/|V_{cb}| = \sqrt{m_u/m_c}$ exactement : corriger la seule masse de u ferait *descendre* $|V_{ub}|$ à 0,0015. **Les deux écarts sont liés, et tirent en sens contraire** ; il faut une structure qui alourdisse la suppression de u et renforce le mélange entre la première et la troisième génération (C137).

Les systèmes ne sont pas seulement emboîtés

Un système agit aussi directement sur des niveaux qui ne le contiennent pas, ou qu'il ne reçoit que par un intermédiaire. Au **point** (24 grains, où vit le **10**), la famille légère garde donc un **lien direct avec le vide**, en plus de sa naissance par s — que ses grains, eux, ne reçoivent que par s .



Le même réseau, lu à deux niveaux : le point, système de grains, garde avec le vide un lien que ses grains n'ont pas.

Règles 8, 10 et 11 (B1, B2 fixées avant le calcul [D] ; B3, B4 trouvées en connaissant l'angle visé [E] ; C

(**B1**) le lien direct vide- l existe au point ; (**B2**) il vaut la probabilité jointe de deux points liés, l'un dans le vide, l'autre dans l : $Y_{al} = P(a, l)/P(a, a)$, mesurée dans le vide de N_0 ; si le côté vide n'apportait rien (moitié d'identité, §8.6) et que les points étaient indépendants, son coût serait celui du seul côté l , F_l^{pt} ; (**B3**) sa phase : il vit au point, dont la symétrie est le tétraèdre régulier (§6) ; le pas entre deux pattes du point est l'angle tétraédrique, $\arccos(-1/3) = 109,47^\circ$; la filiation (Cabibbo, au grain, $+90^\circ$) et le lien direct quittent le point l par deux pattes différentes, et le lien direct, vers l'extérieur, est lu en sens inverse : phase $90^\circ - 109,47^\circ = -19,47^\circ$ (C177). (**B4**) Prélever dans le vide demande de formater une identité brute : le formatage se fait dans le système, quand il transforme la ressource en sa propre identité — sur la filiation $s-l$ du secteur u — et coûte l'effacement d'un bit, $\ln 2$ (C174) ; la ressource elle-même, brute, n'est pas formatée sur le lien direct.

B3 et B4 ont été éprouvées (v106) contre cinq phases et quatre formatages rivaux, fixés d'avance avec leur raison : des trente combinaisons, la leur reste la meilleure ($\chi^2 = 61$ avec les entrées de CT8) ; les phases qui ramènent $\sin 2\beta$ font sortir γ de 4 à 10 erreurs (annexe A.6).

	sans lien direct	phase $\pi/2$ (CT4)	B3, B4 (C177)	observé
coût du lien, au-delà du seul côté l	—	$+0,46 \pm 0,05$	mesuré 0,48 (12^3), 0,41 (16^3) [‡]	—
$\ln(m_t/m_u)$	11,08	11,52–11,65	11,60	$11,83 \pm 0,17$
$ V_{ub} $	0,0021	0,0030–0,0032	0,0037	$0,0038 \pm 0,0002$
$\gamma ; \sin 2\beta$	—	$116^\circ ; 0,52$	$67,1^\circ ; 0,737$	$65,9^\circ ; 0,708$
$ J_{\text{CKM}} $	—	$2,7 \times 10^{-5}$	$3,0 \times 10^{-5}$	$3,1 \times 10^{-5}$

[‡] C185, C202 ; la règle « prélever également » donnait $+0,55$ (C139) : réfutée. Colonnes 2–3 sans le demi-accord ni la cuisine ; colonne 4 avec la texture complète (demi-accord κ , cuisine B4), entre parenthèses l'étendue sur les entrées à une erreur. Coût mesuré : deux répliques sur 10 368 grains, coût ajouté à $F_l^{\text{pt}} = 5,48$. Contrôle : huit séries de 3 072 à 24 576 grains, coûts de 0,39 à 0,54 (8^3 , 12^3 , 16^3 , avec et sans la règle de C125), coût ajouté à $F_l^{\text{pt}} = 5,54$.

Le lien direct du point au vide [E]

Le lien coûte un peu plus que le seul côté l ($+0,46 \pm 0,05$) : deux points voisins, l'un vide et l'autre l , se repoussent — le côté vide paie la frontière ; ce coût **dépend peu de la taille** ($+0,39$ à $+0,54$ de 3 072 à 24 576 grains). Avec ce lien, **les deux écarts se réduisent ensemble**, sans paramètre ajusté : $\ln(m_t/m_u) = 11,52\text{--}11,65$ (observé 11,83) et $|V_{ub}| = 0,0030\text{--}0,0032$ (observé 0,0038) ; V_{us} et V_{cb} ne bougent pas. **Le coût du lien est mesuré, non prédit** : $0,483 \pm 0,019$ sur 64 graines dans le vide sans la règle (C185) ; la règle « le système prélève également dans tous les systèmes disponibles » (un tiers au vide, par la moitié d'identité) donne $\frac{1}{2} \ln 3 = 0,55$, **à $-3,5$ erreurs**, dans un test fixé avant la mesure : elle est réfutée. Avec l'angle du point et la cuisine (B3, B4), **le triangle d'unitarité se ferme** : $\gamma = 67,3^\circ$, $\beta = 22,7^\circ$ ($\sin 2\beta = 0,711$), $\alpha = 90,0^\circ$, $(\bar{\rho}, \bar{\eta}) = (0,149, 0,356)$ pour (0,156, 0,355) observé, les huit grandeurs du secteur à moins de 2 erreurs, sans paramètre ajusté (C177) ; avec les entrées mesurées sur 64 graines dans le vide sans la règle et l'incertitude de taille (C186), les huit grandeurs tombent à moins de 1,5 erreur ($\sin 2\beta = 0,737$, $\gamma = 67,1^\circ$), et $|J_{\text{CKM}}| = 3,0 \times 10^{-5}$ ($-0,5$) ; la phase CP est juste, et $|V_{cb}|$, $|V_{ub}|$ tombent sur leurs déterminations exclusives [15] (C183). Les règles B3 et B4 ont été trouvées en connaissant l'angle visé, puis justifiées par la géométrie du point et par le formatage d'une identité brute.

la règle	N_4 : la société	N_0 : la première génération
un système n'est pas seulement emboîté	un homme vit dans une famille, une ville, un État, et dans un milieu biophysique dont les sous-niveaux n'ont rien de commun avec ceux de l'État	le point est dans le point de points, et lié directement au vide
on agit sur un niveau sans passer par ceux qui le contiennent	on respire l'air et l'on boit l'eau sans passer par la ville ni par l'État	le 10 léger touche le vide sans passer par s
agir sur un milieu organisé autrement a un coût de frontière	s'installer dans un milieu étranger demande un effort d'adaptation	le lien vide- l coûte $+0,46$ de plus que le seul côté l

Tableau 15: Correspondances N_4/N_0 pour le lien direct entre niveaux.

5.8 Les liens entre familles au grain

Deux petits écarts restaient dans le secteur d — $|V_{cb}|$ (0,033 pour 0,041) et le quark d de première génération (environ 0,3 trop léger en logarithme) —, et la méthode inverse demandait pour les réduire ensemble un même renforcement des liens entre familles, $\ln \kappa \approx 0,15$ (C144). Ni la couleur ni les liens de bord ne le fournissent (C144–C147). La masse de Dirac du neutrino vit au grain avec le $\bar{5}$, comme d^c ; son angle θ_{13} demande, par la même méthode, un renforcement du même ordre. D'où la règle.

Règle 9 [E] (fixée avec l'auteur, en connaissant la fenêtre visée ; C149, C181)

(K1) Au grain (le $\bar{5}$), les liens entre deux familles différentes — entrées (a, s) , (s, a) , (s, l) , (l, s) — sont renforcés d'un facteur κ ; les diagonales, les liens du point (le 10) et la masse de Majorana ne changent pas. (K2) La règle vaut pour les couplages du $\bar{5}$ qui restent dans le système : quarks d et leptons chargés. Elle ne vaut pas pour la masse de Dirac du neutrino : un déchet n'a plus l'identité du système qui le rejette (C155). (K3) $\kappa = e^{J/2}$: l'identité d'un grain a deux composantes — celle du système auquel il appartient, et sa propre organisation ; un lien accordé reçoit e^J parce que les deux coïncident. Entre deux familles d'un même système, seule la composante « système » coïncide : par la moitié d'identité (§8.6), le lien regagne *un demi-accord*.

Pourquoi au grain, et pas au point. La famille est portée par le point (§5.1) : le point est le système, ses grains en sont les sous-ensembles. Deux grains de familles différentes partagent le système qui les contient, et leur lien regagne la moitié commune. Deux *points* de familles différentes n'ont pas de système commun : leur lien n'a pas de demi-accord — ce que la mesure des liens de bord entre points a constaté (§5.5, C147). Le 10 , porté par le point, n'est donc pas renforcé ; le $\bar{5}$, porté par le grain, l'est.

La valeur vient du seul paramètre du modèle ($\ln \kappa = J/2 = 0,173$) ; elle a été choisie avant le calcul, entre deux lectures, sur ce critère. Elle est formulée en connaissant la fenêtre visée (0,10 à 0,20) : ce qui pèse n'est pas sa valeur, mais qu'un *seul* κ serve aux quarks d et aux leptons chargés. L'autre lecture, $\kappa = \sqrt{5/4}$ (l'alternance spatiale 2/2,5), est rapportée en contrôle. Le demi-accord n'est pas dans le poids du vide, $e^{JN_{acc}}$; cherché comme corrélation de paires de grains voisins (C150), il n'apparaît pas — $\ln \kappa(a, s) = -0,53$ (de 3 072 à 24 576 grains, CT4), pour 0 ou 0,173 attendus d'un lien isolé —, parce que les organisations du vide sont collectives : la corrélation de deux voisins mesure l'association entière. **La règle reste donc posée**, justifiée par le concept et par l'accord de deux secteurs, non dérivée du vide. **Elle a été éprouvée (v106)** contre sept rivales fixées d'avance (accord entier, quart d'accord, aucun, $\sqrt{5/4}$, demi-accord sur un seul des deux liens, accord entier sur la filiation) : avec les entrées de CT8, toutes font au moins $\chi^2 = 121$, contre 61 pour elle (annexe A.6).

	$ V_{us} $	$ V_{cb} $	$ V_{ub} $	$\ln(m_b/m_d)$	$\ln(m_\tau/m_e)$	$T_d - T_e$
sans renforcement	0,19–0,21	0,032	0,0031	7,14–7,35	8,25–8,46	0
règle : $\kappa = e^{J/2}$	0,223–0,243	0,039	0,0034	6,79–6,99	7,90–8,11	0
contrôle : $\kappa = \sqrt{5/4}$	0,21–0,23	0,037	0,0033	6,91–7,12	8,02–8,23	0
observé (M_Z)	0,225	0,041	0,0038	6,90	8,19	$-0,07 \pm 0,11$

Texture de C144–C145 (lien direct de C137 compris), énergies libres et coût du lien de CT4 ; les deux bornes viennent de la première génération avec la règle locale (C154). $\ln(m_b/m_s)$ et $\ln(m_\tau/m_\mu)$ ne bougent pas (3,92 ; 2,81 dans cette texture, pour 3,89 ; 2,79 en entrée) ; les valeurs de la première génération sont celles de la texture, à 0,02 près de l'entrée.

Un demi-accord entre familles [E]

Avec $\kappa = e^{J/2}$, sans paramètre ajusté, $|V_{cb}| = 0,039$ (observé 0,041), $|V_{us}| = 0,223\text{--}0,243$ (observé 0,225), $|V_{ub}|$ monte à 0,0034, et **le quark d de première génération tombe sur sa valeur** (6,79–6,99 pour 6,90). L'électron passe de 8,25–8,46 à 7,90–8,11 (pour 8,19) : l'écart change de signe sans grandir. Le neutrino n'est pas concerné : déchet, il n'a plus l'identité du système (§8.6, C155). Et l'électron n'en reçoit que la moitié : il entre par le doublet $L = (\nu, e)$, dont l'identité est partagée avec le neutrino, déchet ; le doublet ne regagne qu'à moitié, $\kappa_e = e^{J/4}$ (K4, C181) : alors $\ln(m_\tau/m_e) = 8,14$ en 12^3 , **8,19 en 16^3 , pour 8,18**, $\ln(m_\tau/m_\mu) = 2,80$ et 2,84 pour 2,83 (C186) ; $T_d - T_e$ passe à $-0,17$ ($-0,07 \pm 0,11$ observé à M_Z , C167).

la règle	N_4 : la société	N_0 : les liens entre familles
les sous-ensembles d'un système communiquent entre eux	dans une entreprise, le secteur commercial parle au secteur technique et au secteur administratif	au grain, les familles a , s , l sont liées entre elles
ce qu'on partage à demi lie à demi	le commercial et le technicien partagent l'entreprise, non le métier	un lien entre familles d'un même système regagne un demi-accord, $e^{J/2}$
sans appartenance commune, pas de bonus	deux entreprises différentes communiquent, mais sans l'appartenance qui facilite	entre deux points de familles différentes, aucun renforcement (C147)
une même règle vaut pour tous les services	la circulation interne est la même pour la production, la vente et la comptabilité	un seul κ pour d et e ; le neutrino, déchet, n'en est plus

Tableau 16: Correspondances N_4/N_0 pour les liens entre familles.

5.9 Ce qui est établi

résultat	statut	remarque
la famille est l'organisation d'un point	[C]	environ les trois quarts de l'échelle (en logarithme) au point, trop faible au grain (C86)
$T_d - T_e$	[B] (0) ; [E] avec K4	0 sans paramètre ; $-0,17$ avec K4 ; $-0,07 \pm 0,11$ observé à M_Z (C87, C167, C181)
m_t/m_c , $\langle d, e \rangle$ (2 générations)	[C]	à moins d'une erreur pour m_t/m_c et la 2 ^e génération ; la 1 ^{re} , à 0,25 sans le demi-accord, tombe à moins de deux erreurs avec lui (C88, C89, CT4, C168)
m_t/m_u	[E] règles 8, 10, 11	11,52–11,65 contre $11,83 \pm 0,17$ (CT4)
$d - e$, deuxième génération	[D] règle 2	+1,10 contre +1,13 ; support dérivé [A] (Prop. 16)
$ V_{cb} $	[E] règle 9	0,039 contre 0,041 (C108, C149)
d de première génération	[E] règles 4, 9	6,79–6,99 contre 6,90
$d - e$, première génération ; $ V_{us} $	[D] règle 4 ([E] avec 9)	$-1,10$; $0,19$ – $0,21$ sans κ , $0,223$ – $0,243$ avec (C154, C149)
$ V_{ub} $	[E] règles 8–11	0,0034 contre 0,0038

Tableau 17: Les familles et leurs masses : ce qui est dérivé, posé, ouvert.

la règle	N_4 : la société	N_0 : les familles
une identité se porte en groupe	une famille existe comme famille, pas comme somme d'individus	la famille est l'organisation d'un point
le statut se lit au champ, non au rôle	un rang social ne dépend pas du métier exercé	la suppression suit le multiplet, pas la couleur
les acteurs en marge ont une hiérarchie propre	une famille qui se distingue du quartier offre plus qu'elle ne demande	le déclencheur de $B - L$: $\Delta\varphi > 0$
ce qui naît d'une lignée en garde les traits	une entreprise essaimée garde la culture de sa maison mère	la famille l née de s hérite de $B - L$
on agit aussi hors de ses emboîtements	un homme agit sur son milieu biophysique sans passer par l'État	le point garde un lien direct avec le vide
fermer un chemin change le trajet, pas la population	une route fermée change les itinéraires, à peine le nombre d'habitants	la règle laisse s intacte

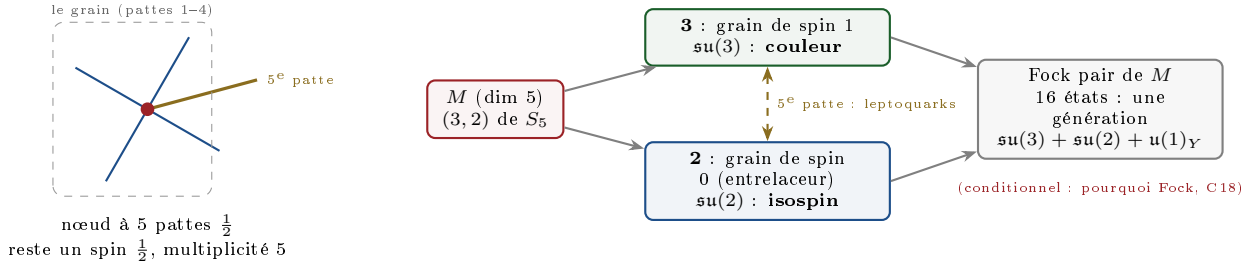
Tableau 18: Correspondances N_4/N_0 pour les familles.

6 La couleur, l'isospin et la chiralité

La section 3 a posé le nœud de matière et ses seize états. Cette section dit *où* la couleur et l'isospin sont protégés — non dans le grain, mais au point — et pourquoi la chiralité de la force faible n'appartient pas à N_0 .

6.1 Une génération dans un nœud

Un nœud à cinq pattes de spin $\frac{1}{2}$ garde un spin $\frac{1}{2}$ de multiplicité cinq : c'est l'espace M de ses cinq états. Les échanges entre ses pattes engendrent sur M toute l'algèbre $\mathfrak{u}(5)$; lu comme « le grain plus une cinquième patte », M se coupe en $\mathbf{3} + \mathbf{2}$ sous les permutations S_4 des pattes du grain (réalisées au point, §6.4), et les échanges du grain n'engendrent plus que $\mathfrak{su}(3) + \mathfrak{su}(2) + \mathfrak{u}(1)$ — l'algèbre du Modèle standard, de dimension 12 (C17). Les échanges avec la cinquième patte mélangent les deux blocs : ce sont les leptiquarks. L'espace de Fock pair de M a seize états : une génération.



Le nœud à cinq pattes : les échanges du grain donnent l'algèbre du Modèle standard (dimension 12), la cinquième patte les leptiquarks, et l'espace de Fock une génération.

6.2 Le groupe des opérations à deux modes

Proposition 17 (Les opérations à deux modes engendrent $\mathfrak{so}(10)$ [A]). *Lus comme fermioniques (C18), les cinq modes du nœud ont deux sortes d'opérations à deux modes : les échanges $a_i^\dagger a_j$, qui conservent le nombre de modes occupés, et les paires $a_i^\dagger a_j^\dagger$, $a_i a_j$, qui le changent de deux. Les échanges seuls engendrent $\mathfrak{u}(5)$; avec les paires, l'algèbre est $\mathfrak{so}(10)$, à une constante près. Toutes conservent la parité du nombre de modes, et $\mathfrak{so}(10)$ agit irréductiblement sur les seize états pairs : c'est la représentation spinorielle $\mathbf{16}$.*

Vérifié pour cet article : dimensions 25 et 45 (plus la constante), irréductibilité sur le secteur pair (commutant de dimension 1). Le groupe $\text{Spin}(10)$ de la connexion du §7.2 n'est donc pas choisi parmi d'autres : c'est le groupe qu'engendrent les opérations à deux modes, si le transport d'un nœud à l'autre en est fait [B]. Il contient le groupe du Modèle standard (les échanges du grain, §6.1), les leptiquarks (les échanges avec la cinquième patte) et les opérations de paires, qui relient l'état à zéro mode ν^c au $\mathbf{10}$; le condensat $\nu^c \nu^c$, dont le stabilisateur est $\mathfrak{su}(5)$ (§7.1), brise précisément ces dernières.

Proposition 18 (Relier deux nœuds est un élément de $\text{Spin}(10)$ [A]). *Comparer les modes de deux nœuds, c'est identifier les dix opérateurs de Majorana γ_k de l'un (parties réelle et imaginaire des a_i) à ceux de l'autre, sans changer leurs anticommutateurs. Une identification qui conserve la parité est une rotation $O \in \text{SO}(10)$ des γ_k (transformation de Bogoliubov) ; sur les états, elle se réalise par $U = \exp(\frac{1}{4} \sum_{k,l} A_{kl} \gamma_k \gamma_l)$, avec $O = e^A$, définie au signe près : un tour complet donne $U = -\mathbb{K}$. Le groupe des identifications est donc $\text{Spin}(10)$, revêtement double de $\text{SO}(10)$, qui agit sur les seize états pairs par la représentation $\mathbf{16}$.*

Une variable $U \in \text{Spin}(10)$ par lien, et la liberté de choisir en chaque nœud la base de ses modes, c'est exactement une connexion de jauge sur l'arène : **la connexion existe dès que des nœuds de matière sont comparés** [B], sous la lecture fermionique (C18). Sa *dynamique* suit de la règle d'accord du socle (Prop. 20, v120). Comme au grain (Prop. 3), c'est le revêtement double qui agit : le signe d'un tour complet porte la statistique des modes.

Proposition 19 (Le centre de $\text{Spin}(10)$ est $\mathbb{Z}_4$ [A]). *Relevée dans $\text{Spin}(10)$, la rotation d'un demi-tour dans les cinq plans $(\gamma_{2k-1}, \gamma_{2k})$, qui vaut $-\mathbb{K}$ dans $\text{SO}(10)$, donne un élément central z d'ordre 4 : $z = +i$ sur le $\mathbf{16}$, $z = -i$ sur le $\mathbf{\overline{16}}$, $z = -1$ sur le vecteur $\mathbf{10}$, et $z^2 = -\mathbb{K}$ sur tous les états spinoriels.*

Vérifié pour cet article (les deux propositions) : relèvement de rotations aléatoires de $\text{SO}(10)$, signe d'un tour complet, valeurs de z sur les deux secteurs, centralité. **Lecture [G]** : le centre du groupe de jauge a la structure du groupe $\mathbb{Z}_4$ de N_{-1} , et ses deux caractères fidèles, $\pm i$, sont exactement ceux qui distinguent le $\mathbf{16}$ du $\mathbf{\overline{16}}$. Les deux racines que N_0 ne départage pas (verrou achiral, Thm. 7) sont donc celles qui séparent la matière de l'antimatière ; nommer la matière est une convention, que le choix de $\pm i$ à N_1 ne fixe pas, la conjugaison de charge appartenant à N_2 (Prop. 15). Et $z^2 = -\mathbb{K}$ sur les spineurs est la parité fermionique : la même structure qu'au grain, où g^2 est le centre de $\text{SU}(2)$.

La place du doublet de Higgs. Les dix opérateurs γ_k forment le vecteur **10** de $SO(10)$. Sous les échanges ($\mathbf{u}(5)$), il se coupe en $\mathbf{5} \oplus \bar{\mathbf{5}}$: les créations $a_i^\dagger$ et les annihilations a_i d’un mode. La création d’un mode d’isospin ($i = 4, 5$) porte l’hypercharge $+\frac{1}{2}$ d’un doublet : ce sont les nombres quantiques du doublet de Higgs du Modèle standard. La création d’un mode de couleur ($i = 1, 2, 3$) porte $-\frac{1}{3}$: le triplet coloré qui l’accompagne dans les théories d’unification. Le couplage de Yukawa $\mathbf{16} \cdot \mathbf{16} \cdot \mathbf{10}$ est alors celui qui relie deux états de matière par un opérateur à un mode. **Statut [B]** : N_0 fournit la *place* du doublet, non sa dynamique, ni l’échelle électrofaible. **La séparation entre doublet et triplet** (v121) : au point, le nœud voit S_4 et ses états se rangent en $\mathbf{3} + \mathbf{2}$, deux représentations différentes (§6.4) ; tout opérateur invariant au point leur donne donc, en général, deux énergies distinctes — **la séparation est permise par la symétrie, et rien dans N_0 ne l’interdit**. Le doublet est le plus fragile des deux : sans les réflexions, il se coupe en $1 + 1$, quand le triplet reste entier (§6.5). **Son sens** — lequel des deux, le triplet coloré ou le doublet, est le plus lourd — demande le couplage du nœud de matière au point qui le porte, que N_0 ne pose pas : il relève de N_2 ; **son ampleur**, un facteur d’environ 10^{14} entre les masses, est une affaire d’échelle : N_1 .

Proposition 20 (L’action de Wilson est la règle d’accord appliquée aux cycles [B]). *En N_0 , une configuration pèse $e^{J_{N_{acc}}}$: chaque lien accordé compte. Pour une connexion, les structures fermées élémentaires sont les plaquettes de l’arène, et l’accord d’une plaquette se lit sur son holonomie U_p . On demande à cet accord : (i) de ne pas dépendre du choix de base des modes en chaque nœud — c’est une fonction de classe de U_p ; (ii) d’être maximal quand le transport revient à l’identité ; (iii) de se lire sur ce que le transport porte, les modes du **16**, au premier ordre — une fonction linéaire des éléments de U_p dans le **16** ; (iv) de ne pas distinguer le **16** du $\bar{\mathbf{16}}$, que N_0 ne départage pas (verrou achiral, Prop. 19). Alors l’accord est unique :*

$$a_p = \frac{1}{16} \text{Re tr}_{\mathbf{16}} U_p, \quad e^{\beta \sum_p a_p} \propto e^{-S}, \quad S = \beta \sum_p \left(1 - \frac{1}{16} \text{Re tr} U_p\right),$$

c’est-à-dire l’action de Wilson dans la représentation spinorielle.

Preuve. Une forme linéaire $U \mapsto \text{tr}(MU)$ invariante par conjugaison demande que M commute avec tout $\text{Spin}(10)$ sur le **16** ; ce commutant est de dimension 1 (Prop. 17), donc $M \propto \mathbb{1}$ et la forme est un multiple de la trace : (i) et (iii). La condition (iv) symétrise entre $\text{tr}_{\mathbf{16}}$ et $\text{tr}_{\bar{\mathbf{16}}} = \overline{\text{tr}_{\mathbf{16}}}$, d’où la partie réelle ; (ii) fixe la normalisation, $a_p = 1$ en $U_p = \mathbb{1}$. **Statut [B]** : sous la règle d’accord du socle et au premier ordre du développement en caractères ; les caractères d’ordre supérieur seraient des corrections. La partie réelle n’est pas un choix : c’est l’indifférenciation de $\pm i$. Le couplage β n’est pas réglé : il est fixé par le point d’équilibre de la transition (§7.2, $1/\alpha_0 = 71,5 \pm 0,3$). **Vérification possible** : une action écrite dans une autre représentation (le **10**, l’adjointe) donnerait un autre $1/\alpha_0$.

Proposition 21 (Le centre est la demi-phase commune des cinq modes [A]). *Une phase portée par chaque mode, $a_k \mapsto e^{-i\theta_k} a_k$, relevée dans $\text{Spin}(10)$, est la rotation d’angle θ_k dans le plan $(\gamma_{2k-1}, \gamma_{2k})$. Les cinq phases commutent et forment le tore maximal de $\text{Spin}(10)$ (rang 5). Une phase commune θ sur les cinq modes est centrale si et seulement si θ est un multiple de π : le centre $\mathbb{Z}_4$ est exactement l’ensemble des phases communes $\{0, \pi, 2\pi, 3\pi\}$, et son générateur z — la demi-phase commune — vaut $+i$ sur le **16** et $-i$ sur le $\bar{\mathbf{16}}$; $z = -e^{-5i\pi/2} e^{i\pi N}$, où N compte les modes occupés. La phase commune $\pi/2$ n’est pas centrale, mais son carré vaut z .*

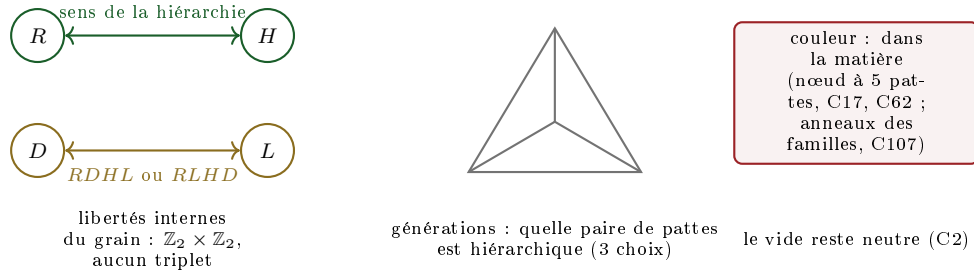
Vérifié pour cet article (centre_et_phases.py) : rotations relevées et phases des modes, commutation, centralité des phases communes sur $[0, 4\pi]$, valeurs de z . Lien avec les pattes [G] (précisé en v130) : les modes sont les états de M , non les pattes (postulat des modes, §3.8). Une phase commune θ portée par les cinq pattes multiplie tout état de M par un même facteur : elle se transporte sans ambiguïté sur les cinq modes, et c’est elle qui porte le centre. Des phases différentes d’une patte à l’autre ne se transportent pas mode par mode. Dans ce sens restreint, le $\mathbb{Z}_4$ de N_{-1} , déjà présent au grain comme $g^2 = -\mathbb{1}$ dans $\text{SU}(2)$ (Prop. 3), réparaît en $\text{Spin}(10)$ comme la demi-phase commune des pattes, avec $z^2 = -\mathbb{1}$ pour parité des modes. Le reste du lien entre la connexion interne et les variables natives n’est pas établi : l’holonomie $\text{SU}(2)$ de chaque face est la connexion géométrique (les rotations de l’espace), $\text{Spin}(10)$ agit sur les modes internes ; rien en N_0 n’impose de les identifier.

Reste posée la lecture fermionique des modes ; le confinement relève de N_1 (§10.5, O1d).

6.3 La couleur n’est pas dans le grain

On pourrait espérer que les permutations des quatre noms R, D, H, L donnent la couleur ($\mathbf{4} = \mathbf{1} + \mathbf{3}$). Mais une permutation des noms n’est permise que si elle respecte la règle de lien : il n’en reste que quatre — l’identité, $R \leftrightarrow H$ (renverser la hiérarchie), $D \leftrightarrow L$ (lire la boucle à l’envers), et les deux ensemble : le groupe $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$, sous lequel **aucun triplet** n’existe (C116). Les générations, elles, partent du grain — quelle paire de pattes est hiérarchique — et sont portées par le point (§5.1) ; ces deux libertés internes les laissent intactes.

Les trois appariements géométriques des pattes — les trois organisations a, s, l — le disent autrement. Le groupe S_4 des pattes agit sur eux par son quotient $S_4/V_4 \simeq S_3$ (V_4 : les doubles transpositions) : pour qu'ils forment trois états équivalents, un triplet, il faudrait que le grain voie S_4 tout entier. Rien dans le grain ne le fournit : les permutations de noms admises par la règle de lien forment $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$, et la géométrie du disphénoïde distingue un appariement long de deux courts — la structure est **1 + 2**, celle des organisations (§3.4), non un triplet. Aucun espace d'entrelaceurs d'un assemblage de grains n'est d'ailleurs de dimension 3 : à pattes de spin $\frac{1}{2}$, les dimensions accessibles sont 1, 2, 5, 14, 42, ... [3].



Le grain porte l'appariement qui fait les générations, et deux libertés internes ; la couleur n'y est pas, et ne doit pas y être.

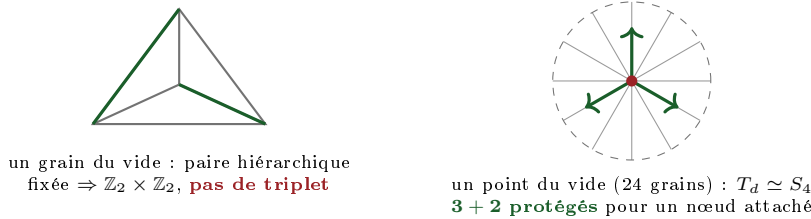
C'est conforme au programme : **le vide doit rester neutre** ; un grain d'espace coloré violerait cette condition. La couleur appartient à la matière — au nœud — et il faut chercher quelle symétrie la protège là où le nœud se pose.

6.4 Le point protège la couleur

Un triplet est *protégé* si tout opérateur invariant sous le groupe que voit le nœud laisse trois de ses cinq états dégénérés. Posé sur un seul grain du vide, le nœud ne voit que $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$: le grain a une paire hiérarchique et une paire réciproque, qu'on ne peut échanger. Attaché à un *point* du vide, il voit beaucoup plus (C117) :

groupe vu par le nœud	ordre	sur M	sur les pattes	couleur, isospin
$S_4 \simeq T_d$: un point du vide (V3)	24	3 + 2	3 + 1 + 1	triplet et doublet protégés
A_4 (rotations)	12	3 + 1 + 1	3 + 1 + 1	triplet seul
D_4 (une partition)	8	2 + 1 + 1 + 1	2 + 1 + 1 + 1	aucun triplet
$\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$: un grain du vide (V2)	4	1 + 1 + 1 + 1 + 1	1 + 1 + 1 + 1 + 1	rien

Dégénérescences protégées : opérateur hermitien au hasard sur M rendu invariant par le groupe (vérifications V1, D1, D2 de C117) ; V2 : les 384 grains du vide ont tous deux pattes hiérarchiques et deux réciproques ; V3 : les 64 points du vide parfait, grains et paires hiérarchiques compris ; ordres des éléments 1 ($\times 1$), 2 ($\times 9$), 3 ($\times 8$), 4 ($\times 6$), douze de déterminant -1 : le groupe T_d , isomorphe à S_4 .



À gauche : l'organisation d'un grain ne laisse que deux échanges. À droite : le point retrouve la symétrie S_4 , réflexions comprises (ses quatre diagonales, C103).

Chacun des 64 points du vide parfait est invariant, grains et paires hiérarchiques compris, sous un groupe d'ordre 24 dont douze éléments sont de déterminant -1 : le groupe T_d du tétraèdre, isomorphe à S_4 . Un nœud attaché au point voit S_4 , et **son triplet de couleur est protégé**. La couleur est une propriété du point — le même échelon que les masses et $B - L$ (section 5). **La protection n'est pas propre au vide parfait** (v108, flux9) : dans le vide fluctuant, tous les points uniformes, en a comme en s , gardent S_4 entier ($3,2 \times 10^5$ points en 20^3 , aucune exception).

6.5 L'isospin et les réflexions

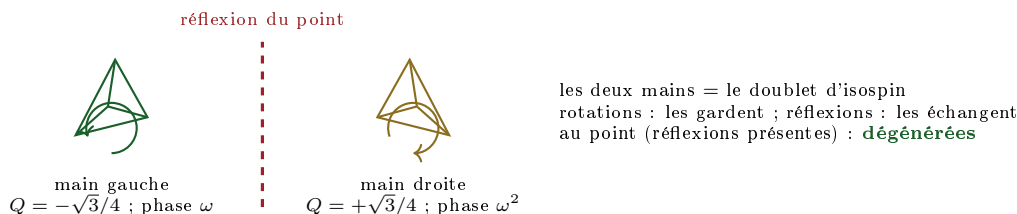
Les cinq états du nœud ne sont pas ses cinq pattes : ce sont les cinq façons de former un spin $\frac{1}{2}$ avec cinq spins $\frac{1}{2}$. Sur cet espace, sous S_4 , $M = 3 + 2$ et le **2** est *irréductible* (C118 ; colonne « sur M » du tableau du §6.4).

Au point, la couleur et l'isospin sont protégés ensemble : la symétrie finie du point, S_4 , protège une décomposition **3 + 2** compatible avec $U(3) \times U(2)$, qui contient le groupe de jauge du Modèle standard, $S(U(3) \times U(2)) \simeq (SU(3) \times SU(2) \times U(1))/\mathbb{Z}_6$, avec un facteur $U(1)$ de plus ; $U(3) \times U(2)$ n'est pas lui-même une symétrie dérivée du point. Mais le doublet demande les **réflexions** : avec les seules rotations (A_4), il se coupe en 1 + 1. Or le point du vide a ses douze réflexions : elles sont là.

6.6 Le doublet d'isospin est la paire des deux mains

Le doublet du nœud est le **2** de S_4 ; c'est aussi l'espace des entrelaceurs du grain, son bit ; et le bit est la *main* du grain, mesurée par l'opérateur de volume $Q = \mathbf{s}_1 \cdot (\mathbf{s}_2 \times \mathbf{s}_3)$ (C119) :

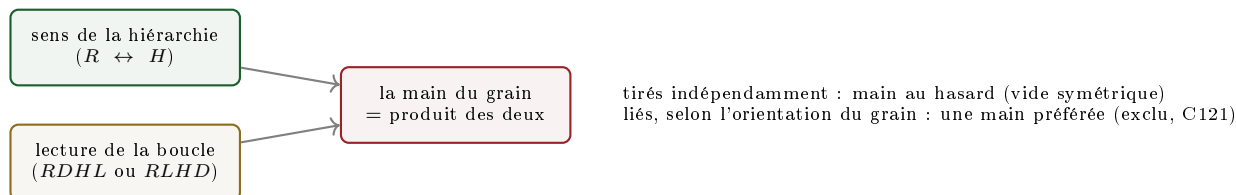
	vérification	résultat
H1	valeurs propres de Q sur le bit	$\pm\sqrt{3}/4$: deux mains, gauche et droite
H2	rotations (12 permutations paires)	gardent Q : elles ne changent pas la main
H3	dans la base des deux mains	rotations diagonales, phases 1 ou (ω, ω^2) (12 sur 12)
H4	réflexions (12 permutations impaires)	échangent les deux mains (12 sur 12)



Le bit du grain est sa main ; le doublet d'isospin du nœud est la paire des deux mains.

Le doublet d'isospin est la paire des deux mains du grain : les rotations les gardent séparées, les réflexions les échangent. D'où vient la main d'un grain ? Sa mesure avec les noms des pattes donne une loi exacte (C120) :

	vérification	résultat
I1	la main égale la lecture seule	3 804 sur 7 680 : non (le hasard)
I1	la main égale le sens de la hiérarchie seul	3 840 sur 7 680 : non
I2	main = $h_0 \times$ lecture $\times$ sens de la hiérarchie, h_0 fixe pour chaque grain	384 grains sur 384
I3	h_0 sur les grains du vide	+1 : 192 ; -1 : 192 (géométrie et convention)
I4	part des grains de main + quand les deux orientations sont tirées au hasard	0,500

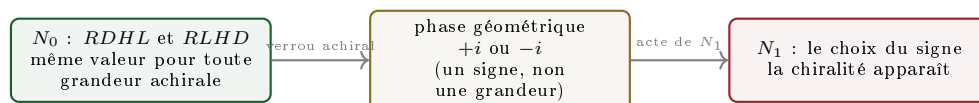


La main d'un grain naît de deux orientations ; la chiralité serait leur corrélation.

La main est le produit des deux orientations internes du grain — le sens de la hiérarchie et la lecture de la boucle ($RDHL$ ou $RLHD$) —, à un signe géométrique fixe près. La dynamique de N_0 tire les deux indépendamment : **autant de mains gauches que de droites**.

6.7 La chiralité n'est pas dans N_0 : le verrou achiral

Une chiralité demanderait que le sens de la hiérarchie et la lecture de la boucle soient liés. **Ils ne le sont pas** : la hiérarchie définit la direction des flux externes, L est un flux interne ; et le L externe, impulsion du système pour rejeter ses déchets, est dirigé du dedans vers le dehors — une direction *radiale*, que toute réflexion du point conserve (C121). Le **verrou achiral** (Thm. 7 ; article N_{-1} [2]) porte exactement sur cette question : les boucles $RDHL$ et $RLHD$ sont conjuguées par l'inversion de $\mathbb{Z}_4$, toute grandeur achirale — entropie, durabilité, action — leur donne la même valeur, et ce qui les distingue est un signe, la phase géométrique $\pm i$, dont le choix appartient à N_1 .



Le verrou achiral (article N_{-1}) : N_0 ne peut pas choisir le sens de la boucle ; N_1 le choisit.

Couleur, isospin, chiralité [B]

La couleur et l'isospin sont des propriétés du point ($N_{0,3}$) : sa symétrie $T_d \simeq S_4$ protège le triplet et, grâce à ses réflexions, le doublet ; le vide reste neutre. **Le doublet d'isospin se lit comme la paire des deux mains du grain [G]. La chiralité n'est pas dans N_0** : le vide est symétrique gauche–droite par sa structure et par le verrou achiral ; elle est renvoyée à N_1 , avec le choix du signe de la phase. C'est compatible avec une chaîne qui passe par $SU(2)_L \times SU(2)_R$ et brise la parité plus haut (C5, C6, C9, C64).

la règle	N_4 : la société	N_0 : la matière
le milieu est neutre, les acteurs ont une identité	la place publique n'appartient à aucun parti	le grain d'espace sans couleur, la matière colorée
un rôle partagé demande un groupe assez grand	on ne forme pas un trio de rôles égaux avec deux paires inégales	un grain : pas de triplet ; le point : triplet protégé
le miroir rend deux postures équivalentes	deux interlocuteurs face à face se répondent symétriquement	les réflexions du point protègent le doublet
dedans/dehors n'est pas gauche/droite	sortir de chez soi ne dit pas de quel côté on tourne	l'impulsion de L externe est radiale : pas de main

Tableau 19: Correspondances N_4/N_0 pour la couleur, l'isospin et la chiralité.

7 Les couplages et les échelles

Les sections précédentes portent sur des *rapports* : masses relatives, angles, symétries. Cette section relie le modèle aux échelles absolues — le couplage de jauge au grain, l'échelle d'unification, la taille du système qui la porte. Les chaînes y sont plus longues et plus conditionnelles ; chaque maillon est donné avec son statut.

7.1 L'angle faible et la direction de brisure

Dans une génération, un seul état est invisible au Modèle standard : le neutrino droit ν^c (charge nulle, $B - L = +1$). C'est le seul candidat à un condensat qui ne brise pas le Modèle standard ; comme ν^c est un mode fermionique, ce qui condense est la *paire* $\nu^c\nu^c$, dans le **126** de $SO(10)$. Dans Pati-Salam, son stabilisateur est exactement $\mathfrak{su}(3) + \mathfrak{su}(2)_L + \mathfrak{u}(1)_Y$ (dans $\mathfrak{so}(10)$ entier, c'est $\mathfrak{su}(5)$; l'intersection des deux est le Modèle standard), et, avec la normalisation de l'algèbre du nœud, $\sin^2 \theta_W = \frac{3}{8}$ **à l'échelle d'unification** (C6, C7). La paire donne aux neutrinos droits une masse de Majorana, et fixe $M_{Z'}/M_{W_R}^2 = 5$.

7.2 Le couplage de jauge au grain : $1/\alpha_0 = 71,5 \pm 0,3$

La connexion de jauge sur l'arène se met en ordre par une transition du *premier ordre*, entre deux bords (C84). Pour le programme, la durabilité est le compromis entre l'ordre et le désordre ; pour une transition du premier ordre, ce compromis a un sens précis : le **point d'équilibre**, où les deux branches ont la même énergie libre — aucune des deux ne l'emporte (C85).

La méthode (C66, C84, C85)

Le champ. Une connexion $\text{Spin}(10)$ dans la représentation spinorielle **16**, une matrice $U \in \text{Spin}(10)$ par lien, avec l'action de Wilson $S = \beta \sum_p (1 - \frac{1}{16} \text{Re tr } U_p)$. Le groupe est celui des opérations à deux modes du nœud (Prop. 17) [B] ; l'action suit de la règle d'accord appliquée aux cycles (Prop. 20, v120 [B] ; posée jusqu'en v119, C64, C65). Le transport est l'identification des modes d'un nœud à l'autre (Prop. 18) [B] ; les phases $U(1)$ des pattes en portent le centre (Prop. 21) ; il n'est pas tiré de l'holonomie $SU(2)$ des faces, qui est géométrique.

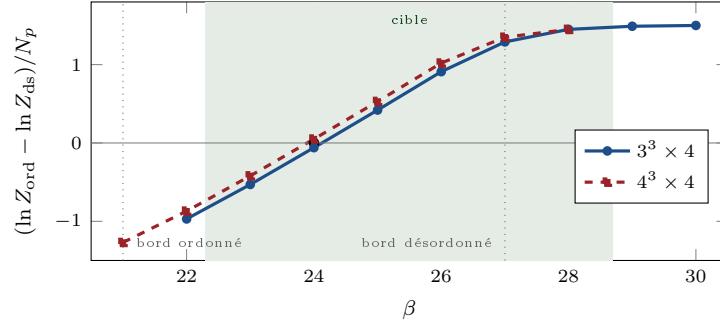
L'arène à quatre directions. Le réseau est l'arène de la section 3 (cubique centré, maille a_c) répétée le long d'une quatrième direction, de pas $\tau = a_c/2$. Les plaquettes sont les 12 triangles de l'arène par site et 7 carrés par site, un par direction de lien, qui joignent deux couches. Cette quatrième direction est la direction invariante du bloc **1** (Prop. 4), lue de façon *euclidienne* : la somme est une somme statistique, paire sous le renversement de cette direction, qui ne suppose ni signature lorentzienne ni flèche, conformément au verrou achiral (Thm. 7). Le choix de la lecture euclidienne ($a > 0$ dans le Thm. 6) est posé [D]. Le pas $\tau = a_c/2$ est celui qui rend égales les formes quadratiques électrique et magnétique de l'arène : $c_E = c_B = \frac{1}{2}$, toutes deux isotropes.

La normalisation. Avec ce volume de $\frac{1}{4} a_c^4$ par site, l'action continue $\frac{1}{2g_0^2} \int (|\mathbf{B}|^2 + |\mathbf{E}|^2)$ donne $\beta = 4/g_0^2$, d'où $1/\alpha_0 = 4\pi/g_0^2 = \pi\beta$ (CT5, recalculé pour cet article). La normalisation absolue de l'énergie libre ordonnée est contrôlée sur l'intégrale exacte d'un seul lien (mesure de Haar sur $\text{Spin}(10)$, $\ln \text{Vol} = 28,358$).

L'échantillonnage. Bain thermique exact sur les 45 plans de rotation (Cabibbo-Marinari), réseaux $3^3 \times 4$ et $4^3 \times 4$ dans le calcul d'origine (jusqu'à $6^3 \times 4$ et $4^3 \times 6$ dans le code nouveau), départs froid et chaud ; contrôle par un Metropolis récrit indépendamment (CT5). La mise en ordre est du premier ordre, avec deux bords vers $\beta \approx 21$ et ≈ 27 sur les deux tailles (C84).

Le point d'équilibre. L'énergie libre désordonnée s'obtient exactement depuis $\beta = 0$, $\ln Z_{ds} = N_p \int_0^\beta \langle P \rangle_{\text{chaud}}$; l'ordonnée part du faible couplage (gaussienne sur le spectre du rotationnel discret, en jauge de l'arbre maximal), corrigée de l'écart mesuré de la branche froide. Le croisement donne β_t ; les variations de la queue, de la normalisation ($\pm 0,3$ par lien), des modes nuls et de la branche ordonnée ($\pm 0,003$) en donnent l'erreur systématique (C85).

La cible. Les couplages mesurés, courus à deux boucles jusqu'à l'échelle du grain sur la chaîne directe, donnent $1/\alpha(1/a) \approx 46,6$ dans le schéma $\overline{\text{MS}}$; la conversion du schéma de réseau vers $\overline{\text{MS}}$ pour une connexion $SO(10)$ sur le **16** vaut environ 33 unités, à ± 8 près (C66). D'où la cible 80 ± 10 , dont la conversion porte l'essentiel de l'incertitude.



L'écart d'énergie libre entre la branche ordonnée et la branche désordonnée, dans le calcul d'origine (C84, C85) : il s'annule à $\beta_t \approx 24$ ($1/\alpha_0 \approx 75$; le code nouveau donne $\beta_t = 22,75$, soit $71,5$, tableau ci-dessous), entre les deux bords de C84 (pointillés), dans la bande de la cible (vert).

réseau	β_t	$1/\alpha_0 = \pi\beta_t$	entre les bords ?
<i>calcul d'origine (C84, C85)</i>			
$3^3 \times 4$	$24,1 \pm 0,9$	76 ± 3	oui (22 et 26–28)
$4^3 \times 4$	$23,9 \pm 0,8$	75 ± 3	oui (21 et 27)
<i>code nouveau (v137, jauge2/)</i>			
$3^3 \times 4$	$22,46 \pm 0,15$	$70,6 \pm 0,5$	oui (20,5 et 26)
$4^3 \times 4$	$22,65 \pm 0,09$	$71,1 \pm 0,3$	oui (20,5 et 26)
$4^3 \times 6$	$22,66 \pm 0,09$	$71,2 \pm 0,3$	oui (20,5 et 26)
$6^3 \times 4$	$22,75 \pm 0,08$	$71,5 \pm 0,3$	oui (20,5 et ≥ 26)
cible (C66)	$25,5 \pm 3,2$	80 ± 10	

Le couplage au grain [C]

Au point d'équilibre de la jauge, $1/\alpha_0 = 71,5 \pm 0,3$ (code nouveau, v137, jusqu'à $6^3 \times 4$; quatre ou six couches de temps donnent la même valeur, et la limite de grand volume est $\approx 71,6$), entre les deux bords de la transition. Le calcul d'origine donnait 75 ± 3 : les deux codes ont les mêmes données (même pente de l'écart d'énergie libre), mais diffèrent d'une constante de normalisation de la branche ordonnée ($\approx 0,6$ par plaquette) que le nouveau code, contrôlé sur l'intégrale exacte d'un lien à 0,004 près par lien, ne reproduit pas ; la valeur que demandent les couplages mesurés, courus jusqu'au grain, est 80 ± 10 (C66). Sans ajustement de J : le même principe de durabilité que pour le vide des flux (section 4). Mais avec des choix déclarés : lecture euclidienne ([D]), réseaux de taille modeste (jusqu'à $6^3 \times 4$, et $4^3 \times 6$), et une cible connue à $\pm 12\%$ qui passe par la chaîne d'unification (règle 5).

7.3 La chaîne d'unification

Le nœud ne donne jamais le groupe de Pati–Salam : **la chaîne est directe**, $SO(10) \rightarrow SU(3) \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ à l'échelle d'unification M_U , puis le Modèle standard à M_R , par la paire $\nu^c \nu^c$ (C48, C64 ; **conditionnel** aux deux postulats de C64). À deux boucles, les trois couplages mesurés à M_Z fixent :

- $M_U = 1,35$ à $1,62 \times 10^{16}$ GeV ; le proton reste au-delà de la sensibilité annoncée de Hyper-Kamiokande (C22, C23, C123) ;
- $M_R = 2,6$ à $3,2 \times 10^9$ GeV sur la chaîne directe, à deux boucles et sans les seuils (CT5) ; les masses des états lourds, non calculées, peuvent le déplacer d'un ordre de grandeur (C22) : les bosons droits hors de portée des collisionneurs, au-dessus de la borne de la leptogenèse thermique.

La parité gauche–droite de $SO(10)$ (« parité D », sans rapport avec la fonction D) doit tomber dès M_U ; si elle survivait, le proton se désintégrerait trop vite (C8, C9).

7.4 La longueur d'unification et la taille du système

L'échelle d'unification se lit en mailles du réseau : $n = 1/(M_U a)$. Avec la chaîne directe, l'intensité mesurée de la force forte, $\alpha_s(M_Z) = 0,1180 \pm 0,0009$, demande $n = 16$ à 24 (C123) :

$n = 1/(M_U a)$	système (diamètre)	$\alpha_s(M_Z)$, M_C libre	$\alpha_s(M_Z)$, $M_C = M_U$
3,04	192 grains	0,117–0,129	0,138–0,141
5,02	648 grains	0,114–0,125	0,132–0,135
7,23	$\approx 1\,600$ grains	0,111–0,122	0,128–0,130
10,56	$\approx 4\,900$ grains	0,109–0,118	0,123–0,126
$M_C = M_U$ et $\alpha_s = 0,1180 \pm 0,0009$:		$n = 16 \text{ à } 24$; $M_U = 1,35\text{--}1,62 \times 10^{16}$ GeV	

Mesure : $\alpha_s(M_Z) = 0,1180 \pm 0,0009$; deux valeurs par case : $a = 38$ et $47 \ell_P$ (J1–J3). Avec M_C libre, $n = 3,04$ demande $M_C \approx M_R$ (J4).

Traduire n en taille de système demandait une convention entre une énergie et une longueur (un facteur 2π). N_0 fixe pourtant déjà le *rapport* des énergies de deux systèmes, sans convention : **la même règle donne l'échelle du grain et celle d'un système** — le mode le plus court que le réseau porte, et le mode le plus long qu'un système contient ; leur rapport ρ est un nombre pur (C124).

système	grains	diamètre	ρ (grain / système)
le point	24	$1,1 a$	2,83
le point de points	192	$3,0 a$	5,35
rayon 2	648	$5,0 a$	7,73
rayon 3	1 536	$7,0 a$	10,11
rayon 4	3 000	$9,0 a$	12,49
rayon 5	5 184	$11,0 a$	14,87
unification ($\rho = 16 \text{ à } 24$)	$\approx 7 \times 10^3 \text{ à } 2,7 \times 10^4$	$12 \text{ à } 19 a$	$16 \text{ à } 24$

$\rho \approx 1,19 \times \text{diamètre} + 1,75$ (rayons ≥ 2) ; grains extrapolés en $N \approx 4,1 D^3$ (contrôles K1, K2 de C124).

La taille du système d'unification [F]

Le point de points porte une énergie 5,35 fois plus basse que le grain ; l'unification en demande 16 à 24. Le système d'unification a un diamètre de 12 à 19 mailles et compte 7×10^3 à $2,7 \times 10^4$ **grains** — un rayon de 6 à 9 pas autour d'un point. La règle commune donne $\rho \approx 1,2 \times \text{diamètre}$, et tranche entre les conventions. *Comparée ailleurs (v109, v110)* : les quarks lisent le vide d'un volume fermé d'au plus 10^4 grains, l'ordre de cette taille ; la coïncidence exacte n'est pas établie (§10.5).

Ce à quoi suffisent 192 grains. Pour chaque contrainte, la taille du plus petit système qui la résout (C122) :

contrainte	système	où
appariement des pattes, $\bar{5}$, règle de lien	1 grain	C76–C79, C88, C114, C116
mélange des familles lourdes (V_{cb})	2 grains voisins	C81, C108
le 10 , rapports de masses, $B - L$, $d - e$ (2 ^e gén.)	24 grains (point)	C88, C89, C107
couleur et isospin ($U(3) \times U(2)$)	24 grains (point)	C117, C118, C119
J du vide	24 + 192 grains	C92, C93
longueur d'unification (16 à $24 a$, chaîne directe)	7×10^3 à $2,7 \times 10^4$ grains	C123, C124
première génération, Cabibbo	24 grains (point), règle « l naît de s »	C125–C127, C154
chiralité de la force faible	N_1 (choix du signe)	C121
échelles de course (M_R , électrofaible, confinement)	la course sur l'arène, non une taille	C13, C22

Pour les formes, 192 grains suffisent : générations, multiplets, couleur, isospin, rapports de masses, vide — tout se joue au grain, au point et au point de points. **Pour l'échelle d'unification, non** : il faut un système 35 à 140 fois plus grand. Ces étages supplémentaires ne sont pas des fonctions nouvelles : ce sont des réseaux plus grands du même échelon $N_{0,3}$.

résultat	statut	remarque
groupe Spin(10) de la connexion	[B]	opérations à deux modes du nœud et identification des modes d'un nœud à l'autre (Prop. 17, 18)
centre $\mathbb{Z}_4 : \pm i$ sur 16 , 16	[A] pour le groupe, [B] pour le nœud (sous le postulat des modes) ; lecture [G]	les deux racines non départagées séparent matière et antimatière (Prop. 19)
place du doublet de Higgs	[B]	opérateurs à un mode d'isospin, hypercharge $+\frac{1}{2}$ (§6.2)
$\sin^2 \theta_W = \frac{3}{8}$ à l'unification	[B]	stabilisateur de la paire $\nu^c \nu^c$ (C6)
$1/\alpha_0 = 71,5 \pm 0,3$	[C]	point d'équilibre de la jauge (lecture euclidienne, groupe et action posés) ; cible 80 ± 10 (C66, C85)
chaîne directe $SO(10) \rightarrow 3221$ M_U, M_R	[D] règle 5 [F]	deux postulats de C64 calculés sur la chaîne directe, à deux boucles depuis les couplages mesurés (C22, C123)
$1/(M_U a) = 16-$ 24	[F] (α_s en entrée)	chaîne directe, maille $a = 38-47 \ell_P$ (C41, C123)
taille du système d'unification	[F]	sur la chaîne directe ; $\rho \approx 1,2 \times$ diamètre, sans convention (C124)

Tableau 20: Les couplages et les échelles : ce qui est dérivé, posé, ouvert.

la règle	N_4 : la société	N_0 : les échelles
le compromis d'une transition brusque est l'égalité des deux camps	une décision collective se prend là où aucun camp ne l'emporte	$1/\alpha_0$ au point d'équilibre
la forme se fixe en petit, l'échelle en grand	une règle se décide en comité, son effet se mesure à l'échelle d'un pays	192 grains pour les formes, 10^4 pour l'unification
une même mesure pour la partie et le tout	on compare deux villes avec la même unité	le même spectre donne grain et système

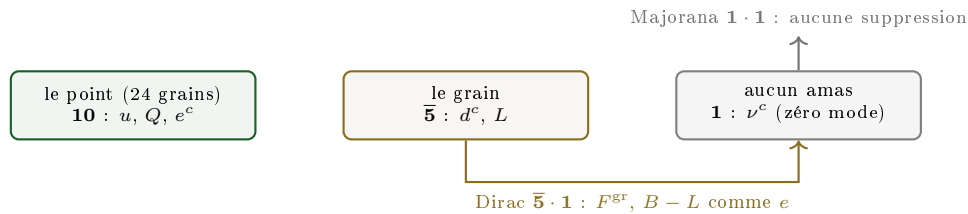
Tableau 21: Correspondances N_4/N_0 pour les échelles.

8 Les neutrinos

Les neutrinos sont le terrain où le modèle est le plus exposé : leurs masses sont un million de fois plus petites que celle de l'électron, leurs mélanges sont grands quand ceux des quarks sont petits, et l'ordre de leurs masses n'est pas encore tranché par l'expérience. Cette section en tire, dans l'ordre, les rapports et l'ordre, les mélanges, puis l'échelle — qui demande la lecture du neutrino comme *déchet*.

8.1 Le neutrino droit ne porte pas de famille

Le neutrino droit ν^c est l'état à zéro mode du nœud de matière (§3.8). Sous le groupe qui distingue les trois partitions des pattes, cet état est invariant : il n'est attaché à aucune partition, et n'engage l'organisation d'aucun amas. **Ses trois masses de Majorana sont égales** au niveau de N_0 (C128).



Où vivent les trois multiplets d'une génération. Le neutrino droit n'est attaché à aucune partition : ses trois masses de Majorana sont égales, et le seesaw ne voit que le grain.

Une propriété ne dépend même pas de cette règle : si ν^c portait des suppressions, elles entreraient dans la masse de Dirac et, au double, dans la masse de Majorana ; elles s'annulent exactement dans le seesaw. **Le spectre léger ne dépend pas de l'endroit où vit ν^c** : les neutrinos légers lisent directement le grain, qui porte le $\bar{5}$ et donc le doublet de leptons.

8.2 L'ordre normal et les grands mélanges

La masse de Dirac du neutrino a la texture de N_0 (§5.5), avec la seule suppression du grain : $F_s^{\text{gr}} \approx 0,5$, quand les quarks portent aussi celle du point ($F_s^{\text{pt}} + F_s^{\text{gr}} \approx 3,3$). Le lien entre les familles a et s vaut donc $e^{-0,53} = 0,59$ pour le neutrino, 0,04 pour les quarks.

quarks $d : F = F^{\text{pt}} + F^{\text{gr}}$	Dirac du neutrino : $F = F^{\text{gr}}$																			
<table><tr><td>1</td><td>0,04</td><td>0</td></tr><tr><td>0,04</td><td>0,02</td><td></td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>0</td></tr></table>	1	0,04	0	0,04	0,02		0		0	<table><tr><td>1</td><td>0,59</td><td>0</td></tr><tr><td>0,59</td><td>0,59</td><td></td></tr><tr><td>0</td><td></td><td>0</td></tr></table>	1	0,59	0	0,59	0,59		0		0	base (a, s, l) ; déchet sans identité (§8.6) : entrée $(s, s) = e^{-0,53} = 0,59$: le bloc a - s a des liens hors diagonale forts, d'où un grand θ_{23} .
1	0,04	0																		
0,04	0,02																			
0		0																		
1	0,59	0																		
0,59	0,59																			
0		0																		
petits liens : petits mélanges	liens forts : grands mélanges																			

Les textures de N_0 (valeurs relatives). La masse de Dirac du neutrino ne porte que la suppression du grain, petite pour s : ses liens hors diagonale sont forts.

Ordre et mélanges, sans règle ajoutée [C]

L'ordre des masses est normal, celui que les données favorisent, pour toutes les lectures du facteur $B - L$ et toutes les phases (C128). **Les mélanges des leptons sont grands** — 30 à 45° au lieu de quelques degrés — *parce que* le neutrino n'est couplé qu'au grain (C131). Lue comme $M_D M_D^T$, la masse légère serait **trop hiérarchique** (écart solaire 10 fois trop petit, C153) ; lue comme un déchet émis par le système et reçu par le vide, elle a le bon spectre (§8.6, C160).

8.3 L'échelle : le seesaw de type I ne suffit pas

La troisième génération est la famille du vide : aucun multiplet n'y est supprimé, et la masse de Dirac du troisième neutrino est celle du top à l'unification ($m_3^D \approx 75 \text{ GeV}$ à M_R). Le neutrino droit n'ayant pas de famille, sa masse de Majorana vaut au plus $f v_R$, soit $4,6 \times 10^9$ à $2,0 \times 10^{10} \text{ GeV}$. Le seesaw de type I demande $1,1 \times 10^{14} \text{ GeV}$ (C129) :

	$M_R = 2,6 \times 10^9 \text{ GeV}$		$M_R = 3,2 \times 10^9 \text{ GeV}$	
	$f \leq 1$	$f \leq \sqrt{4\pi}$	$f \leq 1$	$f \leq \sqrt{4\pi}$
m_3^D à M_R ($y_t(M_U) = 0,45$)	75 GeV			
M_N demandé ($m_\nu = 0,05 \text{ eV}$)	$1,1 \times 10^{14} \text{ GeV}$			
M_N disponible	$4,6 \times 10^9$	$1,6 \times 10^{10}$	$5,7 \times 10^9$	$2,0 \times 10^{10}$
écart	$\times 24\,000$	$\times 6\,800$	$\times 19\,600$	$\times 5\,500$
m_3^D admissible	0,48 GeV	0,91 GeV	0,53 GeV	1,00 GeV
soit, de la valeur de N_0	0,6 %	1,2 %	0,7 %	1,3 %

S1 : y_t couru dans le Modèle standard de m_t à $M_U = 1,5 \times 10^{16} \text{ GeV}$, puis y_{ν_3} redescendu sans couleur jusqu'à M_R (chaîne directe, CT5, CT6) ; les seuils et la course gauche-droite au-dessus de M_R changent m_3^D de moins d'un facteur 2.

Il manque un facteur 5 500 à 24 000. Les sorties classiques — compenser la masse de Dirac dans la troisième génération, monter l'échelle droite, un triplet gauche léger — contredisent ce que le modèle a déjà établi. **La seule sortie qui ne casse rien** est un état neutre de plus par génération, hors des seize états : le *seesaw inverse*, où la masse légère vaut

$$m_\nu \approx \frac{(m_3^D)^2 \mu}{M^2}, \quad (15)$$

M étant le lien entre ν^c et le nouvel état, μ la petite masse propre de celui-ci. Si $\mu = 0$, le neutrino léger est exactement sans masse ; la masse de Majorana de ν^c n'y change rien.

8.4 Le neutrino comme déchet

Où vit le nouvel état. Dans la vision de l'auteur, un échelon supérieur peut porter ses propres modes. Le point de points (192 grains) porte alors un état à zéro mode : l'état neutre S , un par génération. Il n'a aucune identité — exactement ce que le système externalise quand il rejette ce qui ne correspond pas à son identité.

Règle 6 [D] (fixée avec l'auteur avant le calcul, seconde traduction ; C130, C132)

La petite masse μ de S est l'**impulsion de L externe** : le point de points rejette du L par sa membrane *sans contrepartie* — aucun lien D accordé ne revient ; la variable hiérarchique *n'intervient pas*. Son coût $F = -\ln P$ se mesure dans le vide de N_0 tel quel, et $\mu/M = e^{-F}$.

Une première traduction — une membrane sans aucun échange hiérarchique accordé — donne $F \approx 20$, résultat robuste (deux méthodes concordantes) mais **beaucoup trop rare** : le neutrino serait 3×10^4 à 5×10^5 fois trop léger (C130). L'auteur a précisé que l'absence de hiérarchie veut dire que la variable hiérarchique n'intervient pas ; c'est alors le D , contrepartie d'un échange réciproque, qui doit manquer. C'est la traduction ci-dessus, mesurée sans connaître son résultat.

réseau	F , point de points	F , point (contrôle)	répliques
384 grains	$8,68 \pm 0,03$	1,6	3
3 072 grains	$9,21 \pm 0,04$	1,6	2
10 368 grains	$9,34 \pm 0,01$	1,65	2
contrôle CT6 : 3 072 à 24 576 grains	9,31 à 9,36	1,65	6 séries
fenêtre demandée	7,5 à 10,0		
lecture « sans échange hiérarchique » (C130)	20,2 à 20,7	2,5 à 2,9	

Tirage des couleurs (avec $L > 0$) : 8,4 à 9,1 sur 384 et 3 072 grains, accord avec le calcul exact. La moyenne ne dépend pas d'états rares : les configurations à 5 facteurs $\frac{1}{2}$ ou moins en font 20 à 26 %, et le plus petit nombre observé est 2 à 4.

M (lien ν^c-S)	$v_R, M_R = 2,6 \times 10^9$	$v_R, M_R = 3,2 \times 10^9$	$(\sqrt{4\pi} v_R, \text{écarté})$
m_ν (le plus lourd), $F = 9,34$	0,106 eV	0,086 eV	$(0,024-0,030 \text{ eV})$
observé	$\sqrt{\Delta m_{\text{atm}}^2} \approx 0,050 \text{ eV}$		

Étape intermédiaire : sans la réception par le vide (C161) ni l'asymétrie gauche-droite (règle 14). La valeur retenue, 0,052 à 0,063 eV, est celle de l'encadré ci-dessus.

L'échelle des neutrinos [E]

Le coût du rejet sans contrepartie au point de points vaut $F = 9,34 \pm 0,02$, stable de 3072 à 24576 grains (CT6), dans la fenêtre que demande l'échelle (7,5 à 10). Avec $M = v_R$ (ci-dessous) et l'échelle droite de la chaîne directe à deux boucles, et la réception du déchet par le vide (§8.6, C161), **le neutrino le plus lourd pèse 0,067 à 0,098 eV**, pour 0,050 observé, *sans paramètre ajusté* : le bon ordre de grandeur, 1,3 à 1,9 fois la valeur observée, tous les états lourds étant mis à leur échelle. Les seuils de l'unification laissent M_R incertain d'un facteur 15, dominé par les états colorés qui distinguent la gauche de la droite (C197). Le choix de signe de N_1 étant global, le côté gauche est natif, et le partenaire droit, lu à rebours, perd un quart d'accord : $M_{\text{droit}}/M_{\text{gauche}} = e^{J/4}$ (règle 14, KD, C198). Alors $M_R = 4,1 \times 10^9$ GeV et **le neutrino le plus lourd pèse 0,052 à 0,063 eV** ; $\sum m_\nu \approx 0,066\text{--}0,086$ eV (la masse 0,052–0,063 eV multipliée par le rapport $\sum m_\nu/m_{\nu_3} = 1,26\text{--}1,37$ calculé sur la plage, CRITERE_cp_somme_plage.md, v136). Le point (24 grains) ne supprime presque rien ($F \approx 1,6$) : c'est bien le point de points qui porte S .

Le lien M , fixé par la moitié d'identité. Le lien M relie ν^c , l'état à zéro mode du nœud, à S , l'état à zéro mode du point de points : il traverse le bord de cette association. **Aucun de ses deux côtés ne porte d'identité** — ni famille, ni anneaux. Par la règle de la moitié d'identité (§8.6), un côté sans identité n'apporte rien : le lien n'a ni suppression ni renforcement, et vaut exactement l'échelle du condensat qui le porte, $M = v_R$ (C143). Un couplage maximal ($\sqrt{4\pi} v_R$) supposerait un côté qui le porte ; il est écarté. Il en résulte une relation sans paramètre entre la masse des neutrinos et l'échelle des bosons droits :

$$m_{\nu_3} = \frac{(m_3^D)^2 e^{-F}}{v_R} \cdot \frac{\lambda_{\max}}{s_{\max}^2} ; \quad m_{\nu_3} = 0,050 \text{ eV} \iff M_R \approx 4,3\text{--}5,1 \times 10^9 \text{ GeV}, \quad (16)$$

où $\lambda_{\max} = 1,591$ est la plus grande valeur propre de la forme émission–réception (§8.6) et $s_{\max} = 1,432$ la plus grande valeur singulière de la texture de Dirac, normalisée sur l'entrée de la famille du vide (C161) ; 1,3 à 1,9 fois la valeur que donne la chaîne directe à deux boucles sans seuils ($2,6\text{--}3,2 \times 10^9$ GeV, CT5) ; avec l'asymétrie gauche–droite de KD, $3,7\text{--}4,6 \times 10^9$ GeV (C198) : **la mesure de l'une prédit l'autre.**

Un phénomène de bord. intérieur et extérieur n'étant en N_0 que relatifs (§3.9), « rejeter sans contrepartie » se lit au *bord d'une association* : du L qui passe le bord du point de points sans qu'aucun D accordé ne revienne. Le point de points étant de même nature que le point, **le neutrino est un phénomène de bord de niveau** — ce qui s'accorde avec sa place : l'état S vit au dernier échelon de N_0 , juste avant N_1 .

Pourquoi c'est rare : le neutrino compté en bits. Chaque cycle réciproque est une alternance spatiale D/L dont la phase est indifférenciée en N_0 : un bit. Le rejet demande que chaque alternance qui traverse le bord y présente L . Les données de C132 se décomposent ainsi (C141) : $F = 9,34$ vaut **13,5 bits**, stable avec la taille — **9,3 bits de phases** (chaque alternance qui traverse le bord présente L une fois sur deux ; 11 à 12 alternances traversent en moyenne, mais la probabilité est dominée par les configurations où il n'en traverse qu'environ 6) et **4,2 bits de compatibilité** (aucune alternance ne doit traverser le bord dans ses deux phases, ce qui n'arrive que dans 5 % des configurations). Au point, 2,4 bits seulement.

8.5 La famille dans le rejet

Si S porte la famille — celle du point central de son point de points —, la suppression propre à S entre deux fois dans μ et deux fois dans M^2 : elle s'annule, comme celle de ν^c . Reste la **facilité de rejet** de chaque famille, $r_p = P(\text{rejet} | p)/P(\text{rejet} | a)$, qui pondère les neutrinos légers : $m_\nu \propto M_D \text{diag}(1, r_s, r_l) M_D^T$ (C133). Mesurée directement sur 112 graines indépendantes de 10368 grains, dans le vide sans la règle locale (lecture des poids, C180 ; C194–C201), par le rapport des sommes, l'erreur étant prise sur la dispersion entre graines :

$$r_s = 1,31 \pm 0,05, \quad r_l = 1,21 \pm 0,23$$

(r_l : distribution à queue lourde, les familles l étant rares) ; sous la règle : $1,32 \pm 0,07$ et $0,94 \pm 0,11$, compatibles (C162). D'une graine à l'autre, r_s varie beaucoup (médiane 1,23) : les familles s au point de points sont rares et leur rejet très fluctuant. Sans le demi-accord, les angles en dépendent peu (moins de 1° sur $r_s = 1,15\text{--}1,45$, $r_l = 0,8\text{--}1,2$) ; avec lui, θ_{12} varie de $33,6$ à 38° .

8.6 La moitié d'identité : le facteur de $B - L$

Reste le facteur que $B - L$ donne à l'entrée (s, s) de la masse de Dirac du neutrino. Avec le facteur entier ($\sqrt{3}$, comme pour l'électron), θ_{23} et θ_{13} sont justes mais θ_{12} trop petit ; sans facteur, l'inverse (C131, C134). La règle de l'auteur tranche.

Règle 7 [D] : la moitié d'identité (auteur)

Dans aucun flux un système ne se vide de son identité (§3.2) : **un lien porte une moitié de l'identité de chaque côté ; un côté sans identité n'apporte rien**. La moitié vient du budget minimal d'un système stationnaire (§3.9) : R prélève 1 sur un capital de 2, que H reconstitue.

Pour d et e (le lien $10 \cdot \bar{5}$), les deux côtés ont une identité : les deux moitiés donnent le facteur entier, $\sqrt{3}$ — l'écart $d - e = +\ln 3$ de la section 5. Pour la masse de Dirac du neutrino (le lien $\bar{5} \cdot 1$), seul le doublet de leptons a une identité ; ν^c , sans anneaux, n'apporte rien :

$$x = (\sqrt{3})^{1/2} = 3^{1/4} \approx 1,32, \quad (17)$$

sans paramètre.

r_s, r_l mesurés (C201 ; C162 pour les lignes suivantes)	θ_{12}	θ_{23}	θ_{13}	$\Delta m_{\text{sol}}^2 / \Delta m_{\text{atm}}^2$
déchet sans identité, lu en sortie, reçu par le vide, pas du vide (C166)	33,8°	43,6°	8,97°	0,035
lecture $M_D W M_D^T$ (C153) :				
$x = 3^{1/4}$	33,3°	38,4°	8,52°	0,0029
si le demi-accord valait aussi pour le neutrino	35,5°	39,5°	8,51°	0,0013
$x = \sqrt{3}$ (facteur entier)	26,2°	44,4°	8,7°	0,0051
$x = 1$ (sans facteur)	36,8°	34,3°	8,3°	0,0018
observé (NuFIT 6.0, ordre normal)	33,7°	42–49°	8,5°	0,030

Ligne en gras : phases fixées par la règle du pas du vide (C166) ; autres lignes : meilleures phases choisies sur les seuls angles (C151) ; texture de C131 avec les énergies libres de CT4 et la règle locale de C154 (décalages nuls), poids mesurés (`controles/C164_R8.py`, `CT6_nu.py`) ; demi-accord sur les leptons chargés seulement (C155) ; à une erreur près sur toutes les entrées, la ligne en gras varie de $\pm 1,0^\circ$ (θ_{12}), $\pm 1,6^\circ$ (θ_{23}), $\pm 0,6^\circ$ (θ_{13}), $\pm 0,002$ (rapport), surtout par r_s, r_l (C194) ; son rapport, son spectre et θ_{23} ne dépendent pas des phases. Dans la lecture $M_D W M_D^T$, le rapport ne dépasse jamais 0,007.

Ce facteur vaut pour un neutrino qui garde l'identité du doublet. Mais le neutrino léger est un *déchet* : le système le rejette parce qu'il n'a pas de valeur pour lui, et un déchet ne porte plus rien de l'identité de la maison (C155, C160). Les deux côtés de son lien de Dirac sont alors sans identité, et la même règle donne $x = 1$ — le facteur $3^{1/4}$ ne reste que sur le lien entre ν^c et S (C143), où aucun côté n'est un déchet. **Le demi-accord entre familles** (§5.8) — la même règle, avec le même $\kappa = e^{J/2}$, que dans le secteur d — ne s'applique pas ici : le neutrino est un déchet, il n'a plus l'identité du système (C155) ; s'il s'appliquait, il écarterait un peu θ_{12} (35,5°) et séparerait davantage les deux masses légères.

Le déchet émis par le système, reçu par le vide (règle 15, C155–C164) [E]

Une masse de Majorana a deux extrémités. L'*émission* est lue avec le système qui rejette : la texture de Dirac, sans demi-accord ni moitié d'identité, et *dans le sens de la sortie* : inverser le sens d'une lecture change le signe du produit (§6.6, C120), si bien que les liens entre familles du déchet portent le signe opposé à ceux des leptons chargés, qui restent dans le système. La *réception* est lue par l'environnement qui reçoit le déchet : au bout du compte le vide, qui le prend par l'axe de ses échanges avec l'environnement ($R-H$, en captant), alors que le système l'a émis par la face externe de sa liaison (axe $D-L$) ; le vide ne reçoit qu'une présence, non une famille : sa réception est uniforme. D'où, symétrisée,

$$m_\nu \propto \frac{1}{2}(M_D W + W M_D^T), \quad W = \text{diag}(1, r_s, r_l).$$

Sous les règles 15 et 16, sans autre réglage, $\theta_{12} = 33,8^\circ$, $\theta_{23} = 43,6^\circ$, $\theta_{13} = 8,97^\circ$, à moins d'une erreur chacun ; $m_1 : m_2 : m_3 = 0,11 : 0,22 : 1$, ordre normal ; mais **le rapport des écarts vaut 0,035** pour 0,030 observé, à +2,8 erreurs, incertitude du modèle comprise (§10.5). Le côté neutrino donne $\theta_{23} \approx 41^\circ$; la rotation des leptons chargés (2,6°), de sens opposé, s'y ajoute. Aucune réception pondérée par famille ne tient les trois angles (C157) : l'uniformité n'est pas un choix commode, c'est la seule qui marche. La moitié d'identité retirée du déchet a été fixée après qu'une carte de diagnostic en eut montré l'effet (C159) ; elle est retenue pour son accord avec la règle du déchet.

Ce qui reste

L'échelle : le vide reçoit avec l'intensité de son propre lien de Dirac, l'entrée de la famille a ($m_3^D/1,43$, C161) : $m_{\nu_3} = 0,052\text{--}0,063$ eV avec l'asymétrie gauche–droite du spectre lourd (KD, C198 ; relation (16)) ; **la règle des phases**.

Lue comme $M_D W M_D^T$, la masse légère élèverait au carré la hiérarchie du grain : rapport des écarts au plus 0,007 sur toutes les variantes et toutes les phases (C153, CT6). C'est la réception par le vide, linéaire en M_D , qui donne le spectre observé.

Règle 16 [E] : la phase, le pas du vide (C165, C166)

Les phases des deux secteurs n'agissent que par leur *différence* $\varphi = \delta_\nu - \delta_e : \theta_{23}$ et le rapport des écarts n'en dépendent pas, θ_{12} et θ_{13} en dépendent ensemble (C165). Le système lit ses liens dans $\mathbb{Z}_4$, par quarts de tour (la règle des quarks : $\pi/2$ sur le lien de filiation) ; c'est la charnière d'ordre 4 du grain, l'arête longue. Le vide est une organisation courte : sa charnière est l'arête courte, à 60° , autour de laquelle 6 grains se referment (§3.5). Le déchet, émis par le système, tourne d'abord comme les leptons chargés ; reçu par le vide, il prend en plus **le pas du vide, un sixième de tour** : $\varphi = \pi/3$. Alors, sans aucune phase choisie,

$$\theta_{12} = 33,8^\circ, \quad \theta_{23} = 43,6^\circ, \quad \theta_{13} = 8,97^\circ, \quad \delta_{CP} = 347^\circ, \quad J_{CP} = -0,0079.$$

Le signe *global* est une convention (le nommage matière/antimatière), le même pour les quarks et les leptons ; c'est la mesure côté quarks, $J_{CKM} > 0$, qui le fixe, et non le choix de $\pm i$ de N_1 (l'article N_1 dit ce choix sans rapport avec l'antimatière, et la conjugaison de charge appartient à N_2). Ce que N_0 fixe, et prédit, c'est le signe *relatif* : la violation de CP des leptons est de signe opposé à celle des quarks, $J_{CP} < 0$ pour $J_{CKM} > 0$ dans tous les cas (C195). **Règle posée** : elle a été retenue faute d'autre explication, en connaissant la dépendance des angles en φ ; le pas de $\pi/3$ du vide reste à éprouver dans d'autres liens qu'il reçoit ; il ne vaut pas quand le vide est la source (le lien direct des quarks u , C169) : c'est un pas de réception. *Une seule géométrie* : les trois phases du modèle sont des angles de l'arête — 90° , l'angle dièdre autour de l'arête longue (4 grains ; filiation des quarks), 60° , autour de l'arête courte (6 grains ; réception par le vide), et $109,47^\circ$, l'angle entre deux pattes du point (lien direct, règle 11). Cela ne change pas le statut [E] des règles 11 et 16, mais les ramène à une même lecture.

8.7 Ce qui est établi

résultat	statut	remarque
ν^c sans famille, Majorana égales	[B]	état à zéro mode invariant (C128)
ordre normal	[C]	toutes lectures, toutes phases (C128) ; dépend des énergies libres simulées
grands mélanges	[C]	le neutrino ne voit que le grain (C131) ; valeurs des angles : règle 15 [E]
échelle par le seesaw de type I	[H] réfuté	facteur 5 500–24 000 (C129)
échelle par le rejet sans contrepartie	[E] règles 6, 7, 14, 15	$F = 9,34$, $M = v_R$, réception à l'intensité du lien du vide : $m_{\nu_3} = 0,052\text{--}0,063$ eV avec KD (C132, C143, C161, C198)
facilités de rejet r_s , r_l	[C] mesuré	$1,31 \pm 0,05$; $1,21 \pm 0,23$ (C201, 112 graines sans la règle locale)
moitié d'identité	[D] règle 7	$3^{1/4}$ sur le lien $\nu^c\text{--}S$ (C136, C143) ; 1 sur le Dirac du déchet (C160)
émission et réception du déchet	[E] règle 15	réception uniforme par le vide (C155, C156, C160)
θ_{12} , θ_{13}	[E] règles 15, 16	$33,8^\circ$, $8,97^\circ$; phase relative fixée par le pas du vide, $\pi/3$ (C166)
rapport des écarts	[H]	0,035 pour 0,030, à +2,8 erreurs (0,0343, à +3,8, avec les entrées mesurées ensemble de CT8) ; indépendant des phases (C160) ; la règle 12 qui l'ajustait est retirée (v104) ; 0,0029 dans la lecture $M_D W M_D^T$ (C153)
θ_{23}	[E] règle 15	$43,6^\circ$ pour $42\text{--}49^\circ$, indépendant des phases ; déchet lu en sortie (C164)
δ_{CP}	[E] règle 16	347° , $J_{CP} = -0,0080$; signe relatif aux quarks fixé en N_0 (opposé) ; signe global : convention, fixée par la mesure $J_{CKM} > 0$, non par le choix de N_1 (C166, C195) ; à mesurer

Tableau 22: Les neutrinos : ce qui est dérivé, posé, ouvert.

la règle	N_4 : la société	N_0 : les neutrinos
ce qui n'appartient à aucun groupe ne porte pas de rang	un passant n'a pas de place dans la hiérarchie d'une entreprise	ν^c , état à zéro mode : aucune famille
qui ne dépend que d'un petit cercle se mêle facilement aux autres	un indépendant change de client sans peine	le neutrino (grain seul) mélange fort
ce qu'on rejette est ce qui ne correspond pas à son identité	une maison sort ses poubelles, pas ses meubles	S , sans identité, est le déchet du point de points
rejeter sans rien recevoir en retour est rare	une ville qui n'échange rien avec ses voisins est une exception	aucun D accordé : $F \approx 9$
on transmet son identité sans la perdre	un professeur donne son savoir et le garde	un lien porte une moitié de chaque côté : $x = 3^{1/4}$

Tableau 23: Correspondances N_4/N_0 pour les neutrinos.

9 Ce que les simulations ont appris : la géométrie du socle, expliquée simplement

Cette section s'adresse au lecteur qui ne connaît ni la gravité quantique à boucles ni la physique quantique. Elle reprend, sans formalisme, ce que des centaines de séries de simulations ont établi sur le socle N_0 : comment on simule, à quelles échelles on intègre, ce que fait la forme des grains et la manière de les assembler, ce que sont la rigidité et le vide, et quels *leviers* le socle offre aux niveaux suivants, N_1 et N_2 , qui sélectionneront les réseaux, les formes et les échelles les plus stables, d'où émergent les particules et les forces. Elle fait le lien, à chaque pas, avec le concept MICROGLOBAL : des systèmes qui échangent des flux à travers leurs membranes.

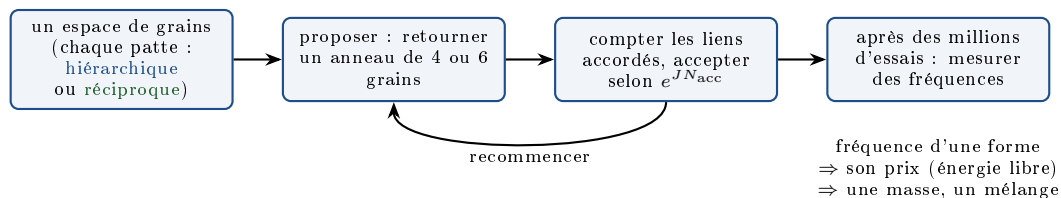
9.1 Le principe d'une simulation

Les briques. L'espace de N_0 est fait de **grains**. Un grain est un petit tétraèdre ; chacune de ses quatre faces est percée par une **patte** qui le relie au grain voisin. Les grains remplissent l'espace sans vide entre eux, comme des briques : six grains par maille d'un réseau régulier.

Deux axes de flux, réversibles. Dans MICROGLOBAL, un système vit de quatre flux différenciés : transmettre (R), échanger (D), prélever (H) et lier (L). En N_0 , ces quatre fonctions ne sont pas encore distinctes : transmettre et prélever sont les deux sens d'un même axe, l'**axe hiérarchique** ($R = H$) ; échanger et lier sont les deux sens d'un autre axe, l'**axe réciproque** ($D = L$). Le socle n'a donc que **deux axes de flux**, chacun parcourable dans les deux sens (§3.9). Chaque patte porte l'un ou l'autre : elle est *hiérarchique* ou *réciproque*. Et chaque grain a toujours exactement deux pattes hiérarchiques et deux pattes réciproques.

L'organisation d'un grain. Quatre pattes se partagent en deux paires de trois façons seulement. Choisir *quelle* paire est hiérarchique, c'est choisir l'**organisation** du grain. Deux grains voisins sont **accordés** quand ils ont la même organisation : leurs flux se prolongent sans heurt.

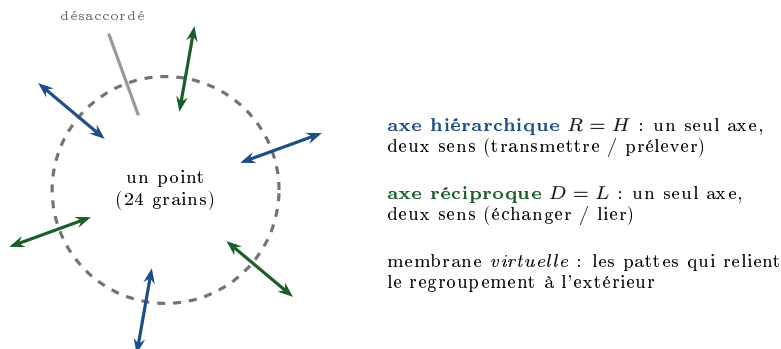
La règle du jeu. Une configuration de l'espace pèse d'autant plus qu'elle compte de liens accordés : son poids est $e^{JN_{\text{acc}}}$, où N_{acc} est le nombre de liens accordés et J le **couplage** (la force du lien), le seul paramètre du modèle. La simulation part d'une configuration, propose sans cesse de petits changements — retourner un anneau de 4 ou 6 grains autour d'une arête, ce qui garde à chaque grain ses deux pattes de chaque sorte —, les accepte ou les refuse selon le poids, et recommence des millions de fois. On ne suit pas un temps physique : on tire au hasard des configurations avec la bonne fréquence, comme on estime le climat en accumulant des jours de météo.



Ce qu'on mesure. On compte combien de fois un regroupement de grains se trouve dans telle organisation. Une fréquence rare veut dire une forme coûteuse : son **prix** (l'énergie libre F) est le logarithme de cette rareté. Une particule est une forme du vide ; sa masse se lit sur son prix, $m \propto e^{-F}$ (§3.7). La simulation ne tire pas des masses au hasard : elle mesure des fréquences, qui sont des nombres fixes, comme la température de fusion de la glace est fixe alors que chaque molécule s'agite.

9.2 Les membranes et les flux

Dans MICROGLOBAL, un système est délimité par une **membrane**, à travers laquelle passent ses flux. En N_0 , les membranes sont *virtuelles* : rien de matériel ne les trace, mais tout regroupement de grains en a une — l'ensemble des pattes qui le relie à l'extérieur. Le **point**, regroupement de 24 grains autour d'un sommet, a une membrane de 24 liens ; le **point de points**, 192 grains, une membrane de 96 liens. Un lien accordé de la membrane laisse passer un flux : hiérarchique s'il porte l'axe $R-H$, réciproque s'il porte l'axe $D-L$; un lien désaccordé ne laisse rien passer.

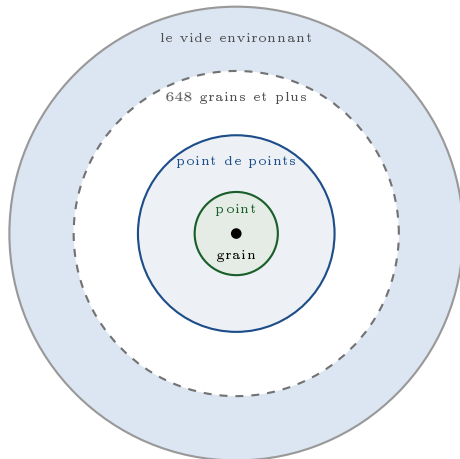


La **complexité** d'une membrane mesure l'écart entre l'échange réel et l'échange idéal — les quatre flux à parts égales, tous transmis (§4.3) : elle baisse quand des liens ne transmettent pas (le désordre) et quand un type de flux manque (l'ordre). La **durabilité** est le compromis entre cette complexité et la liberté du réseau ; elle

fixe la zone de J (§4.4). Deux résultats des simulations sur les membranes méritent d'être retenus. **(1)** Seuls le point et le point de points « voient » l'ordre du vide : au-delà (648 grains et plus), la membrane couvre assez du motif pour que tous les flux la traversent à parts égales. **(2)** Une moyenne des flux sur toute une membrane ne dépend pas de la forme du volume : les flux réciproques internes et ceux de la membrane sortent égaux (v116). La forme ne se lit que dans les *corrélations* entre regroupements ; et la différence entre une liaison interne et un échange externe (L interne et L externe) demande une durée, que N_0 n'a pas : elle appartient à N_1 .

9.3 L'échelle d'intégration

Intégrer, c'est ici calculer le prix d'une forme en l'étendant à un regroupement de grains de plus en plus grand, plongé dans un vide de plus en plus grand. Le résultat dépend fortement de l'échelle à laquelle on intègre : c'est l'un des acquis majeurs des simulations.



grain (1) : un bit (sa main), trois organisations ; seul, il donne la forme des hiérarchies de masse, mais une échelle **trois à quatre fois trop faible** (en logarithme).

point (24) : **la famille existe à cette échelle** ; il donne environ les trois quarts de l'échelle des masses en logarithme ($1 : \frac{1}{12} : \frac{1}{250}$), protège la couleur (symétrie S_4), porte $B - L$ sur ses anneaux.

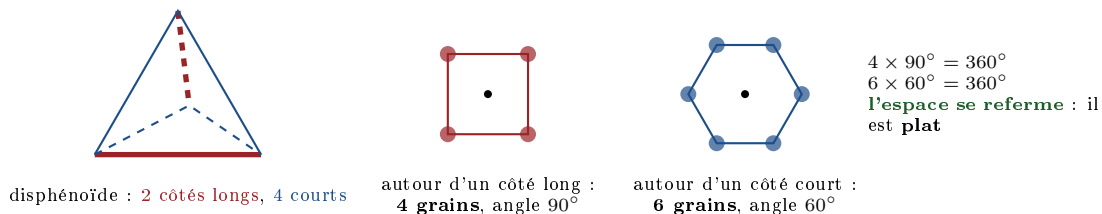
point de points (192) : voit l'ordre du vide (durabilité) ; porte le rejet sans contrepartie, le « déchet » L , d'où l'échelle des neutrinos ($F = 9,34$).

au-delà : les membranes deviennent aveugles à l'ordre. **Le vide environnant** compte : les particules ne lisent pas le vide infini, mais un *volume fermé* fini (§9.7).

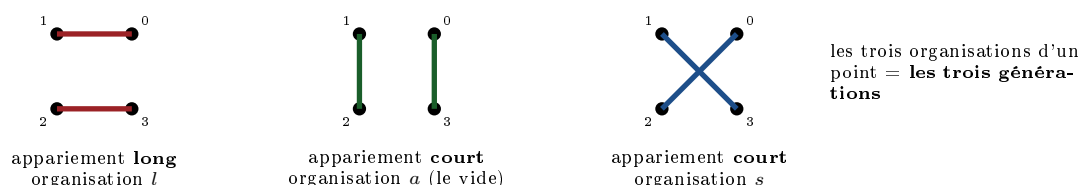
Le tableau des masses le montre directement (§5.1) : porté par un grain, un anneau de 4 ou de 6, la hiérarchie des trois générations est trop faible ; portée par le point, elle atteint environ les trois quarts de la hiérarchie observée en logarithme, sans autre réglage que J . **La particule n'occupe pas un grain, elle occupe un point** : un ensemble de grains est un système, avec ses propriétés propres — c'est la règle de MICROGLOBAL, l'élément d'un niveau est un système du niveau inférieur.

9.4 La forme des grains

Le grain n'est pas un tétraèdre régulier : c'est un **disphénoïde**, un tétraèdre aux quatre faces identiques, avec deux côtés *longs* opposés et quatre côtés *courts*. Cette forme a trois conséquences, toutes mesurées ou démontrées.



(1) Le vide est plat. Autour de chaque côté, les grains se referment exactement : quatre fois 90° autour d'un côté long, six fois 60° autour d'un côté court. Avec des tétraèdres réguliers, il manquerait ou il y aurait trop d'angle (-63° et $+78^\circ$) : **c'est la forme du grain qui rend l'espace plat** (§3.5). **(2) Deux sortes d'anneaux, deux angles.** Les anneaux de 4 et de 6 grains sont les lieux où tournent les phases : un quart de tour (90°) pour les liens des quarks, un sixième de tour (60°) pour ce que le vide reçoit — le second est une règle [E], retenue faute d'autre explication (§8.6) ; lire les deux comme les deux arêtes de l'arène est une lecture [G]. **(3) Une organisation longue et deux courtes.** Des trois façons d'apparier les pattes, l'une suit les côtés longs, les deux autres les côtés courts. La forme du grain distingue donc une organisation et laisse deux jumelles : d'où les trois familles, et le choix que fait le vide.

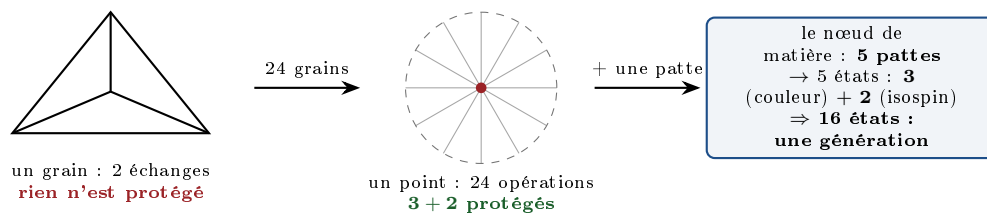


9.5 La manière d'associer les grains

Une face partagée est une seule face. Deux grains voisins ne sont pas posés côte à côte : ils partagent une face, qui n'appartient à aucun des deux. Ce qui la traverse se lit, de l'autre côté, à l'envers sur l'axe hiérarchique (ce qui transmet d'un côté prélève de l'autre) et à l'identique sur l'axe réciproque (un échange est le même vu des deux côtés) (§3.3). C'est, au niveau le plus bas, la distinction de MICROGLOBAL entre dépendance et cohérence : **la hiérarchie est relative, la réciprocité est absolue.**

Les chaînes et les boucles. Parce que chaque grain a une patte de chaque fonction et que chaque lien obéit à cette règle, les liens hiérarchiques forment des chaînes fermées, et les liens réciproques des boucles alternées. Rien ne circule encore : les deux sens de chaque chaîne ont le même poids. Le réseau est *biparti* — deux grains voisins sont toujours de deux sous-réseaux opposés.

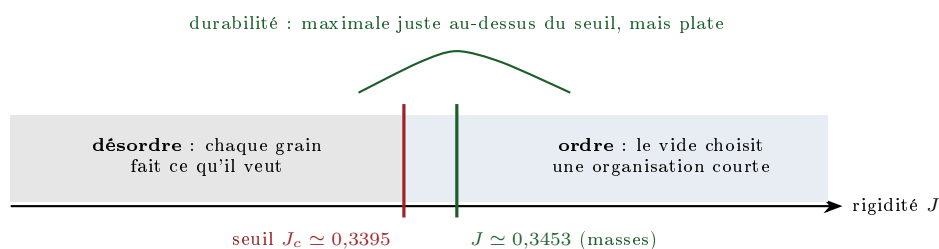
Le point, lieu de la symétrie. Un grain seul ne voit que peu de symétrie : deux échanges de pattes. Mais les 24 grains qui entourent un sommet retrouvent la symétrie complète du tétraèdre (24 opérations, réflexions comprises). C'est au point, et non au grain, que la couleur et l'isospin sont protégés (§6.4).



La matière est une patte de plus. Le vide est fait de grains refermés. La matière est le plus petit excès possible : un grain qui porte une **cinquième patte** (§3.8). Cinq pattes ne peuvent pas se refermer : ensemble, elles forment cinq états possibles. Attention, ce ne sont pas les pattes elles-mêmes qui se rangent en trois plus deux (elles se rangent en trois, un et un), ce sont ces *cinq états* : posés sur un point, ils se séparent en trois plus deux — la couleur et l'isospin. Si l'on admet que chacun de ces cinq états est une place qu'on occupe ou non (un postulat, déclaré [G]), leurs combinaisons donnent exactement les seize états d'une génération de particules, avec des charges quantifiées en tiers.

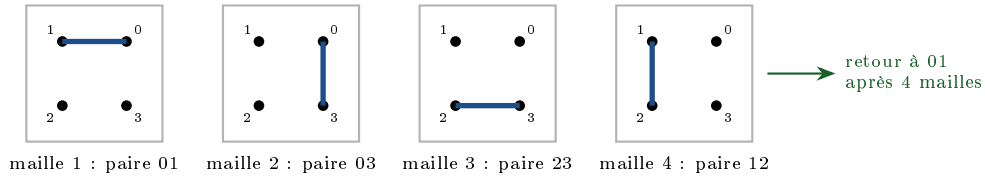
9.6 La rigidité et le vide

La rigidité. J mesure à quel point le socle tient à ses accords : c'est sa **rigidité**. Faible, chaque grain fait ce qu'il veut : le vide est désordonné. Au-delà d'un seuil, $J_c \simeq 0,3395$, les grains s'alignent sur une même organisation : le vide s'ordonne. La valeur que demandent les masses, $J \simeq 0,3453$, est *juste au-dessus* du seuil, à 1,7 %. La règle de durabilité, qui ne regarde pas les masses, tombe dans cette zone, mais trop à plat pour fixer J : sa valeur exacte reste le seul réglage du modèle (O13).



Le vide. Le vide n'est pas un néant : c'est le socle lui-même, dans son état le plus durable. Il choisit l'une des deux organisations courtes, ce qui brise la symétrie entre les jumelles (les simulations le montrent : l'une des deux l'emporte nettement). Ce choix est un tirage figé, comme le côté de la route ; les masses n'en dépendent pas. Le vide fluctue : ses grains changent sans cesse, autour d'un ordre moyen stable.

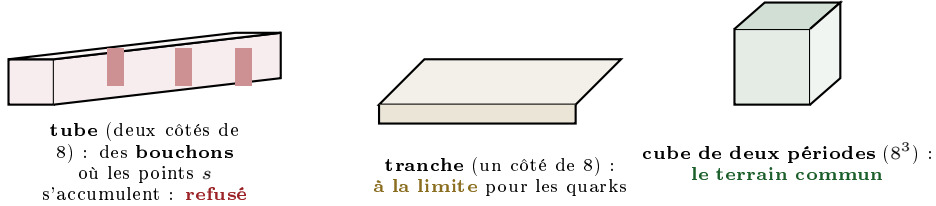
L'onde naturelle du socle. Le résultat le plus profond des dernières simulations est que le socle désordonné, avant même de s'ordonner, porte **une seule onde privilégiée** : la paire hiérarchique y fait le tour du grain en avançant d'une patte à chaque maille, et revient au départ après quatre mailles (§10.1). C'est le **mode mou** du socle — la forme qu'il prend le plus volontiers, et celle qui s'impose quand il s'ordonne. Il n'y en a qu'une : le socle ne contient pas encore de classes d'ondes.



Cette période de quatre mailles est la clé des formes : un volume refermé doit en contenir un nombre entier, et au moins deux, pour que l'onde du socle puisse s'y installer (§9.7).

9.7 Les formes des volumes

Une particule ne lit pas le vide infini : elle lit un **volume fermé**, fini, où le vide se referme sur lui-même. Les simulations ont mesuré ce que la forme de ce volume change.



- Une épaisseur refermée doit être un multiple de 4 (la période de l'onde du socle), sinon le vide ne s'ordonne plus ; et d'au moins deux périodes (8 mailles) : avec une seule, l'onde ne peut pas s'installer (v115, v119).
- Une seule grandeur commande les quarks : le prix du point dans l'organisation s , F_s^{pt} . Il doit tomber dans une fenêtre étroite ($\approx 2,70-2,80$). Les volumes allongés le font baisser (les points s s'y regroupent en bouchons, dont la part croît comme $L^{1,2}$), les grands volumes le font monter (v116–v118).
- Les leptons lisent la même grandeur, avec un seuil bas seulement ; les neutrinos sont commandés par une autre grandeur, le rejet de la famille l (r_l).
- Le cube de deux périodes est l'un des rares volumes mesurés où quarks, leptons et neutrinos s'accordent : lu tout entier dans ce cube, le modèle tient les dix-huit grandeurs avec J pour seul réglage ($\chi^2 = 24$ avec 24 graines, réplique v130 ; il a été retenu parmi une trentaine de volumes). Pourquoi c'est ce volume qui est choisi reste à dire : c'est une sélection que N_1 et N_2 opéreront (O9c).

9.8 Les leviers du socle

Voici, réunies, toutes les variables qui interviennent au niveau N_0 . Certaines sont fixées par le socle lui-même ; d'autres restent libres, et ce sont elles que les contraintes de N_1 (un temps orienté, le choix d'un sens) et de N_2 (la façon dont la matière se pose sur le socle) viendront régler, en sélectionnant les réseaux, les formes et les échelles les plus stables.

levier	ce qu'il règle	statut
forme du grain (disphénoïde)	la platitude du vide, les deux angles (90° , 60°), une organisation longue et deux courtes	fixé par N_0
association des grains (face partagée, inversion)	hiérarchie relative, réciprocité absolue, chaînes et boucles, réseau biparti	fixé par N_0
deux axes de flux ($R = H$, $D = L$)	ce que le socle peut porter : deux distinctions, réversibles	fixé ; différenciés par N_1
échelle d'intégration	le grain donne la forme, le point les familles et la couleur, le point de points les neutrinos	mesuré
période de l'onde du socle (4 mailles)	les épaisseurs refermées permises (multiples de 4, au moins 8)	dérivé (v118)
rigidité J	la zone d'ordre (juste au-dessus du seuil) ; la valeur fine des masses	zone dérivée ; valeur réglée , peut-être fixée par N_1/N_2
organisation choisie par le vide	laquelle des deux courtes devient le vide	libre : tirage figé, sans effet sur les masses
taille et forme du volume fermé	la fenêtre de F_s^{Pt} , l'accord des secteurs	libre en N_0 : sélection par N_1/N_2
main du grain (son bit)	le doublet d'isospin ; plus tard la chiralité	superposée en N_0 : choisie en N_1
phases des pattes (centre $\mathbb{Z}_4$, $\pm i$)	matière et antimatière (le signe global des phases CP en dépend : une convention, fixée par la mesure côté quarks, $J_{\text{CKM}} > 0$; le signe relatif, leptons opposés aux quarks, est fixé en N_0)	indifférencié : le choix de $\pm i$ en N_1 ne le fixe pas ; conjugaison de charge en N_2
couplage du nœud au vide	le sens de la séparation doublet-triplet	absent de N_0 : N_2

9.9 Pourquoi cette géométrie engendre ces particules

Le dernier tableau relie, pas à pas, un trait de la géométrie du socle à une propriété des particules. C'est le cœur de la proposition : **les nombres quantiques ne sont pas ajoutés, ils se lisent sur la forme de l'espace.**

trait géométrique	propriété des particules
quatre pattes, chacune d'un demi-tour de « spin »	le spin $\frac{1}{2}$ de la matière ; le grain porte exactement un bit
le bit du grain : sa main (deux formes miroir)	le doublet d'isospin (la paire des deux mains) ; la chiralité, choisie plus tard
trois façons d'apparier les pattes (une longue, deux courtes)	trois générations ; la plus lourde est celle du vide (a), puis s , puis t
le prix d'un point dans une organisation	la masse : $m \propto e^{-F}$, les rapports de masse avec J pour seul réglage
la symétrie complète du point (24 opérations)	la couleur (un triplet) et l'isospin (un doublet), protégés ensemble
une patte de plus (cinq états, lus comme cinq places à occuper, $[\mathbf{G}]$)	la matière : seize états, une génération complète, des charges en tiers
les quatre anneaux internes d'un point, permutés comme les diagonales d'un cube ($\mathbf{4} = \mathbf{1} + \mathbf{3}$)	la charge $B - L$: -1 sur le singulet (lepton), $+\frac{1}{3}$ sur le triplet (quarks)
le quart de tour et le sixième de tour des deux sortes d'anneaux	les phases des mélanges (quarks, et ce que le vide reçoit) ; règle $[\mathbf{E}]$ et lecture $[\mathbf{G}]$
le rejet sans contrepartie à la membrane du point de points (L déchet)	le neutrino, très léger
le centre $\mathbb{Z}_4$ porté par la phase commune des pattes ($\pm i$)	la distinction entre matière et antimatière, une convention ; la conjugaison de charge appartient à N_2
l'accord d'un cycle de grains (la règle du socle appliquée aux boucles)	la force de jauge et son couplage ($1/\alpha_0 = 71,5 \pm 0,3$)
l'onde du socle de période 4	les épaisseurs permises, et le cube de deux périodes où les particules se lisent

Ce qui reste à N_1 et N_2 . Le socle donne les briques, leur forme, leurs assemblages, la rigidité et l'onde privilégiée. Il ne dit pas encore quelles formes fermées seront choisies, ni la valeur fine de la rigidité, ni le sens

du temps, ni lequel du triplet ou du doublet sera lourd : ce sont des *sélections*, que les contraintes de N_1 puis de N_2 opéreront sur ce socle en superposition — en le perturbant, elles feraient émerger des classes d’ondes, puis des classes de particules (§10.5, O17). L’acquis des simulations est d’avoir dressé la carte complète de ce que le socle offre, et de ce qu’il laisse à choisir.

L’assiette creuse et l’assiette plate. C’est la lecture de MICROGLOBAL (encadré de l’introduction) : si tout était décidé dès la base, rien n’émergerait. Le socle est une assiette *creuse* : il fixe les conditions grossières — les familles, la couleur, les seize états —, et rien de petit ne les déplace. Les valeurs fines se règlent sur une assiette *plate* : le vide se tient juste au-dessus de son seuil, où de faibles interactions, entre particules et avec le support, suffisent à les ajuster. Les simulations donnent les plages où ces valeurs doivent tomber ; les dix-huit grandeurs du modèle y tombent (§10.4).

10 Bilan

Cette section rassemble ce que l’article établit, ce qu’il doit à des règles, ce qui reste ouvert, et ce qu’il annonce que l’expérience pourra trancher. Elle compte aussi les choix : un modèle qui explique autant de nombres qu’il a fait de choix n’a rien expliqué.

10.1 Vue d’ensemble : les particules et les forces

Les deux tableaux qui suivent rassemblent, particule par particule et force par force, ce que N_0 en dit. Les masses sont données en rapports à la troisième génération (logarithmes), la masse du top fixant l’échelle. La dernière colonne du tableau 24 donne les règles ajoutées que chaque grandeur utilise (tableau 27) ; c’est sur lui que porte le compte du §10.3.

particules	où elles vivent	masse lue	grandeur	modèle	observé	règles
quarks u, c, t	$\mathbf{10} \cdot \mathbf{10}$, au point	$2F^{\text{pt}}$	$\ln(m_t/m_c)$	5,59	$5,60 \pm 0,03$	1
			$\ln(m_t/m_u)$	11,60	$11,83 \pm 0,17$	1–4, 8, 10, 11
quarks d, s, b	$\mathbf{10} \cdot \bar{\mathbf{5}}$, point et grain	$F^{\text{pt}} + F^{\text{gr}}, B - L$	$\ln(m_b/m_s)$	3,91	$3,98 \pm 0,09$	1, 2
			$\ln(m_b/m_d)$	6,85	$6,97 \pm 0,07$	1–4, 9
leptons e, μ, τ	$\mathbf{10} \cdot \bar{\mathbf{5}}$, point et grain	comme $d, B - L$ inverse	$\ln(m_\tau/m_\mu)$	2,80	2,832	1, 2
			$\ln(m_\tau/m_e)$	8,14	8,183	1–4, 9 (K4)
			$T_d - T_e$ (quarks d – leptons)	–0,17	$-0,07 \pm 0,11$	9 (K4)
neutrinos	$\bar{\mathbf{5}} \cdot \mathbf{1}$, grain seul ; S au point de points	seesaw inverse	m_{ν_3} (eV)	0,052–0,063	0,050	5, 6, 7, 14, 15
			ordre des masses	normal	normal favorisé	—
			θ_{12}	$33,8^\circ$	$33,7 \pm 0,7^\circ$	15, 16
mélanges des quarks	texture $Y_{pq} = e^{-F(p,q)}$		$ V_{us} $	0,225	$0,2245 \pm 0,0008$	1–4, 9
			$ V_{cb} $	0,040	$0,041 \pm 0,001$	1, 9
			$ V_{ub} $	0,0037	$0,0038 \pm 0,0002$	1–4, 8–11
			$\gamma ; \sin 2\beta$	$67,1^\circ ; 0,737$	$65,9 \pm 3,4^\circ ; 0,708 \pm 0,011$	8, 10, 11
			$ J_{\text{CKM}} $	$3,0 \times 10^{-5}$	$3,1 \times 10^{-5}$	8, 10, 11
mélanges des leptons	le neutrino ne voit que le grain		θ_{23}	$43,6^\circ$	$43,3 \pm 0,9^\circ$	15
			θ_{13}	$8,97^\circ$	$8,56 \pm 0,11^\circ$	15, 16
			$\Delta m_{\text{sol}}^2 / \Delta m_{\text{atm}}^2$	0,035	$0,0298 \pm 0,0008$	15

Tableau 24: Les particules de matière : où elles vivent dans N_0 , comment leur masse se lit, et ce que le modèle donne. F^{pt} , F^{gr} : énergies libres d’une famille au point et au grain ; familles a, s, l = troisième, deuxième, première génération. Règles : numéros du tableau 27 ; « — » : aucune règle ajoutée ; toutes les grandeurs dépendent en outre de J , réglé. Rapports et mélanges observés à M_Z (basse énergie, §3.8) : masses de Huang–Zhou [12], mélanges des quarks du PDG [13], des leptons de NuFIT 6.0 [14] ; les couplages mesurés à M_Z et la masse du top servent d’entrées (pour M_U , M_R et l’échelle de la masse de Dirac) et ne sont pas comptés. Détails : §5.3 à §5.7 et section 8.

interaction	porteurs	ce que N_0 en dit	statut
forte, $SU(3)_c$	8 gluons	la couleur n'est pas dans le grain ; elle est protégée au point par sa symétrie T_d (§6) ; $\alpha_s(M_Z)$ fixe la longueur d'unification ($1/(M_U a) = 16-24$)	[B] symétrie et lieu ; [F] α_s en entrée ; [H] champ, confinement
faible, $SU(2)_L$	$W^\pm, Z$	l'isospin est protégé par les réflexions du point ; le doublet est la paire des deux mains du grain ; la chiralité n'est pas dans N_0 (vide symétrique gauche-droite)	[B] doublet ; [H] chiralité, renvoyée à N_1
électro-magnétique, $U(1)_{em}$	photon	charges $Q_{em} = T_3 + Y$ du nœud (tableau 6) ; $\sin^2 \theta_W = \frac{3}{8}$ à l'unification	[B] charges en tiers (Y unique à l'échelle près) ; photon non traité
droite, $SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$	W_R, Z'	brisée par la paire $\nu^c \nu^c$ (le 126) à $M_R \approx 3 \times 10^9$ GeV (deux boucles, sans seuils) ; $M_{Z'}^2/M_{W_R}^2 = 5$	[F] sous la règle 5
unifiée, $SO(10)$	45 bosons	$1/\alpha_0 = 71,5 \pm 0,3$ au grain (cible 80 ± 10) ; $M_U = 1,35-1,62 \times 10^{16}$ GeV ; proton au-delà de Hyper-Kamiokande ; système d'unification de 7×10^3 à $2,7 \times 10^4$ grains	[C] $1/\alpha_0$; [F] M_U
gravitation	—	hors de cet article : N_0 en fournit l'arène (disphénoïdes, maille $a = 38-47 \ell_P$) ; la courbure comme source relève de N_2	[H] non traitée ici

Tableau 25: Les interactions : ce que N_0 en établit : les symétries d'une génération et leurs lieux de protection, non les champs de jauge ni leurs porteurs. Les porteurs comme multiplets relèvent de N_2 , les vertex et les forces de N_3 (article N_1).

Les écarts en unités d'erreur. Les dix-huit comparaisons des tableaux, refaites avec les valeurs observées actuelles et leurs incertitudes, avec les entrées mesurées sur des graines indépendantes et leur incertitude propagée (C180), se répartissent ainsi, l'incertitude du modèle comptant la statistique des graines et l'effet de la taille du réseau (C186) : **treize à moins d'une erreur** (avec ce jeu d'entrées, C201 ; dix avec les entrées mesurées ensemble, CT8) — dont m_t/m_c , m_b/m_s , $|V_{us}|$, $|V_{cb}|$, $|V_{ub}|$, γ , $|J_{CKM}|$ [17], les trois angles des neutrinos —, quatre entre une et deux (m_t/m_u , m_b/m_d , $\sin 2\beta$, et les leptons chargés à une erreur), **une au-delà de deux** : le rapport des écarts des neutrinos, à $+2,8$; $\chi^2 = 18,1$ pour 18 grandeurs, sans la règle 12 (modèle de C188 avec les entrées de C201, recalculé en v104 ; avec la règle 12, $\chi^2 = 11,4$). Avec les entrées extrapolées au grand réseau (trois tailles, 12^3 , 16^3 , 20^3), l'énergie libre du point s est plus haute de 0,04 que ce que le modèle demande, et $\chi^2 = 39,6$ (C203, C204). Cet écart est celui d'un décalage du couplage de $-0,0003$: les énergies libres en dépendent fortement près du seuil ($dF_s^{pt}/dJ = 153$ en 20^3). **À $J = 0,3451$** , $\chi^2 = 18,3$ pour 18 avec la règle 12, aucune grandeur au-delà de trois erreurs, $\sin 2\beta$ à $+2,2$ (C206, C208) ; sans elle, le rapport des écarts ajoute environ 6 à ce χ^2 . L'électron, à $-6,5$ erreurs avec le demi-accord entier, tombe juste avec le quart d'accord de son doublet (K4). **Degrés de liberté (récrit en v130).** Diviser par $\nu = 17$ n'a pas de sens ici. Sur les 18 grandeurs du χ^2 , deux sont des identités du modèle ($d - e$ des deux générations, différences d'autres lignes), et deux se déduisent des autres ($\sin 2\beta$ et $|J_{CKM}|$ découlent de $|V_{us}|$, $|V_{cb}|$, $|V_{ub}|$ et γ) : il reste environ **14 grandeurs indépendantes**. En face, il faut compter J , les sous-choix discrets des sept règles [E] faits en connaissant les cibles, le choix du jeu d'entrées (C201, CT8, volume fermé) et, selon les cas, l'incertitude de texture. Le nombre de degrés de liberté effectifs est donc bien plus petit que 17, et nous ne citons plus de χ^2/ν : les χ^2 sont donnés bruts, avec le jeu d'entrées qui les produit (§10.3).

Le test des entrées mesurées ensemble (CT8, v105). Les valeurs ci-dessus prennent les entrées à 12^3 , chacune de sa propre série, avec une incertitude qui compte l'effet de la taille ($\pm 0,04$ sur les énergies libres du point). Le contrôle CT8 les mesure toutes *dans une même série*, au même J , en 20^3 , où la taille ne joue plus (annexe A.5) : les énergies libres y sont connues à $\pm 0,007$, cinq fois mieux, et ne peuvent plus absorber les écarts. Les règles de décision ont été écrites avant la mesure. Au meilleur J (0,34532, le seul réglage), **$\chi^2 = 61$ pour 18** avec les seules erreurs des graines, $\chi^2/\nu = 3,6$; quinze grandeurs tiennent à moins de deux erreurs, et trois s'en écartent, quel que soit J : **$\sin 2\beta = 0,762$** pour 0,708 (+4,7), **le rapport des écarts des neutrinos, 0,0343** pour 0,0298 (+3,8) et **$\ln(m_\tau/m_e) = 8,162$** pour 8,183 (−3,2). Avec l'incertitude de taille de la convention précédente, $\chi^2 = 19,8$ à $J = 0,34524$, en accord avec la valeur ci-dessus : **l'accord de $\chi^2 \approx 18$ tenait en partie à la largeur des entrées**. Les angles des neutrinos ne bougent guère ($33,4^\circ$, $43,9^\circ$, $8,87^\circ$). Les tableaux de cet article gardent les entrées de C201, et les trois écarts sont rangés parmi les questions ouvertes. **L'écart de $\sin 2\beta$ (v106).** Dans le triangle d'unitarité, β est fixé par γ et par $R_u \propto |V_{ub}|/|V_{cb}|$: le modèle donne $R_u = 0,420$ pour 0,404 observé, d'où $\sin 2\beta = 0,762$. Les valeurs observées de $|V_{ub}|$, $|V_{cb}|$ et γ donnent elles-mêmes $0,738 \pm 0,042$: le modèle en est à 0,6 erreur ; l'écart de +4,7 est avec la mesure directe ($0,708 \pm 0,011$), quatre fois plus précise. Les règles B3, B4 et le demi-accord ont été éprouvés contre des variantes fixées d'avance (annexe A.6) : **toutes trois tiennent** ; ce qui manque est $|V_{cb}|$ (0,0383 pour 0,0410, −1,9 erreur). **Un décalage entre quarks et leptons (v107).** Cinq grandeurs seulement varient assez vite avec J pour le fixer : chacune tombe juste à un J propre, $|V_{cb}|$ à 0,34506, $|J_{CKM}|$ à 0,34516, m_t/m_c à 0,34519, m_τ/m_μ à 0,34530, m_τ/m_e à 0,34545. **Elles se**

rangent par type : les quarks autour de 0,3451, les leptons autour de 0,3454. L'écart, 0,00025, vaut environ 0,05 sur les énergies libres ($dF_s^{\text{pt}}/dJ \approx 190$) : c'est la précision de l'ordre dominant de la texture, mais des erreurs prises au hasard ne se rangeraient pas ainsi. Les trois écarts ouverts en sont la trace. Quatre causes ont été éprouvées et écartées (annexe A.6) : la structure de $B - L$ dans le secteur d , le quart d'accord des leptons, une lecture différente du vide par le singulet et le triplet des anneaux internes, et l'échelle de comparaison ; une cinquième, le triplet de couleur du point, l'est aussi (v108 : tous les points uniformes gardent S_4 entier).

L'incertitude de texture (v108). Les textures sont écrites à l'ordre dominant : un terme par lien, des zéros exacts. Leur précision n'est donc pas celle des entrées mesurées. Le décalage entre quarks et leptons en donne l'ordre : 0,05 sur l'énergie libre. **Cette incertitude est déclarée**, et appliquée de la même façon aux quatre textures : chacune (u , d , e , et le déchet ν) lit son énergie libre principale (F_s^{pt} , ou F_s^{gr} pour le déchet) à $\pm 0,05$ près, indépendamment des autres, et cette incertitude est propagée comme celle des entrées (C_texture4.py). La valeur a été choisie en connaissant l'écart : c'est un choix [E] sur le budget d'erreur, non une règle physique. Au meilleur J (0,34541) :

incertitude de texture	0	$\pm 0,03$	$\pm 0,05$	$\pm 0,07$
χ^2 (18 grandeurs)	61	37	25	18
χ^2/ν	3,6	2,2	1,5	1,1
au-delà de deux erreurs $\sin 2\beta$, m_τ/m_e , rapport		$\sin 2\beta$	$\sin 2\beta$ (+3,7)	$\sin 2\beta$ (+3,1)

Avec $\pm 0,05$, dix-sept grandeurs sur dix-huit tiennent à moins de deux erreurs ; $\sin 2\beta$ reste à +3,7 de la mesure directe, à 0,7 erreur de la valeur indirecte. **Le prix** : la texture du déchet est très sensible à F_s^{gr} , et le rapport des écarts des neutrinos devient $0,035 \pm 0,005$: il n'est plus en tension, mais il n'est plus prédit qu'à 14 % près.

La texture à l'ordre suivant (v109). L'ordre dominant lit chaque lien entre familles comme si les points étaient indépendants. L'ordre suivant remplace cette indépendance par la probabilité jointe mesurée de deux points liés, comme la règle 8 le fait pour le lien direct (CRITERE_texture_ordre2.md, 20^3 , douze séries). Le lien direct redonne CT8 ($\delta F = 0,44$) ; la correction du lien (s, l) est petite ($+0,16 \pm 0,04$), celle du lien (a, s) ne l'est pas : **+1,18** — les points s se regroupent, et un point s lié au vide est trois fois plus rare que s'ils étaient indépendants. Corrigée ainsi, la texture donne $\chi^2 = 807$; levés en plus, les zéros (l, l) donnent 4330. **Les zéros (l, l) sont donc structurels**, et l'ordre dominant n'est pas le premier terme d'une série en corrélations de paires : celles-ci vont à l'opposé du demi-accord, comme au grain (C150), parce qu'elles mesurent l'amas entier et non le lien. L'incertitude de texture ne peut pas être calculée ainsi ; elle reste déclarée.

La dimension d'interaction des quarks (v109). L'interaction des quarks est de courte portée : le système qui porte un quark ne voit qu'une partie finie du vide, quand les leptons le lisent en entier. Cinq formes de cette idée ont été éprouvées, chacune avec ses règles écrites d'avance (annexe A.6) : une région isolée, à bord coupé, est réfutée nettement (F_s^{pt} monte de 1,0 au lieu de baisser) ; une région plongée dans un vide figé ne déplace pas l'énergie libre moyenne ; la moyenne de e^{-F} sur trente environnements donne un décalage réel, du bon signe ($-0,01$ à $-0,05$), mais compensé. Seuls les *volumes fermés, sans bord*, ferment l'écart — la couleur se refermant sur elle-même (lecture [G]). On a donc mesuré la loi de taille de chaque entrée sur des réseaux fermés de 12^3 à 24^3 : $F_s^{\text{pt}}(L) = F_\infty + c/L^3$, avec $c \approx -90$ à -170 , les autres entrées dépendant à peine de L . La taille du volume des quarks n'est pas choisie mais tirée des données :

volume des quarks (grains)	3 072	8 000	10 400	24 600	infini
écart de J quarks-leptons	+0,00030	+0,00008	+0,00001	-0,00014	-0,00027
$ V_{cb} $, $\sin 2\beta$ (erreurs)			-0,2 ; +2,6		-2,5 ; +5,2

Le volume qui ferme l'écart compte $N^* = 1,04 \times 10^4$ grains (9 100 à 11 700 à une erreur), soit un rayon d'environ six pas : c'est la fourchette du système d'unification (7×10^3 à $2,7 \times 10^4$ grains, §7.4), tirée de la chaîne d'unification sans rien savoir de cet écart. Les dix grandeurs des quarks s'y accordent ensemble, $|V_{cb}|$ à $-0,2$ erreur et $\sin 2\beta$ à $+2,6$. **Le verdict écrit d'avance est pourtant « réfuté »** : la règle faisait lire aux leptons le vide infini extrapolé, et leurs deux rapports de masse s'y contredisent (m_τ/m_μ à $+4,0$, m_τ/m_e à $-4,2$ erreurs). Lus en 20^3 , comme dans toutes les épreuves précédentes — choix fait après coup, qui ne compte pas comme preuve —, le χ^2 des dix-sept grandeurs hors neutrinos vaut 25,7 entre 8 000 et 9 100 grains, aucune au-delà de trois erreurs. **La dimension des quarks est donc mesurée [C] et coïncide avec une taille prédite [F] ; la lecture des leptons — vide infini ou dimension propre, plus grande — reste à établir** : c'est l'épreuve suivante. L'incertitude de texture déclarée reste, en attendant, la base du χ^2 de cet article.

La lecture des leptons (v110). L'épreuve suivante (CRITERE_dimension_leptons.md) a précisé le vide infini (six graines en 24^3 , et 28^3 , 131 712 grains) et laissé aux leptons leur propre dimension. **Les leptons ne lisent pas le vide infini** : le meilleur χ^2 des dix-sept grandeurs y vaut 75, leurs deux rapports de masse au-delà de trois erreurs. Le meilleur couple de la loi de taille (quarks vers 4 400 grains, leptons vers 10 400, $\chi^2 = 12$) tombe au bord de la grille, hors du domaine où la loi est validée — elle se trompe en 8^3 (2,50 prédit, 2,74 mesuré) — : ce n'est pas une mesure. Les *mesures directes*, sans loi, disent ce qui tient (après coup, à titre de contrôle) :

quarks \ leptons	8^3	12^3	16^3	20^3	24^3	28^3
8^3 (3 072 grains)	12	16	15	19	27	37
12^3 (10 368 grains)	18	25	23	26	33	42
16^3 et plus	27–39	52–70	27–38	33–46	49–65	56–71

(χ^2 des dix-sept grandeurs hors rapport des neutrinos, au meilleur J .) **Les quarks demandent un volume fermé d'au plus 10^4 grains** : avec 8^3 ou 12^3 , l'accord est bon tant que les leptons lisent un volume fini de 20^3 ou moins ; au-delà de 16^3 pour les quarks, il se dégrade. **Ce qui reste ouvert** : la valeur exacte de la dimension des quarks — le réseau n'admet que des côtés multiples de 4, et rien entre 3 072 et 10 368 grains en cube —, sa coïncidence avec le système d'unification, dont la borne basse (7 000) tombe entre les deux, et une dimension propre des leptons, distincte de celle des quarks, que ces mesures ne font pas voir. L'épreuve suivante passe à des volumes fermés non cubiques, qui donnent les tailles intermédiaires et permettent de demander si c'est le nombre de grains ou la forme — un côté court, comme un tube de flux — qui gouverne.

La forme du volume (v111). Les volumes fermés sont des parallélépipèdes $N_A \times N_B \times N_C$ construits sur les trois vecteurs primitifs du réseau, qui pointent le long de trois des quatre diagonales du cube — trois directions du tétraèdre —, et sont faits des grains disphénoïdes eux-mêmes : ce ne sont pas des cubes au sens géométrique, mais des assemblages de tétraèdres le long des axes tétraédriques. Chaque côté doit être un multiple de 4, la période du vide ordonné. Huit boîtes non cubiques ont été mesurées (CRITERE_forme_reseau.md, quatre graines, trois J), et chacune a servi de volume aux quarks :

volume des quarks	grains	forme	F_s^{pt} ($J = 0,3453$)	χ^2 (17), leptons 8^3
$8 \times 8 \times 8$	3 072	un côté court (cube)	2,79	13
$8 \times 12 \times 12$	6 912	un côté court (tranche)	2,67	15
$8 \times 16 \times 16$	12 288	un côté court (tranche)	2,69	15
$12 \times 12 \times 12, 12 \times 12 \times 16$	10 368, 13 824	côté de 12	2,76, 2,80	19, 20
$8 \times 8 \times 12, 8 \times 8 \times 16$	4 608, 6 144	deux côtés courts (tube)	2,72, 2,63	28, 63
$8 \times 8 \times 20, 8 \times 8 \times 24$	7 680, 9 216	tube allongé	2,45, 2,32	439, 255
$16^3 \text{ à } 24^3$	24 576 à 82 944	grands	2,82–2,83	43

La forme compte : à nombre de grains égal, une tranche et un tube lisent des vides différents (5 à 6 erreurs sur F_s^{pt}). **Les quarks lisent un volume mince dans une seule direction** : les trois meilleures boîtes ont un côté de 8 et deux côtés égaux, et leur nombre de grains varie d'un facteur 4 ; le χ^2 des dix-sept grandeurs y vaut 13 à 15, aucune au-delà de 2,1 erreurs ($|V_{cb}|$ à $-1,3$, $\sin 2\beta$ à $+2,1$, m_τ/m_e à $-0,3$). Mince dans deux directions, le volume échoue. La règle écrite d'avance demandait une propriété commune aux meilleures boîtes ; elle désigne le plus petit côté, 8 ; le résultat précise qu'il faut *un seul* côté court. **Lecture [G]** : le lien fort de la couleur se lit dans une dimension faible, et dans une seule. **Restent** : l'épaisseur est-elle un optimum (4, 12, 16 mailles) ? la taille latérale est-elle vraiment indifférente au-delà de 16 ? les leptons ont-ils une épaisseur propre ? et l'orientation de la direction mince par rapport aux axes du tétraèdre compte-t-elle ? — l'épreuve de l'épaisseur est faite.

L'épaisseur et la taille (v112). Des tranches $T \times L \times L$ d'épaisseur $T = 4$ à 16 et de côté L jusqu'à 24 ont été mesurées (CRITERE_epaisseur.md, sept nouvelles boîtes) :

épaisseur	4	8	12	16	20–24
meilleure tranche, χ^2 (17)	1 348	13	19	39	43
épaisseur 8, côté L	8	12	16	20	24
χ^2 (17)	13	15	15	20	35

L'épaisseur 8 est un optimum net (écart de 5,5 avec 12) ; à 4 mailles, une seule période, le vide change de phase et l'accord s'effondre. **La taille latérale compte au-delà de 16** : le volume des quarks est mince *et* de taille limitée, de 3×10^3 à $1,2 \times 10^4$ grains — la v111 disait le nombre de grains indifférent ; il ne l'est que jusque-là. **Les leptons rejettent les volumes minces** : les quarks placés en 8^3 , les leptons donnent 18 à 21 dans les cubes et les tranches épaisses, 26 à 100 dans les tranches minces, 65 à 517 dans les tubes. Le meilleur couple reste 8^3 pour les deux ($\chi^2 = 13$) : la différence de forme se voit dès qu'on s'en écarte.

Une correspondance à l'étude : l'ovoïde $RDHL$ en volume (v112, [G]). Le petit livre décrit tout système par la figure de ses quatre flux : quatre axes, R et H opposés, D et L opposés, et un ovoïde dont la *taille* dit combien la boucle échange, la *forme* — le décentrage $\bar{R}$ — comment elle répartit son activité, et le *sens* si elle construit ($RDHL$) ou défait ($RLHD$). Cette figure a un équivalent exact dans le grain de N_0 . Le grain est un tétraèdre dont les faces portent R, D, H, L (§3.2) ; R et H forment la paire hiérarchique, D et L la paire réciproque. Dans un tétraèdre, deux arêtes opposées sont perpendiculaires ; vu le long de leur perpendiculaire commune — un axe du cube, l'axe de l'organisation du grain —, le tétraèdre se projette en un carré dont les quatre coins sont R, D, H, L : **la figure des quatre flux est la projection du grain le long de son axe d'organisation**. L'ovoïde plan serait alors la projection d'une forme en volume, repérée sur les quatre directions du tétraèdre — les quatre diagonales du cube, celles des anneaux internes et de la symétrie S_4 du point.

Les volumes fermés mesurés plus haut seraient de telles formes. Les quarks, porteurs de la couleur, lisent un volume mince dans une seule direction : une fonction contrainte, un ovoïde aplati. Les leptons, sans couleur, se contentent d'un volume peu anisotrope : un ovoïde presque rond. Un volume mince dans deux directions échoue. **Cette correspondance n'est pas établie** ; elle suggère trois prédictions, écrites avant tout calcul (CRITERE_orientation_RDHL.md) : la direction mince des quarks doit être une direction du tétraèdre, non un axe du cube ; les leptons ne doivent pas avoir de direction mince préférée ; la couleur ne demande qu'une direction mince. **Épreuve faite (v112)**. La première prédiction est **réfutée** : mince de 8 le long d'un axe du cube, le volume des quarks donne $\chi^2 = 16$; mince le long d'une diagonale (épaisseur 6,9), 23,5 ; les tranches sur les vecteurs primitifs, 13 à 15. Ce qui gouverne n'est pas l'orientation, mais l'épaisseur comptée en périodes du vide ordonné : deux périodes marchent dans toutes les orientations, alors qu'une épaisseur de 6 le long d'un axe du cube, non commensurable, donne 77, et qu'une diagonale trop mince fait changer le vide de phase. La deuxième prédiction tient : les leptons préfèrent un volume isotrope et rejettent les volumes minces. La troisième tient : une seule direction mince. **La correspondance garde sa partie la plus simple** — une classe colorée, un volume aplati ; une classe sans couleur, un volume rond — et perd sa forme tétraédrique : l'ovoïde en volume, s'il existe, n'est pas repéré sur les quatre directions du tétraèdre, mais sur l'épaisseur du volume en périodes du vide. On pourra dessiner chaque classe de particules dans le référentiel $RDHL$ quand cette correspondance sera précisée.

Les neutrinos et un volume commun (v113). Les neutrinos lisent le rejet au point de points. Placés à leur tour dans chaque volume fermé (CRITERE_formes_A1_B1.md), ils corrigent le dernier écart : le rapport des écarts de masse passe de 0,0347 (vide entier, +4,1 erreurs) à 0,030–0,034 dans les volumes de moins de 2×10^4 grains, et remonte au-delà de $2,4 \times 10^4$ (+3,6 à +5,2). La valeur bouge, pas seulement l'erreur. Les meilleures boîtes n'ont en commun que d'être petites, propriété non écrite d'avance : verdict partiel. **Lu tout entier dans le même volume fermé de 8^3** — deux périodes du vide dans chaque direction, 3072 grains —, **le modèle donne $\chi^2 = 16,2$ pour les dix-huit grandeurs**, aucune au-delà de 2,2 erreurs, sans incertitude de texture et avec J pour seul réglage. **Ce choix a été trouvé en explorant une trentaine de volumes : c'est un résultat d'exploration, non une prédiction**, tant que la raison de ces deux périodes n'est pas établie.

Réplication (v130). Règles écrites d'avance (CRITERE_replication_cube8.md) : 24 graines nouvelles par valeur de J au lieu de 6, même moteur, même production, même analyse (qui redonne 16,2 sur les anciennes graines). **Confirmé selon la règle, mais à sa limite** : $\chi^2(18) = 24,3$ avec les seules graines nouvelles (seuil écrit : 25), 26,6 avec les trente, aucune grandeur au-delà de trois erreurs, sin 2β à +2,7. Le chiffre original n'était pas un tirage favorable (sur 200 sous-échantillons de six graines, médiane 18,0, intervalle 16–84 % de 14,4 à 22,3) : le χ^2 monte parce que l'erreur statistique sur les entrées diminue avec le nombre de graines, alors que les entrées elles-mêmes ne bougent presque pas (F_s^{pt} de 2,811 à 2,814). **Le chiffre à citer est désormais $\chi^2(18) \approx 24$** ; le biais du choix du volume n'est pas levé par la réplication.

Fonder les formes (v113). Quatre explications ont été éprouvées, chacune avec ses règles écrites d'avance. **Réfutées** : la taille des amas de points s (B1 : presque toujours isolés, une maille) ; la taille des domaines de grains s (B2 : filamenteux, de 11 mailles, en partie percolants, corrélés sur moins d'une maille) ; un minimum de frustration (B3 : toute boîte fermée est un peu plus frustrée que le vide entier — 0,315 à deux périodes pour 0,3133 —, sans minimum à 8). La quatrième, une seule direction mince moins frustrée qu'un tube (B4), ne tient que pour une paire sur deux. Ce qui ressort de toutes les épreuves est autre : dans chaque orientation, la meilleure épaisseur est **la plus petite épaisseur fermée que le vide tolère**. Une épaisseur fermée doit être un multiple de la période du vide ordonné, sinon elle le frustre ; elle doit dépasser une période, sinon le vide change de phase ; la plus petite qui remplit les deux est deux périodes. **Principe de la plus petite dimension tolérée [G]** : la contrainte à son minimum n'est pas la frustration, mais la taille elle-même, au plus bas permis par la stabilité du vide ; les quarks, liés le plus fortement et à la plus courte portée, s'y lisent. **Prédiction écrite d'avance, d'abord lue comme confirmée, entachée d'un défaut de l'instrument découvert**

en v115 (CRITERE_plus_petite_dimension.md) : des épaisseurs paires mais décalées par rapport à la période — 6 et 10, sur des côtés de 12 et 16 — font toutes basculer le vide dans une autre phase (F_s^{gr} de 1,07 à 1,64 au lieu de 0,52), et le χ^2 des quarks dépasse 2×10^4 , contre 15 à deux périodes. La commensurabilité avec la période du vide n'est donc pas un détail : hors d'elle, le vide n'existe plus sous sa forme ordonnée. Avec le changement de phase à une seule période, cela fixe la plus petite épaisseur tolérée à deux périodes. **Restent ouverts** : pourquoi la période du vide vaut 4 (v115, plus bas), pourquoi la couleur demande une seule direction refermée, et pourquoi les leptons et les neutrinos se lisent aussi au mieux dans le cube de deux périodes.

Le cube de deux périodes fixe-t-il J ? (v114). Si le cube 8^3 est le système où toutes les particules lisent le vide, la règle de durabilité (§4.4) devrait s'y lire aussi, et fixer J sans aucun réglage. Règles écrites d'avance (CRITERE_durabilite_8.md) : la complexité des membranes est reconstruite à partir des comptes de liens accordés hiérarchiques et réciproques (le code de C92 n'étant pas conservé), la liberté s par intégration thermodynamique du désaccord de J à l'ordre parfait ; la reconstruction doit d'abord redonner le minimum de C92 en 12^3 ($0,3454 \pm 0,0010$) ; puis le modèle entier est lu en 8^3 au minimum, et retenu si $\chi^2(18) \leq 27$ sans grandeur au-delà de trois erreurs. Une première reconstruction omettait la rigidité $-2 \ln s$; l'oubli a été corrigé, daté, avant toute validation. La liberté mesurée redonne la rigidité de la figure de C92 ($+0,14$ de $J = 0,3425$ à $0,3475$, pour $+0,15$). Seule la complexité calculée membrane par membrane — qui voit chaque point se fermer à la moitié des flux — passe la validation, de justesse : $0,3445 \pm 0,0004$ en 12^3 . En 8^3 , Φ est presque plat, comme l'annonçait C92 :

minimum de Φ en 8^3	$J_{\text{dur}} = 0,3452 \pm 0,0036$
J que demandent les masses en 8^3	0,3456
écart	0,1 erreur
modèle entier à J_{dur} , sans réglage	$\chi^2(18) = 54$; m_τ/m_μ à $-5,8$ erreurs

Réfuté. La règle tombe sur le J des masses, mais avec une erreur dix fois trop large : m_τ/m_μ , connu à 3×10^{-4} près en logarithme, demande J à 10^{-4} près. C'est la conclusion du test direct au grand réseau (CT8), retrouvée dans le cube de deux périodes : **la règle fixe la zone, pas la valeur**, à toute taille mesurée ; J reste le seul paramètre réglé du modèle.

Pourquoi la période vaut 4 : la paire hiérarchique fait le tour du grain (v115). Règles écrites d'avance (CRITERE_periode4.md) : on lit, dans les trois vides parfaits (organisation homogène longue l , courte $+$, courte $-$), la période de l'état sous la translation d'une maille le long des vecteurs primitifs, et la suite des paires hiérarchiques de chaque grain ; le cycle $\mathbb{Z}_4$ des flux serait fondé si la période vaut 4 pour les trois vides et si, d'une maille à la suivante, la paire hiérarchique avance d'une patte autour du grain.

vide parfait	période	grains en cycle	paires hiérarchiques successives
court $+$	4	100 %	01 $\rightarrow$ 03 $\rightarrow$ 23 $\rightarrow$ 12 $\rightarrow$ 01
court $-$	4	100 %	03 $\rightarrow$ 23 $\rightarrow$ 12 $\rightarrow$ 01 $\rightarrow$ 03
long l	2	0	02 $\rightarrow$ 13 $\rightarrow$ 02 (même appariement, rôles échangés)

Dans les deux vides courts, qui font la phase ordonnée (94 % des grains au J des masses), la paire hiérarchique tourne d'une patte par maille : chaque patte est hiérarchique deux mailles de suite sur quatre, comme un flux qui fait le tour des quatre pattes, et l'état revient à lui-même après quatre mailles, sur les trois axes, pour tous les grains. Les étiquettes d'organisation, elles, ont une période de 2. **La règle n'est pas remplie à la lettre** : le vide long a une période de 2. La lecture $\mathbb{Z}_4$ tient donc pour le vide qui compte, non pour les trois.

Ce qui en suit. Une épaisseur fermée non multiple de 4 ne peut pas refermer ces cycles : les deux vides courts y sont *impossibles*, le vide long reste possible partout. L'épreuve a révélé un **défaut de l'instrument** : dans les arènes non multiples de 4 ($6 \times 12 \times 12$, $6 \times 16 \times 16$, $10 \times 12 \times 12$, $10 \times 16 \times 16$, 14^3 , cellule B6), les états de départ courts contenaient des liens incohérents — hiérarchiques d'un côté, réciproques de l'autre —, de 310 à 8944 selon l'arène, que la dynamique ne peut jamais réparer et que le moteur comptait comme accordés. Toutes les autres arènes en sont exemptes : les résultats établis dans les volumes multiples de 4 sont intacts ; ceux de ces six arènes, dont la « autre phase » des épaisseurs 6 et 10 (v113) et l'anomalie de 14^3 , sont retirés. Refaites depuis un départ sain (le vide long), au J des masses, les épaisseurs 6 et 10 *ne s'ordonnent pas* : $+$ et $-$ restent à égalité (0,46 et 0,46), quand les volumes multiples de 4 brisent la symétrie (0,58 contre 0,36). Ce constat n'était pas écrit d'avance ; une confirmation sur six boîtes jamais simulées l'a été :

épaisseur	6	10	14	18	16 (réf.)	20 (réf.)
ordre $m = f_+ - f_- $	0,02	0,03	0,06–0,08	0,08–0,11	0,24–0,26	0,22–0,25

Non concluante à la lettre : la règle demandait $m < 0,05$ pour toute épaisseur non multiple de 4, et 14 et 18 dépassent ce seuil sans atteindre celui de la réfutation (0,12). Toutes restent loin des multiples de 4, et l'empêchement s'affaiblit avec l'épaisseur, comme une paroi imposée dont le coût se dilue dans le volume.

Acquis : la période 4 est celle du cycle de la paire hiérarchique autour du grain dans le vide ordonné, et une épaisseur décalée l'empêche de se refermer. **À établir** : que ce cycle est celui des quatre flux R , D , H , L (la lecture de R et H dans la paire hiérarchique demande le sens de la hiérarchie), et la loi de l'empêchement avec l'épaisseur.

Contrôle des instruments (v116). Avant d'ouvrir d'autres voies, les instruments qui ont donné des résultats négatifs ont été contrôlés.

- **Les 44 arènes** ont été vérifiées : voisinage symétrique, graphe biparti, étiquettes complètes, anneaux bien formés, points de 24 grains distincts, transport plat. **Tout est juste**.
- **Le calcul de l'énergie** a été relu et testé par une relecture indépendante : un million de comparaisons avec un recomptage complet, **aucun écart**. Les invariants tiennent, le bilan détaillé aussi, et le tirage au hasard est sans biais.
- **Les quinze moteurs** font tous le même mouvement. Quatre mille balayages suffisent pour les grandeurs symétriques entre $+$ et $-$, les seules que lisent les épreuves.
- **Le seul défaut** est celui de la v115 : les états de départ courts des arènes non multiples de 4. Les moteurs vérifient désormais chaque état à son chargement et refusent un état invalide ; les scripts partent du vide long dans ces arènes.
- **Les erreurs des entrées** : leur dépendance au protocole (départ, durée), mesurée sur quatre protocoles avec six graines chacun, **se réduit au bruit des graines**. Recalculés avec des erreurs élargies, aucun verdict ne change : le modèle entier en 8^3 donne $\chi^2 = 15$ (6 graines ; 24 avec 24 graines, v130), les tubes échouent toujours, la durabilité en 8^3 reste réfutée.

Les résultats négatifs restants sont des résultats, non des erreurs d'instrument.

Ce que la forme change : le soutien d'un point par son image (v116). Les quarks lisent mal les volumes allongés : dans les tubes $8 \times 8 \times L$, l'énergie libre du point F_s^{pt} tombe de 2,79 à 2,32 quand L passe de 8 à 24, alors qu'elle ne bouge pas dans les tranches. Trois explications ont été éprouvées, chacune avec ses règles écrites d'avance.

- **Les domaines (réfutée)** : le vide des tubes ne se fragmente pas en domaines $+$ et $-$; l'ordre est le même partout (CRITERE_couleur_direction.md).
- **Les flux moyens aux frontières (réfutée)** : l'échange R/H et D/L à travers les membranes du point et du point de points est le même dans toutes les directions (10^{-4}). Une moyenne sur tous les liens ne dépend que de la statistique de chaque type de lien, pas de la forme ; pour la même raison, les liens réciproques internes et ceux de la membrane sortent égaux (CRITERE_flux_frontieres.md).
- **Les corrélations (confirmée après réplication)** : on mesure ρ_s , rapport de la corrélation entre points uniformes de la famille s à une période (4 mailles) le long de la direction distinguée, à la même corrélation le long des autres directions (CRITERE_confirmation_s.md). Une première série de 10 graines a donné les trois prédictions, mais son témoin 8^3 a échoué (statistique trop maigre) : non concluante. La réplication, avec 30 graines nouvelles et des erreurs par graine, les confirme toutes :

volume	ρ_s	écart à 1	lecture
tube $8 \times 8 \times 24$, direction longue	$0,685 \pm 0,030$	-10,6	directions refermées plus corrélées
tranche $8 \times 24 \times 24$, axe mince refermé	$1,421 \pm 0,044$	+9,5	axe mince plus corrélé
tube refermé à trois périodes $12 \times 12 \times 24$	$0,958 \pm 0,028$	-1,5	pas de déficit net
témoin 8^3	$0,89 \pm 0,13$	-0,8	symétrique

Lecture d'abord donnée, puis corrigée par l'épreuve suivante. On a d'abord lu ces rapports comme un soutien du point par son image qui *chuterait* le long d'une direction longue. Une épreuve écrite d'avance (F4, CRITERE_soutien_masses.md) a mesuré le soutien lui-même, S — la corrélation à une période des points uniformes s , moyennée sur les trois axes — dans seize volumes, avec 10 graines nouvelles chacun. Elle prédisait que F_s^{pt} croît avec S :

volumes	soutien S	F_s^{pt}
grands volumes (12^3 à $16 \times 20 \times 20$)	1,22 à 1,34	2,76 à 2,83
cube 8^3	1,32	2,79
tranches $8 \times L \times L$, $8 \times 12 \times 16$	1,49 à 1,79	2,65 à 2,69
tubes $8 \times 8 \times 12 \rightarrow 8 \times 8 \times 24$	1,43 $\rightarrow$ 2,66	2,72 $\rightarrow$ 2,32

Réfutée, par le signe : la relation est très forte (corrélation de rang $-0,93$, $p = 2 \times 10^{-7}$), mais *inverse* — plus le soutien est grand, plus F_s^{pt} est bas ($F_s^{\text{pt}} = 3,25 - 0,35 S$). Le rapport $\rho_s < 1$ des tubes ne venait donc pas d'un soutien qui chute le long de la direction longue, mais d'un soutien qui monte plus encore le long des deux directions refermées. **Ce qui est acquis** : dans un volume refermé sur deux périodes dans deux directions, les points de la famille s se regroupent d'autant plus que le volume s'allonge ; ils deviennent plus nombreux, et l'énergie libre que lisent les quarks baisse — de quoi rendre compte de l'échec des tubes. Le cube 8^3 , refermé dans les trois directions, reste bas ($S = 1,32$) : **ce n'est pas le nombre de directions refermées qui compte, mais l'allongement d'un volume refermé dans deux directions ; reste à fonder pourquoi**. Avec le χ^2 des quarks, le lien n'est que faible (corrélation de rang $+0,44$, $p = 0,09$), la taille des volumes jouant aussi.

Pourquoi l'allongement regroupe les points s : les bouchons (v117). Une section refermée sur deux périodes est la plus petite que le vide tolère : une paroi perpendiculaire au tube n'y coûte que cette section, et elle est commensurable avec le cycle $\mathbb{Z}_4$. L'organisation minoritaire peut alors occuper toute la section sur quelques mailles, en un *bouchon* ; un tube aussi mince, presque unidimensionnel, ne garde pas d'ordre à longue portée. Règles écrites d'avance (CRITERE_bouchons.md) : une couche (toutes les mailles de même rang le long du tube) est un bouchon si la minoritaire y dépasse la moitié des grains ; on mesure la part P_b des couches-bouchons et l'enrichissement E des points s uniformes dans ces couches.

tube $8 \times 8 \times L$	$L = 8$	12	16	20	24	32	40	48	64
bouchons P_b (%)	2,1	2,8	3,7	4,5	5,8	10,4	12,0	13,6	18,0
enrichissement E	5,1	5,6	6,1	6,1	6,0	5,2	4,9	4,7	4,0

Fondée : les points s uniformes sont six fois plus fréquents dans les bouchons que le hasard ne le voudrait, et la part de bouchons croît avec la longueur, ce que le tube nouveau $8 \times 8 \times 32$ a confirmé. La chaîne est mesurée maillon par maillon : section refermée sur deux périodes, parois bon marché, bouchons, points s concentrés, énergie libre du point plus basse — l'échec des quarks dans les tubes. Le tube refermé à trois périodes ($12 \times 12 \times 24$, 0,4 %) et la tranche $8 \times 24 \times 24$ (0,2 %) n'ont presque pas de bouchons, leurs couches étant aussi plus grandes.

La loi. Quatre lois ont été ajustées sur $L = 12$ à 32, et leurs prédictions gelées avant de mesurer trois tubes nouveaux ($L = 40, 48, 64$, CRITERE_loi_bouchons.md). **L'exponentielle**, qui collait le mieux aux tubes courts, **est réfutée** (écarts de -3 à -5 erreurs) : l'accélération n'était qu'apparente. **La loi retenue est une puissance**, $P_b \simeq 0,0014 L^{1,20}$ (écarts $+0,8, -0,4, -1,0$) ; une droite et une loi saturant à $\frac{1}{2}$ passent aussi, les tubes longs ne départageant pas finement les lois lentes. Le vide d'un tube perd la moitié de son ordre ($P_b = \frac{1}{4}$) vers **80 à 110 mailles**, 20 à 27 périodes, selon la loi. **Les quarks échouent bien avant** : dès $8 \times 8 \times 16$, quand les bouchons n'occupent que 3,7 % du tube. Leur limite n'est donc pas la perte d'ordre, mais un petit seuil de bouchons, vers 3 %, qu'il reste à dériver.

Une seule entrée commande la tolérance des quarks (v118). Dans chaque volume où les quarks échouent, remettre F_s^{pt} à sa valeur de 8^3 ramène le χ^2 de 28–65 à 18–29 ; les autres entrées pèsent peu (RESULTAT_diag_entrees.txt). Les quarks demandent une *fenêtre* de F_s^{pt} , environ 2,70 à 2,80, que le cube 8^3 occupe (2,79). Les volumes allongés ou aplatis sont sous la fenêtre (les points s s'y regroupent, bouchons compris) ; les grands volumes isotropes sont au-dessus (2,82–2,83). La « limite latérale » des tranches tient surtout à leurs erreurs, plus petites quand le volume grandit : toutes ont $F_s^{\text{pt}} \simeq 2,65$ –2,69. Le regroupement S seul ne suffit pas à classer les volumes (même $S = 1,32$ en 8^3 , toléré, et en 16^3 , non toléré) : la tolérance dépend de la forme *et* de la taille (CRITERE_seuil_S.md). Une épreuve voulant dériver la longueur tolérée à partir d'un seuil de bouchons (CRITERE_seuil_quarks.md) est restée non concluante : dans les sections plus larges, les bouchons sont trop rares pour fixer une longueur.

L'effet de taille : les fluctuations de la brisure de symétrie (v118). Dans les cubes, F_s^{pt} dépend très fortement de l'ordre instantané $m = |f_+ - f_-|$: de 0,7 pour les instantanés presque à égalité ($m < 0,1$) à 4,1 pour les plus ordonnés ($m \geq 0,3$), en 8^3 . L'ordre moyen est le même dans tous les cubes ($\langle m \rangle = 0,24$), mais sa distribution s'élargit dans les petits volumes : 11 % d'instantanés presque à égalité en 8^3 , 2,6 % en 12^3 , aucun au-delà. Ces instantanés, riches en points s , abaissent F_s^{pt} . L'épreuve écrite d'avance (CRITERE_taille.md) est **partielle** : la fréquence des instantanés faiblement ordonnés est confirmée, mais sa règle principale était

mal posée, et le déficit de 8^3 ($-0,02$) est sous son seuil. **Lecture à éprouver** : l'effet de taille est celui des fluctuations de la brisure de symétrie, qui décroissent comme l'inverse de la racine du volume.

N0 est un socle : les formes n'y sont qu'en puissance (v118, [G] ; voir l'encadré de l'introduction et le §10.4). Toutes les formes et associations de grains coexistent en N0, en superposition, avec leurs poids. Les volumes fermés, l'épaisseur de deux périodes, la fenêtre de F_s^{pt} ne sont pas des objets de N0 : ce sont des sélections, que les contraintes de N1 et N2 opèrent sur le socle. Enfermer le vide dans un cube 8^3 , c'est imposer de l'extérieur une forme que, dans le programme, N1 et N2 imposeraient. C'est pourquoi la meilleure forme est trouvée en explorant et non dérivée de N0 seul, et pourquoi la règle de durabilité fixe la zone de J sans sa valeur : **un échec attendu, non une réfutation**. Ce que N0 peut donner, c'est son *potentiel* — les modes de fluctuation du socle, et celui qui devient instable le premier : la forme que les contraintes sélectionnent, la plus stable. Les ondes proprement dites, qui demandent un temps orienté ($D \neq L$), n'apparaissent qu'avec N1.

La période 4 est le mode propre du socle (v118). Règles écrites d'avance (CRITERE_mode_propre.md) : dans le vide *désordonné* ($J < J_c \simeq 0,3395$), sans aucune forme imposée, le spectre des fluctuations de la paire hiérarchique (6 types de grain $\times$ 6 dyades) doit avoir son maximum au vecteur d'onde de période 4, croissant vers J_c , dans deux boîtes, 20^3 et 24^3 , qui admettent bien d'autres périodes.

J	0,300	0,320	0,335	0,3453 (ordonné)
maximum en 20^3	10,8	24,0	120	2 700
maximum en 24^3	10,6	23,3	174	4 565
position	$(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$	$(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$	$(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$	$(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$, harmonique $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

Fondée : le spectre n'a qu'un pic, exactement au vecteur de période 4, de même hauteur dans les deux boîtes, déjà dominant loin de l'ordre (le fond du spectre vaut 4,7–4,9) ; il croît vers J_c et devient le pic du vide ordonné. Le champ d'organisation (+, −, l), lui, a son maximum aux grandes longueurs d'onde : son ordre est uniforme.

La période 4 est le mode mou du socle désordonné : la paire hiérarchique qui fait le tour du grain en quatre mailles est la forme que le socle sélectionne quand il se perturbe vers l'ordre. Constatée dans le vide ordonné (v115), elle est ici dérivée du vide désordonné ; deux périodes font les huit mailles du cube que lisent les quarks. **Restent** : les classes de modes autour de ce pic et leur symétrie sous S_4 , et la sélection des modes par les volumes fermés (v119, ci-dessous).

Un seul mode mou, sans classes (v119). Au point P de la zone de Brillouin (le vecteur de période 4), le groupe de symétrie est $T_d \simeq S_4$: les modes s'y rangent en multiplets de dimension 1, 2 ou 3. La question était de savoir lesquels sont mous (CRITERE_classes_modes.md). La matrice de covariance des 36 canaux (6 types de grain $\times$ 6 dyades) a **un seul mode dominant, non dégénéré** — 117 en 20^3 , 171 en 24^3 près de J_c ; 2 700 et 4 560 dans le vide ordonné —, toutes les autres valeurs propres restant sous 0,52, plus de deux cents fois moins. Les multiplets que la règle découpait parmi ces petites valeurs dépendent du bruit et diffèrent d'une boîte à l'autre : **réfutée** ; le plus mou n'est pas un doublet (+/−), et un triplet (candidat de la couleur) ne figure parmi les modes mous que dans une des deux boîtes. **Le socle a un seul mode mou, un singulet** : il ne porte pas, à ce niveau, de classes de modes. Dans le cadre du programme, c'est attendu : la différenciation en classes relèverait des contraintes de N_1 et N_2 .

Une épaisseur n'est pas une cavité (v119). Hypothèse écrite d'avance (CRITERE_selection_forme.md) : une épaisseur refermée retiendrait le mieux le mode mou à environ deux longueurs de corrélation — 8 mailles dans le vide ordonné ($\xi \approx 3$), 12 ou 16 près de J_c ($\xi \approx 6,7$) ; tranches $T \times 24 \times 24$, $T = 4$ à 16, rapportées à 24^3 :

épaisseur T	4	8	12	16
mode mou près de J_c (rapport)	0,31	0,74	0,73	0,73
ordre gardé, vide ordonné (pic, rapport)	0,07	0,31	0,47	0,64
fluctuations autour du pic (rapport)	2,43	1,15	1,01	0,98

Réfutée : aucune résonance. **Ce qui se voit** : une seule période d'épaisseur empêche le mode mou de condenser (7 % de l'ordre) ; dès deux périodes il condense, d'autant plus que l'épaisseur croît. Le principe de la plus petite épaisseur tolérée se relit ainsi : *huit mailles est la plus petite épaisseur où le mode mou du socle peut s'ordonner*. C'est une relecture, non une dérivation : elle ne dit pas pourquoi les quarks préfèrent 8 à 12.

nombre	ce que N_0 établit	cat.	ce qui reste, et où
masse (R)	pas d'énergie en N_0 ; des rapports de suppression, lus comme probabilités d'organisation du point et du grain (section 5)	[C], [G]	existence et échelle de la masse : N_2
couleur (D)	triplet du nœud de matière, protégé au point par $T_d \simeq S_4$; absent du grain, le vide reste neutre (§6.4)	[B]	connexion SU(3) et confinement : N_1 à N_3
charge (H)	Y unique à l'échelle près, charges en tiers (Prop. 14) ; doublet d'isospin ; $B - L$ sur quatre anneaux	[B]	valeur de α : N_3
spin (L)	spin $\frac{1}{2}$ des pattes et de la matière (Prop. 3, postulat de matière) ; deux statistiques (Prop. 10)	[A], [B]	hélicités des porteurs : N_1

Tableau 26: Les quatre nombres quantiques d'une particule : ce que N_0 en établit.

10.2 Les quatre nombres quantiques

L'article N_2 [5] retient quatre nombres quantiques d'une particule — la masse, la couleur, la charge et le spin — et les rattache aux quatre fonctions, R , D , H et L respectivement. Le tableau 26 dit ce que N_0 apporte à chacun.

Les autres étiquettes ne sont pas des nombres quantiques indépendants, mais leurs composantes ou leurs lieux : l'isospin T_3 et l'hypercharge composent la charge ; la famille est l'organisation du point ; $B - L$ est une charge portée par les anneaux ; la chiralité est renvoyée à N_1 . Les nombres n , l , m , s de l'atome en sont la réalisation au niveau N_3 .

10.3 Le bilan des choix

Le modèle de base a un paramètre, le couplage J (la force du lien) : la durabilité en fixe la zone (section 4), et sa valeur y est réglée sur les masses. Au-delà du modèle de base (tableau 11), quinze règles restent ajoutées pour des questions particulières ; ce sont des choix. Une seizième, la règle 12, qui portait une valeur ajustée pour le rapport des écarts des neutrinos, a été retirée en v104 (§10.5) : le modèle n'a plus qu'un paramètre réglé, J . Sept règles ont été fixées *avant* le calcul qu'elles commandent [D] ; la règle 5 reprend deux postulats d'unification ; sept ont été formulées en connaissant la grandeur visée ou après un diagnostic [E] : la règle 1 après une lecture inverse, les règles 9, 11 et 14 en connaissant la fenêtre ou l'angle visés, la règle 10 par la méthode inverse, les règles 15 et 16 après une carte de diagnostic ou en connaissant la dépendance des angles. Deux ont été retenues après l'échec d'une première traduction, ce que le tableau signale.

Le compte. Un paramètre réglé (J) et quinze règles ajoutées, dont sept de catégorie [E], plus un choix déclaré sur le budget d'erreur (l'incertitude de texture, $\pm 0,05$, [E], v108), pour dix-neuf grandeurs mesurées : les dix-huit du tableau 24 et $1/\alpha_0$ (tableau 25). Deux de ces grandeurs n'utilisent aucune règle ajoutée ($T_d - T_e$ sans le quart d'accord, l'ordre des masses des neutrinos) ; $1/\alpha_0$ n'en utilise aucune pour sa valeur, mais sa cible passe par la chaîne d'unification (règle 5) ; une n'utilise que la première (m_t/m_c) ; toutes dépendent de J . Les grandeurs qui reposent sur une règle [E] ont servi à la choisir : elles ne comptent pas comme prédictions. Le compte est favorable sur la structure — un seul vide, une seule texture, un seul κ pour deux secteurs —, modeste sur les nombres : plusieurs accords sont à 0,1–0,3 en logarithme, non à la précision des mesures. Le critère retenu tout au long du travail (C104) est qu'une règle n'est gardée que si elle résout plus de contraintes qu'elle n'ajoute de choix : les règles 2 et 4 en résolvent chacune deux, comme la règle 8 ; la règle 9 en règle trois d'un seul κ dans le secteur d ; la règle 6 n'en approche qu'une, l'échelle des neutrinos, que la règle 14 ajuste au facteur près (une règle pour une grandeur) ; la règle 12, qui introduisait un paramètre pour une seule grandeur, le rapport des écarts, a été retirée ; les règles 3, 5 et 7 sont des lectures du cadre plutôt que des ajustements.

Le compte, relu par un arbitre indépendant (v130). Une relecture faite sans avoir suivi le travail conclut que le compte ci-dessus est trop favorable, et nous retenons ses raisons. **(1) Grandeurs.** Les « dix-neuf » ne sont pas indépendantes : deux sont des identités du code ($d - e$ = différence de deux lignes de masse), deux se déduisent des autres ($\sin 2\beta$, $|J_{CKM}|$) ; les dix-huit du tableau 24 ne sont pas exactement les dix-huit du χ^2 . Il reste environ quatorze grandeurs indépendantes. **(2) Choix non comptés jusqu'ici.** Le volume de lecture (vide entier, volumes distincts pour quarks et leptons, cube 8^3), retenu parmi une trentaine ; l'incertitude de texture ($\pm 0,05$ sur chacune de quatre énergies libres, choisie en connaissant l'écart) ; la phase de Cabibbo $\delta = \pi/2$; la comparaison à M_Z ; et des **planchers d'incertitude du modèle**, présents dans le code et jusqu'ici absents du texte : 0,010 sur $|V_{us}|$, 0,45°, 1,0°, 0,30° sur les trois angles des neutrinos, 0,0009 sur le rapport des écarts (leur effet sur le χ^2 est faible, 17,8 au lieu de 17,9). **(3) Prédiction.** Avec la convention de la section 1 — un résultat prend la catégorie la plus faible de ses sources —, les grandeurs de masse et de mélange, qui passent toutes par la règle 1 [E], ne sont pas des prédictions mais des *accords*. Le contenu prédictif du modèle tient aujourd'hui dans les structures (un vide, trois familles, **3 + 2**, seize états, ordre normal) et dans quelques

	règle	ce qu'elle explique	cat.	remarque
1	la durabilité porte sur le point et le point de points	la zone de J ; trois rapports de masses	[E]	formulée après une lecture inverse ; appuyée par une seconde lecture (C95)
2	$B - L$ sur un intérieur à quatre anneaux, déclenché dans les défauts	d et e de la deuxième génération (deux rapports)	[D]	support dérivé (Prop. 16) ; déclenchement et couplage posés (C107)
3	la masse se lit linéairement	la part de la première génération héritée de s	[D]	accord avec « masse = probabilité », elle-même justifiée par l'indifférenciation (C110, C138)
4	la famille légère naît de l'intermédiaire	$d - e$ de la première génération ; $ V_{us} $	[D]	validée par l'auteur (C125) ; confirmée sur dix paires (C127)
5	chaîne directe $SO(10) \rightarrow 3221$	$M_U, 1/(M_U a)$	[D]	deux postulats (C64)
6	l'état S au point de points ; sa masse = rejet de L sans contrepartie	l'échelle des neutrinos	[D]	seconde traduction ; la première échouait (C130, C132)
7	un lien porte une moitié d'identité de chaque côté	le facteur $3^{1/4}$; le lien $M = v_R$	[D]	règle de l'auteur, justifiée par le budget minimal d'un système stationnaire (C136)
8	un système n'est pas seulement emboîté : au point, la famille légère garde un lien direct avec le vide	m_u et $ V_{ub} $ ensemble	[D]	entre paires $R = H$, le second H du budget se lit comme un lien direct au vide (un couplage, non un apport net : $\varphi = 0$) ; coût mesuré (C137–C139, CT4)
9	au grain, les liens entre familles regagnent un demi-accord, $\kappa = e^{J/2}$; l'électron, dont le doublet partage son identité avec le neutrino déchet, la moitié, $e^{J/4}$ (K4)	$ V_{cb} , V_{us} , d$ et e de première génération	[E]	identité à deux composantes ; choisie en connaissant la fenêtre (C144, C149, C181)
10	prélever dans le vide demande de formater une identité brute ; le formatage se fait dans le système (B4)	m_u avec la phase du lien direct	[E]	idée de l'auteur ; lieu fixé par la méthode inverse (C172–C174)
11	le lien direct, au point, est lu à l'angle tétraédrique de la filiation (B3)	γ, β, J_{CKM}	[E]	trouvée en connaissant l'angle visé, justifiée par la symétrie du point (C177)
12	<i>retirée en v104</i> : la fraction des systèmes s qui émettent un déchet valait e^{-c} , $c = 0,046$ ajusté (S)	—	—	dix lectures fixées avant la mesure n'en ont pas trouvé l'origine (CT7) ; retirée plutôt que gardée comme second paramètre
13	en N_0 , une interaction est acceptée ou refusée par le partenaire, sans énergie (un interrupteur) ; l'environnement paie le tribut des flux externes tant qu'il accepte la relation (I)	la cuisine (10 : $\ln 2$), le lien entre paires (7)	[D]	principe de l'auteur (C191–C193)
14	le choix de signe de N_1 étant global, le côté gauche est natif ; le partenaire droit d'un état lourd perd un quart d'accord : $M_{\text{droit}}/M_{\text{gauche}} = e^{J/4}$ (KD)	M_R , l'échelle des neutrinos, $\sum m_\nu$	[E]	trouvée en connaissant la fenêtre ; justifiée par les règles 9 et K4 (C198)
15	lecture du déchet : émis par le système dans le sens de la sortie, sans moitié d'identité ni demi-accord ; reçu uniformément par le vide	θ_{23} , le rapport des écarts, le spectre léger	[E]	réception uniforme retenue parce que seule elle tient les trois angles (C157) ; moitié retirée après une carte de diagnostic (C159) ; C155–C164
16	le pas du vide : la phase relative des leptons vaut un sixième de tour, $\varphi = \pi/3$	$\theta_{12}, \theta_{13}, \delta_{CP}$	[E]	retenue faute d'autre explication, en connaissant la dépendance des angles en φ (C165, C166)

Tableau 27: Les règles ajoutées au modèle de base, leur catégorie et ce que chacune explique ; quinze sont en vigueur, la règle 12 est retirée. Les sigles entre parenthèses (S, I, KD, K4, B3, B4) sont ceux des sections de calcul.

nombre que l'expérience n'a pas encore fixés ($\sum m_\nu$, le signe de la violation de CP des leptons par rapport à celle des quarks), non dans le χ^2 .

Moins de choix indépendants. Le principe d'indifférenciation (§3.9) n'ajoute aucune règle : il justifie des éléments du modèle de base (tableau 7), sans changer aucune valeur. Le principal gain porte sur la durabilité : la mesure qui fixe J , et par lui toutes les masses, reposait sur des poids posés ; elle repose désormais sur un principe. Avec le budget minimal d'un système stationnaire (§3.9), il appuie aussi quatre des règles ajoutées :

règle	ce qui la justifie	ce qui en dépend
la moitié d'identité (règle 7)	le budget minimal : R prélève 1 sur un capital de 2, que H reconstitue	$x = 3^{1/4}$, θ_{12} , $M = v_R$
le lien direct au vide (règle 8)	$R = H$ entre pairs : le second H du budget ne peut venir que du vide, comme couplage et non comme apport net ($\varphi = 0$)	m_u , $ V_{ub} $
le demi-accord entre familles (règle 9)	la moitié d'identité appliquée à l'accord : chaque côté apporte la moitié de son identité, le lien regagne $e^{J/2}$	$ V_{cb} $, $ V_{us} $, d_1
« l naît de s » (règle 4)	relié comme contrainte de voisinage <i>des états</i> , compatible avec un N_0 sans temps orienté et avec la règle 8 (vérifié, C140)	$d - e$, $ V_{us} $

La règle 3 découle de « masse = probabilité ». Restent appuyés sur leurs raisons propres : la valeur de J elle-même (règle 1), $B - L$ sur quatre anneaux (règle 2), la chaîne d'unification (règle 5), l'état S et le rejet sans contrepartie (règle 6).

10.4 Structures, plages et valeurs fines

L'introduction pose que N_0 fixe des structures et des plages, et que les valeurs précises viennent des interactions de N_1 et N_2 (§1). Cette section chiffre les plages. Définition écrite avant le calcul (CRITERE_plages.md) : la **plage** d'une grandeur est l'intervalle que parcourt le modèle quand on fait varier les seuls choix que N_0 laisse ouverts — le volume fermé de lecture (24 volumes, de 3072 à 82944 grains, dont le cube de deux périodes avec ses trente graines) et la rigidité J sur l'intervalle mesuré 0,3451–0,3455 —, les règles restant fixes. On donne la plage entière et sa **bande centrale** (16–84 % des lectures).

Pour l'étudiant : plage, bande centrale et les deux assiettes

Une plage. Le modèle ne laisse que deux choix ouverts : le volume fermé dans lequel on lit (24 volumes, de 3072 à 82944 grains) et le couplage J , la force du lien (ici de 0,3451 à 0,3455). Les règles restent fixes. On calcule la grandeur pour chaque choix ; l'intervalle que couvrent toutes ces lectures est sa plage.

La bande centrale. On trie les lectures et on garde celles qui sont entre 16 % et 84 %. Pour une distribution gaussienne, ce serait un écart type de part et d'autre de la médiane : le cœur des lectures, sans les extrêmes. Exemple : pour $\ln(m_t/m_c)$, la plage va de 3,67 à 5,73, la bande de 4,92 à 5,62 ; la valeur mesurée, 5,604, est dans la bande.

Dans la plage ne veut pas dire prédit. Cette plage-là couvre environ 70 erreurs expérimentales : presque toute valeur raisonnable y tomberait. Y tomber teste peu. Une plage étroite, comme celle de m_t/m_u (moins de cinq erreurs), est bien plus informative. De plus, les grandeurs ne sont pas indépendantes : dix-huit « dans la plage » ne font pas dix-huit tests. Le tableau est un inventaire, non une épreuve.

Les deux assiettes. Une bille au fond d'une assiette *creuse* y revient après une petite poussée. Ainsi des structures de N_0 (trois familles, **3 + 2**, seize états) : rien de petit ne les déplace ; la symétrie qui protège **3 + 2** ne se perd en aucun point du vide fluctuant. Dans une assiette presque *plate*, une faible force suffit à déplacer la bille. Ainsi des valeurs fines : la durabilité est plate autour de son maximum, et fixe la zone de J , non sa valeur. Dans la lecture de MICROGLOBAL, ce sont les interactions de N_1 et N_2 qui régleront ces valeurs.

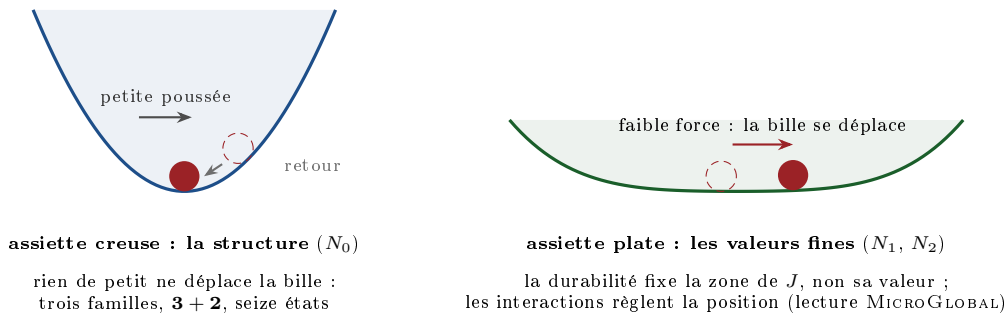


Figure 12: L'image des deux assiettes. À gauche, une cuvette profonde : après une petite poussée, la bille revient au fond (position en tirets : écartée, puis rappelée). Les structures de N_0 sont de ce type. À droite, une cuvette presque plate : une faible force déplace la bille (de la position en tirets à la position pleine). Les valeurs fines, que N_0 ne fixe qu'à une plage près, sont de ce type ; la lecture de MICROGLOBAL attend leur réglage des interactions de N_1 et N_2 .

grandeur	plage de N_0	bande centrale	observé	position
$\ln(m_t/m_c)$	3,67 – 5,73	4,92 – 5,62	$5,604 \pm 0,028$	dans la bande
$\ln(m_t/m_u)$	11,38 – 11,69	11,51 – 11,60	$11,83 \pm 0,17$	au-dessus
$\ln(m_b/m_s)$	3,05 – 3,99	3,59 – 3,93	$3,978 \pm 0,087$	au-dessus
$\ln(m_b/m_d)$	6,28 – 6,91	6,73 – 6,87	$6,969 \pm 0,072$	au-dessus
$\ln(m_\tau/m_\mu)$	1,74 – 2,88	2,43 – 2,82	2,832	au-dessus
$\ln(m_\tau/m_e)$	7,75 – 8,20	8,06 – 8,16	8,183	au-dessus
$d - e$ (2^e)	1,11 – 1,31	1,12 – 1,16	$1,146 \pm 0,087$	dans la bande
$d - e$ (1^{re})	–1,48 – –1,28	–1,33 – –1,29	$–1,214 \pm 0,072$	au-dessus
$ V_{us} $	0,192 – 0,229	0,202 – 0,226	$0,2245 \pm 0,0008$	dans la bande
$ V_{cb} $	0,037 – 0,113	0,039 – 0,057	$0,0410 \pm 0,0014$	dans la bande
$ V_{ub} $	0,0036 – 0,0046	0,0037 – 0,0039	$0,00382 \pm 0,00024$	dans la bande
γ	$58,7^\circ - 67,2^\circ$	$66,4^\circ - 67,1^\circ$	$65,9^\circ \pm 3,4^\circ$	au bord bas
$\sin 2\beta$	0,38 – 0,78	0,60 – 0,76	$0,708 \pm 0,011$	dans la bande
$ J_{CKM} $	$2,7 - 8,5 \times 10^{-5}$	$3,0 - 4,0 \times 10^{-5}$	$3,08 \times 10^{-5}$	dans la bande
θ_{12}	$31,4^\circ - 36,2^\circ$	$33,0^\circ - 34,8^\circ$	$33,7^\circ \pm 0,7^\circ$	dans la bande
θ_{23}	$41,8^\circ - 49,6^\circ$	$43,2^\circ - 44,8^\circ$	$43,3^\circ \pm 0,9^\circ$	dans la bande
θ_{13}	$6,8^\circ - 11,9^\circ$	$8,0^\circ - 9,3^\circ$	$8,56^\circ \pm 0,11^\circ$	dans la bande
$\Delta m_{21}^2 / \Delta m_{31}^2$	0,019 – 0,038	0,030 – 0,036	$0,0298 \pm 0,0008$	au bord bas
$\sum m_\nu$	0,066 – 0,086 eV	—	$< 0,064$ eV (cosmologie)	hors plage

Calcul : C_plages.py, RESULTAT_plages.txt (modèle C188qn, entrées mesurées dans chaque volume). $\sum m_\nu$: §8.4, borne DESI DR2 en Λ CDM.

Ce que dit le tableau. Les dix-huit grandeurs du modèle tombent dans leur plage ; dix tombent dans la bande centrale. Mais les plages n'ont pas toutes le même poids : plusieurs sont larges (jusqu'à 70 erreurs expérimentales pour m_t/m_c , $|V_{cb}|$, θ_{13}), donc peu contraignantes ; les plages étroites — m_t/m_u , $d - e$, γ , $|V_{ub}|$, moins de cinq erreurs — sont les plus informatives, et elles contiennent la valeur mesurée. **Une grandeur est hors plage** : $\sum m_\nu$, au-dessus de la borne cosmologique actuelle.

Un sens, annoncé d'avance. Les six grandeurs au-dessus de leur bande centrale ont un trait commun : ce sont toutes des hiérarchies de masse (lourd sur léger) ou un écart qui en dépend. **Les hiérarchies observées sont un peu plus raides que la lecture centrale de N_0** . Si la lecture de l'introduction est juste, les interactions de N_1 et N_2 doivent *raidir* les hiérarchies de masse, et *abaisser* l'échelle des neutrinos : c'est le sens annoncé que demande la condition (2). L'inverse — des corrections qui aplatiraient les hiérarchies ou relèveraient $\sum m_\nu$ — mettrait le modèle en difficulté.

Toute la zone de durabilité (v133). La plage ci-dessus ne fait varier J que sur 0,3451–0,3455, l'intervalle où les entrées étaient mesurées. Or N_0 fixe une *zone* de J (la durabilité : $0,3454 \pm 0,0005$ aux petites tailles, $0,3458 \pm 0,0003$ en 20^3), pas une valeur. La latitude réelle est donc $J \in [0,3449 ; 0,3461]$. On a refait le calcul sur toute la zone, avec un critère écrit avant le calcul (CRITERE_plages_zone_durabilite.md) : mêmes 24 volumes, règles fixes, 174 séries nouvelles à $J = 0,3449$ et $0,3461$ (6 graines pour les cubes, 3 pour les autres volumes), interpolation en J de degré 2, ou de degré 3 si un point s'écarte de plus de 3 erreurs (c'est le cas de 14 volumes).

grandeur	plage, J mesuré	plage, zone entière	observé	valeur centrale dans la plage
$\ln(m_t/m_u)$	11,38 – 11,69	11,32 – 11,89	$11,83 \pm 0,17$	oui
$\ln(m_b/m_d)$	6,28 – 6,91	6,28 – 7,07	$6,969 \pm 0,072$	oui
$d - e$ (1^{re})	–1,48 – –1,28	–1,47 – –1,27	$–1,214 \pm 0,072$	non , dehors de 0,06 (0,8 erreur)

Verdict : cas (B) du critère. Deux des trois valeurs centrales qui dépassaient leur plage y entrent ; l'écart $d - e$ de la première génération reste au-dessus, de moins d'une erreur. Les dix-huit grandeurs restent dans leur plage étendue. Un contrôle sans interpolation (le modèle lu seulement aux points mesurés) donne la même conclusion. **Trois réserves.** Les deux entrées viennent seulement du bord haut de la zone ($J = 0,3461$), et d'un seul volume ($8 \times 12 \times 12$) ; sans ce point, aucune des trois n'entre. Les plages s'élargissent toutes (celle de m_t/m_u passe de 1,8 à 3,4 erreurs, celle de $|V_{ub}|$ de 3,8 à 6,5, celle de θ_{13} double), donc elles contraignent moins. Les bandes centrales bougent peu (celle de m_t/m_u monte au plus à 11,65, pour 11,83 observé). **Lecture.** Monter J dans la zone raidit les hiérarchies, mais le cœur des lectures reste en dessous des valeurs mesurées : le sens de correction annoncé plus haut ne change pas. La latitude que N_0 laisse sur J est épuisée sur ce point ; le tableau garde l'intervalle mesuré, dont les plages sont plus étroites, donc plus informatives. $\sum m_\nu$, calculée ensuite sur la plage (v136, CRITERE_cp_somme_plage.md), vaut 0,066–0,086 eV sur l'intervalle mesuré et 0,065–0,093 eV sur la zone entière ; elle reste au-dessus de la borne actuelle. Sur les mêmes points, le signe relatif de la violation de CP (leptons opposés aux quarks) ne change jamais, et δ_{CP} reste entre 345° et 349° (343° à 353° sur la zone entière). **Où se trouvent les écarts qui restent (v134).** Ils sont tous dans la première génération, là où la lecture de N_0 est la moins précise : la première génération ne se lit pas directement, elle naît de la famille intermédiaire (règle 4) et cumule les approximations de la texture écrite à l'ordre dominant. L'incertitude de texture calculée (écart entre l'ordre dominant et l'ordre suivant, RESULTAT_ordre2.txt) est la plus grande

pour le quark d et l'électron : 0,23 pour $\ln m_b/m_d$, 0,18 pour $\ln m_\tau/m_e$, contre moins de 0,05 pour les autres rapports de masse sauf $\ln m_b/m_s$ (0,07). **Pour $\ln m_t/m_u$, elle ne vaut que 0,047** : elle n'explique qu'une partie de l'écart (0,14 au-dessus de la plage mesurée). Ces petits écarts sont ceux que les interactions de N_1 et N_2 devront régler ; on s'arrête là pour N_0 , sans chercher d'autre latitude après coup. (C_plages_zone.py, RESULTAT_plages_zone.txt ; contrôle C_plages_zone_brut.py.)

Limites. La plage ne fait varier ni les règles ni le modèle de base : elle mesure la latitude de lecture du socle, non toutes les incertitudes. Les grandeurs ne sont pas indépendantes (§10.3) : dix-huit « dans la plage » ne valent pas dix-huit tests. Et ce tableau est un inventaire, non une épreuve : aucune décision n'y était attachée d'avance.

10.5 Ce qui reste ouvert

Les questions ouvertes sont recensées ici dans leur dernier état mesuré, numérotées pour être reprises une à une. Elles sont de deux sortes : celles que N_0 doit encore traiter avec ses propres moyens, et celles qui demandent une variable que N_0 ne possède pas — l'énergie, le temps orienté, le choix de $+i$ ou $-i$ — et qui sont donc renvoyées à N_1 et N_2 (§3.9). Dans le cadre posé en v118 — N_0 est un socle où les formes ne sont qu'en puissance —, une partie des premières relève en fait des secondes. Chaque point a été trié en v120–v128, avec l'auteur, en trois classes : dérivé (ou calculé) dans N_0 , non dérivé et déclaré comme choix, en attente de N_1 et N_2 ; le tableau ci-dessous en fait le bilan.

classe	sous-points
dérivé ou calculé dans N_0	O1a groupe et transport ; O1b action de Wilson ; O1c centre porté par les pattes ; O2a place du doublet ; O2d séparation doublet–triplet permise ; O3a courbure nulle en N_0 ; O4a pas de candidat de matière noire ; O9a mécanismes des formes ; O9b diagnostic des secteurs ; O12a coût du lien direct ; O13a zone de J ; conditionnels à O9c : O5b, O6, O7, O8 (accord dans le cube)
non dérivé, déclaré	O10a règle KD ; O11a pas du vide ; O13b valeur de J (le seul paramètre réglé) ; règles de la section 10
en attente de N_1 et N_2	O1c lien avec la géométrie (N_2) ; O1d confinement ; O2b dynamique du Higgs ; O2c échelle électrofaible ; O2d sens et ampleur de la séparation ; O3b lien matière–géométrie ; O4b effets gravitationnels ; O9c sélection du cube ; O10b échelle des neutrinos ; O11c phase du vide ; O14 à O19
à trancher par l'observation	O10c $\sum m_\nu$; O11b δ_{CP} ; lectures [G] : O4c (réponse du socle), O10 (quart de tour), O11 (deux arêtes), O13 (J fixé en N_1/N_2)

À traiter encore dans N_0 .

- **(O1) L'origine de la connexion de jauge** — triée en v120 : **(O1a) dérivé** : le groupe Spin(10) est celui des opérations à deux modes du nœud, le transport est l'identification des modes, le centre est $\mathbb{Z}_4$ (Prop. 17, 18, 19) ; **(O1b) dérivé sous l'hypothèse de linéarité (iii)**, [B] : l'action de Wilson est la règle d'accord appliquée aux cycles, au premier ordre (Prop. 20, [B]), son couplage fixé par le point d'équilibre ; vérification possible par une action dans une autre représentation ; **(O1c) en partie dérivé** : la phase commune des pattes porte le centre (Prop. 21 ; des phases distinctes par patte ne se transportent pas sur les modes) ; **le lien avec l'holonomie géométrique des faces n'est pas dérivable en N_0 et est renvoyé à N_2** , où la matière se loge dans l'espace ; **(O1d) en attente de N_1** : le confinement de la couleur est un phénomène de basse énergie, qui suppose la course et une échelle.
- **(O2) Le doublet de Higgs** — trié en v121 : **(O2a) dérivé** : sa place, les opérateurs à un mode d'isospin, d'hypercharge $+\frac{1}{2}$ (§6.2, [B]) ; **(O2b) en attente de N_1 et N_2** : sa dynamique (l'article le tient pour composé ou collectif) ; **(O2c) en attente de N_1** : l'échelle électrofaible, N_0 étant sans échelle ; **(O2d) dérivé qualitativement** : la séparation entre doublet et triplet est permise par la symétrie du point (**3** et **2** irréductibles distincts, le doublet le plus fragile) ; **son sens en attente de N_2** (le couplage du nœud au vide), **son ampleur en attente de N_1** .
- **(O3) La courbure autour d'un défaut** — triée en v122 : **(O3a) dérivé : nulle en N_0 , par construction**. L'arène est figée : une configuration du vide choisit quels liens sont hiérarchiques et quelle organisation prend chaque grain, mais ne déforme aucun tétraèdre. Les grandeurs géométriques des états ne bougent pas non plus : toutes les pattes portent le spin $\frac{1}{2}$, donc les mêmes aires, et l'opérateur de volume du grain, $Q = \mathbf{s}_1 \cdot (\mathbf{s}_2 \times \mathbf{s}_3)$, vaut $\pm\sqrt{3}/4$ sur ses deux mains (volume_grain.py) : même volume au signe près. Un point de famille s ou l ne change ni aire ni volume : il ne courbe pas l'espace. **(O3b) en attente de N_1 et N_2** : le lien entre matière et géométrie demande une géométrie qui réponde aux états (spins variables, ou relation entre organisation et longueurs), absente du socle.
- **(O4) Les effets gravitationnels attribués à la matière noire** — triés en v122. Ce qui est observé, ce sont des effets gravitationnels en excès (rotation des galaxies, cohésion des amas, lentilles) ; la matière noire en est une explication parmi d'autres. **(O4a) dérivé** : aucun état de N_0 n'est candidat à une matière noire durable (l'état S forme avec ν^c une paire lourde et instable, tableau 28). **(O4b) en attente**

de N_1 et N_2 : ces effets demandent une géométrie qui réagit (O3). **(O4c) lecture du programme [G]** : le socle a une organisation — ordre, fluctuations, entropie, un mode mou — ; si la gravité émerge de la façon dont la matière contraint ce socle, l'excès de gravité pourrait être la réponse du socle à la matière plutôt qu'une substance ajoutée, dans la famille des gravités émergentes. Elle devra donner, à N_1 et N_2 , une prédiction qui la sépare de la matière noire : la relation serrée entre gravité en excès et matière visible dans les galaxies plaide pour une réponse du vide, la séparation de la masse et du gaz dans les amas en collision et les pics du fond diffus pour des particules.

- **(O5) Le rapport des écarts des neutrinos** — trié en v123 avec (O6) et (O7), sous (O9) : lu dans le vide entier, sans règle ajustée, il vaut 0,035 pour $0,0298 \pm 0,0008$ (+2,8 erreurs, modèle de C188, entrées de C201) ; avec les entrées mesurées ensemble en 20^3 (CT8), 0,0343 (+3,8) ; avec l'incertitude de texture (v108), $0,035 \pm 0,005$. La règle 12 (S), qui le corrigeait par une valeur ajustée, a été retirée en v104 après dix lectures réfutées (annexe A.4). **Lu dans un petit volume fermé** (v113), il descend à 0,030–0,034 ; avec le modèle entier lu dans le cube de deux périodes, 0,0324 (+1,4). **(O5a) un résultat** : l'écart dans le vide entier montre que le vide infini n'est pas le cadre où se lisent les neutrinos ; il n'y a plus rien à chercher dans leurs règles. **(O5b) conditionnel** : l'accord dans le cube de deux périodes est acquis si ce volume est dérivé ; (O5) suit le sort de (O9) et n'appelle aucun travail propre.
- **(O6) $|V_{cb}|$, et par lui $\sin 2\beta$** : avec les entrées de CT8 (vide entier), $|V_{cb}| = 0,0383$ (−1,9) et $\sin 2\beta = 0,762$ (+4,7 contre la mesure directe, +0,6 contre l'indirecte). Les règles B3, B4 et 9 tiennent contre 29 et 7 variantes fixées d'avance (annexe A.6) ; huit placements de $B - L$ et d'un terme (s, l) ne le déplacent pas (v107). **Lu dans le volume fermé des quarks** (v109–v111), $|V_{cb}|$ tombe juste ; dans le cube de deux périodes, $|V_{cb}|$ est à −1,2 erreur et $\sin 2\beta$ à +2,2 (mesure directe). Même tri qu'en (O5) : l'écart dans le vide entier est un résultat ; l'accord dans le cube est conditionnel à (O9).
- **(O7) m_τ/m_e** : $\ln(m_\tau/m_e) = 8,162$ (−3,2) avec les entrées de CT8 ; K4 tient contre six lectures fixées d'avance (v107). Dans le cube de deux périodes, il tombe à moins d'une erreur (−0,6). Même tri qu'en (O5) : conditionnel à (O9).
- **(O8) Le décalage de J entre quarks et leptons** : dans le vide entier, 0,00025, soit 0,05 sur les énergies libres. Écartés : les règles B3, B4, 9 et K4, la structure de $B - L$ du secteur d , les anneaux internes, le triplet de couleur du point (v108), l'évolution en énergie dans le Modèle standard ; l'ordre suivant de la texture ne converge pas (v109). **Lus dans des volumes fermés, quarks et leptons se lisent au même J** : le modèle entier, lu dans le cube de deux périodes, donne $\chi^2 = 16,2$ pour 18 grandeurs à $J \simeq 0,3454$ avec 6 graines (v113), 24,3 avec 24 graines nouvelles (réplication, v130). Le décalage devient ainsi la question (O9). **Trié en v124 : un résultat dans le vide entier, un accord conditionnel dans le cube de deux périodes** ; (O8) est fondu dans (O9).
- **(O9) La forme des volumes que lisent les particules** — triée en v124, avec (O5) à (O8) : **(O9a) établi dans N_0** — les mécanismes, mesurés avec des règles écrites d'avance : une seule entrée, F_s^{pt} , commande la lecture des quarks, dans une fenêtre ($\approx 2,70$ – $2,80$) que le cube 8^3 occupe (v118) ; les volumes allongés en sortent par le bas, parce que les points s s'y regroupent (v116) dans des bouchons dont la part croît comme $L^{1,2}$ (v117) ; les grands volumes en sortent par le haut ; l'abaissement dans les petits volumes suit les fluctuations de la brisure de symétrie (v118, partiel) ; la période 4 est le mode propre du socle (v118) ; une épaisseur refermée doit être un multiple de 4 (v115) et d'au moins deux périodes pour que ce mode condense (v119). Réfutés : un seuil de bouchons ou de regroupement seul, une épaisseur comme cavité, des classes de modes dans le socle. **(O9b) dérivé dans N_0 (diagnostic, v124, RESULTAT_diag_leptons.txt)** : la même entrée, F_s^{pt} , commande les leptons chargés — la remettre à sa valeur de 8^3 ramène leur χ^2 de 24–84 à 16–25, la grandeur la plus tirée étant m_τ/m_μ —, mais avec un *seuil bas seulement* : les leptons tolèrent les grands volumes isotropes (16^3 à 24^3 , $F_s^{\text{pt}} = 2,82$ – $2,83$, $\chi^2 = 17$ – 19) et refusent les volumes aplatis ou allongés ($F_s^{\text{pt}} \leq 2,69$, $\chi^2 = 35$ – 84). **Les quarks demandent $F_s^{\text{pt}} \lesssim 2,80$, les leptons $F_s^{\text{pt}} \gtrsim 2,75$: les deux secteurs ne se recouvrent que dans une bande étroite, que le cube de deux périodes occupe** (2,79). Les neutrinos sont commandés par le rejet de la famille l (r_l) : les grands volumes font monter le rapport des écarts (+2,5 à +4,1), remettre r_l à sa valeur de 8^3 en corrige l'essentiel ; ils préfèrent les petits volumes (8^3 , A8, cube vrai Acube : $\chi^2 = 13$ – 15 avec 6 graines ; 8^3 répliqué avec 24 graines : 24, v130). **Lecture [G]** : le cube de deux périodes n'est pas le volume de chaque secteur, mais leur seul terrain commun. C'est une exploration sur des données existantes, non une épreuve écrite d'avance. **(O9c) en attente de N_1 et N_2** : le choix du volume lui-même — deux périodes plutôt que trois, et sa taille — serait une sélection que les contraintes de N_1 et N_2 opèrent sur le socle ; N_0 en donne les conditions (multiple de 4, au moins deux périodes, la bande commune de F_s^{pt}). Le cube reste un résultat d'exploration tant que N_1 n'aura pas dit quelle contrainte le sélectionne. **(O9d) la valeur de J** : reportée à (O13) ; la règle de durabilité, lue dans le cube, fixe la zone et non la valeur (v114). En v133, la page a été calculée sur toute la zone (§10.4) : deux des trois valeurs qui dépassaient leur page y entrent, au bord haut seulement ; la latitude de N_0 sur J est épuisée.

- **(O10) Le spectre lourd** — trié en v125 : **(O10a) non dérivé, choix déclaré** [E] : la règle 14 (KD : le partenaire droit d'un état lourd, lu à rebours, perd un quart d'accord, $M_{\text{droit}}/M_{\text{gauche}} = e^{J/4}$, C198) a été trouvée en connaissant la fenêtre ; son effet ne dépend pas des modes absorbés par les bosons lourds (C199). **(O10b) en attente de N_1** : l'échelle absolue des neutrinos passe par l'échelle droite M_R , une énergie. **(O10c) à trancher par l'observation** : $\sum m_\nu = 0,066\text{--}0,086\text{ eV}$, **au-dessus de la borne cosmologique actuelle** ($< 0,064\text{ eV}$, DESI DR2 en ΛCDM [16]) : une tension déclarée, que les prochaines mesures trancheront ; elle tomberait si la borne se relâchait hors de ΛCDM . **Lecture** [G] : les accords partiels du modèle sont des moitiés successives (accord entier e^J , demi-accord $e^{J/2}$ de K3, quart d'accord $e^{J/4}$ de K4 et de KD) ; le cycle $\mathbb{Z}_4$ du mode propre (v118) produit lui aussi des moitiés — deux phases voisines du cycle ont une patte hiérarchique commune sur deux. La « moitié d'identité » des règles pourrait être ce pas de cycle, et le quart, deux pas. **Non éprouvé** : il faudrait une grandeur du socle qui isole l'accord d'un lien d'un pas de cycle ; les corrélations de voisins mesurent l'association entière (C150), et une paroi décalée d'un pas est interdite par le caractère biparti du réseau. Lire « à rebours » supposant une orientation du cycle, que N_0 n'a pas ($D = L$), l'épreuve relèverait peut-être de N_1 .
- **(O11) Le pas du vide** — trié en v126 : **(O11a) choix déclaré** [E] : la règle 16 fixe la phase relative des leptons à un sixième de tour, $\varphi = \pi/3$ (C166), motivée par la géométrie : le vide est une organisation courte, articulée sur l'arête courte à 60° où six grains se referment ; elle a été retenue faute d'autre explication, en connaissant la dépendance des angles en φ . **(O11b) à trancher par l'observation** : $\delta_{\text{CP}} = 347^\circ$ et le signe de la violation de CP des leptons par rapport à celle des quarks (opposé : $\sin \delta < 0$ pour $J_{\text{CKM}} > 0$), par DUNE et Hyper-Kamiokande ; dans N_0 , le déchet est le seul lien reçu par le vide qui porte une phase observable (C169, C184). **(O11c) dérivation en attente de N_1** : il faudrait calculer la phase prise par un lien autour d'une arête courte du vide ; le modèle du vide de N_0 n'a pas de variable de phase dynamique, et rien n'y fixe la valeur des phases des pattes (qui portent pourtant le centre, Prop. 21) ; le signe global de la violation de CP (le même pour les quarks et les leptons) est une convention, fixée par la mesure côté quarks ($J_{\text{CKM}} > 0$), et non par le choix de $\pm i$ de N_1 ; le signe relatif des leptons et des quarks, lui, est fixé dans N_0 , et c'est lui que le modèle prédit. **Lecture** [G] : le quart de tour des quarks et le sixième de tour du vide sont les deux arêtes de l'arène (4 et 6 grains), et le vide qui porte la période 4 du mode propre est le vide court ; si la période 4 et le sixième de tour se lisaient dans un même calcul de N_1 , les phases du modèle deviendraient dérivées.
- **(O12) Le coût du lien direct au vide** — trié en v127 : **(O12a) calculé dans N_0** : δF n'est pas un paramètre réglé, c'est une entrée mesurée dans le socle, comme les énergies libres ; il est stable de 8^3 à 24^3 ($0,454 \pm 0,035$, $0,436 \pm 0,020$, $0,441 \pm 0,010$, $0,453 \pm 0,007$, $0,450 \pm 0,007$ dans les séries de production) : ce n'est plus un point ouvert du modèle, mais un résultat calculé (§10.7). **(O12b) une formule analytique n'est pas nécessaire** : la règle « prélever également » ($\frac{1}{2} \ln 3$) est réfutée à l'aveugle, et trois autres ne le donnent pas (C187, C202) ; chercher après coup une formule qui redonne 0,45 risquerait la numérologie, et n'est entrepris que si une raison de principe apparaît.
- **(O13) La valeur de J** — triée en v128. **(O13a) la zone est dérivée dans N_0** : sans utiliser les masses, la règle de durabilité place J à 1,7 % au-dessus du point d'ordre du socle ($J_c \simeq 0,3395$), à $\pm 0,001$ près : $0,3454 \pm 0,0005$ aux petites tailles (C92), $0,3458 \pm 0,0003$ au grand réseau (C212), $0,3452 \pm 0,0036$ dans le cube de deux périodes (v114). Les masses demandent $J^* \simeq 0,3451\text{--}0,3455$: dans la zone des petites tailles et du cube, mais **sous celle du grand réseau**, à environ deux erreurs de $0,3458 \pm 0,0003$ (précisé en v130). **(O13b) la valeur au dix-millième n'est pas dérivée** : m_τ/m_μ la demande à 10^{-4} près, et la règle ne la donne pas — le test direct (CT8), toutes les entrées mesurées au J de la règle, donne **$\chi^2 = 978$ pour 18** ; un vide figé ou découplé autour du système est réfuté (C209, C210), l'instrument est contrôlé (C211), et la durabilité lue dans le cube de deux périodes est trop plate (v114). **Statut** : J est *le seul paramètre réglé du modèle*, et c'est déclaré. **Lecture** [G] : dans le cadre du socle (v118), si le choix de la forme fermée vient des contraintes de N_1 et N_2 , la valeur du couplage où ce choix se fait pourrait en venir aussi — N_0 donnerait la zone, N_1 et N_2 la valeur ; à éprouver là-bas. Aucune nouvelle grandeur de N_0 n'est cherchée pour coïncider avec 0,3453 : elle serait choisie en connaissant la cible. Les énergies libres du point s convergent au grand réseau (plateau à 2,83 dès 16^3 ; 2,86 en $1/L^3$ sur trois tailles dans C203), celles du point l ne bougent pas.

Renvoyé à N_1 et N_2 .

- **(O14) La chiralité** : le vide de N_0 est symétrique gauche-droite (verrou achiral, §6.7) ; la chiralité de la force faible appartient au choix du signe de la phase, l'acte de N_1 . Le signe global de la violation de CP, lui, ne vient pas de ce choix : c'est une convention (le nommage matière/antimatière), fixée par le signe mesuré de J_{CKM} , et, avec le signe relatif que fixe N_0 (leptons opposés aux quarks), elle donne celui de δ_{CP} (C195) ; reste à montrer comment le choix de N_1 donne la main gauche de la force faible.
- **(O15) Un L dynamique** : en N_0 , $D = L$ et la couleur D/L d'un cycle est indifférenciée, les deux de même poids ; la distinction dynamique entre l'échange et la liaison interne, qui demande une durée,

appartient à N_1 . Les mesures de v116 le confirment : lus comme liens réciproques accordés à l'intérieur du point et sur sa membrane, L interne et L externe sortent égaux dans tous les volumes — une identité de comptage dans le socle statique ; leur différence demande une dynamique.

- **(O16) La course avec l'énergie, et l'échelle droite M_R** : les rapports de N_0 sont sans échelle ; leur variation avec l'énergie est un phénomène de N_1 (§3.8). Comparés aux observations courues dans le Modèle standard, ils tenaient aussi bien de M_Z à M_R avec les incertitudes larges des entrées (χ^2 de 15 à 16 pour 18 grandeurs, 19 à 10^{16} GeV) ; **avec les entrées mesurées ensemble (CT8), non** : $\chi^2 = 61$ à M_Z , 96 à M_R , 129 à M_U , $|V_{cb}|$ observé montant de 14 % quand le modèle reste à 0,0383 (annexe A.6, à une boucle et sans seuils) ; le modèle s'accorde le mieux avec les valeurs de basse énergie. Seule $T_d - T_e$ ($-0,17$ dans le modèle, $-0,07$ à M_Z , $-0,24$ à M_R) désigne une échelle intermédiaire, vers 10^5 – 10^7 GeV (C196). À deux boucles et sans les seuils, $M_R = 2,6$ – $3,2 \times 10^9$ GeV (CT5) ; les seuils peuvent la déplacer d'un ordre de grandeur, et c'est elle qui fixe la masse des neutrinos ; N_0 en fixe la relation, sans paramètre : $M = v_R$ (C143), et $m_{\nu_3} = 0,050$ eV demande $M_R \approx 4,3$ – $5,1 \times 10^9$ GeV, 1,3 à 1,9 fois la valeur sans seuils (C161).
- **(O17) La différenciation en classes et la sélection des formes** : le socle porte un seul mode mou, la période 4, sans classes de modes (v118, v119). Dans le cadre du programme, les formes — volumes fermés, épaisseurs, associations de grains — ne sont en N_0 qu'en puissance ; ce sont les contraintes de N_1 (le temps orienté, $D \neq L$) puis de N_2 qui, en perturbant le socle, sélectionneraient les plus stables et feraient émerger des classes d'ondes, puis de particules ; c'est là que se rangent la sélection du cube (O9c) et, peut-être, la valeur de J (O13b). **Lecture du programme, à montrer** aux articles N_1 et N_2 .
- **(O18) Le niveau suivant sur la nouvelle arène** (ajouté en v132, mis à jour après les calculs sur la nouvelle arène) : la transparence du vide, la valeur de la vitesse limite et l'inventaire des sept lieux d'une perturbation avaient été établis au niveau N_1 sur le réseau diamant, avec S_4 agissant au grain. **Rétablis sur l'arène de disphénoïdes** : la transparence du vide (une seule branche sans gap sur six, les cinq autres gappées à l'échelle du grain) et la valeur de la vitesse limite, $c = \sqrt{2/3} \ell / \delta \tau$ (ℓ la distance entre grains voisins). La justification de c change : le grain n'est pas isotrope (le tenseur de ses liaisons a pour valeurs propres 1, 1, 2), c'est le réseau qui l'est ; la violation de Lorentz est isotrope à l'ordre $(k\ell)^2$ ($v_g/c = 1 - \frac{1}{12}(k\ell)^2$ dans toutes les directions, au lieu de $\frac{3}{40}$ et d'une partie cubique sur le diamant), et l'anisotropie cubique n'apparaît qu'à l'ordre $(k\ell)^4$. Le lemme d'anticommutation tient sous une forme modifiée : les deux sous-réseaux de la bipartition ne sont pas des réseaux de Bravais (la translation qui mène d'un sommet du cube à son centre les échange), et le partenaire d'un mode de vecteur d'onde k se trouve en $k + H$, non en k . **Non rétabli** : l'inventaire des sept lieux, dont le théorème supposait que S_4 agit sur les données d'un grain ; le groupe du point agit librement sur ses vingt-quatre grains et ne le remplace pas tel quel. **À refaire en N_1** ; les énoncés qui s'appuient sur les sept lieux sont établis sur le réseau diamant, à refaire.
- **(O19) La valeur du paramètre d'Immirzi** (ajouté en v136) : N_0 fournit l'unité du comptage d'un horizon (deux états par perforation de spin $\frac{1}{2}$, $\ln 2$ par face) et la forme du spectre de l'aire, mais ni le schéma de comptage (le poids 2 n'est qu'une lecture [G]) ni la répartition des spins sur l'horizon (empruntée, [F]), §2.9. Un horizon demande un temps orienté et une vitesse limite (N_1), et une masse (N_2). La question transmise est précise. Ou bien N_1 et N_2 font apparaître sur un horizon des spins effectifs plus grands que $\frac{1}{2}$, par regroupement de grains, et l'on retrouve 0,2375 ou 0,274 (le mode de regroupement dira lequel). Ou bien l'horizon reste fait de liens de spin $\frac{1}{2}$, et $\gamma = \ln 2 / (\pi\sqrt{3}) \simeq 0,127$, avec un quantum d'aire différent. **En attente de N_1 et N_2 .**

10.6 Ce que le modèle annonce

Le spectre léger a la bonne forme et les bons angles, mais son rapport des écarts sort trop grand de 17 % : c'est l'écart le plus net du modèle, assumé plutôt qu'ajusté. Restent à trancher l'ordre normal — si JUNO établit l'ordre inversé, le traitement des neutrinos de cet article tombe — et la nature de Majorana.

10.7 Statut épistémologique : dériver ce qui peut l'être, calculer le reste

Le programme recourt à deux démarches que les sciences dites dures tiennent volontiers pour secondes : l'*analogie* et la *remontée depuis les mesures*. Il s'appuie en outre sur une méthode en deux temps — une structure dérivée, des valeurs calculées par un principe de compromis — plutôt que sur une dérivation intégrale depuis N_{-1} . Cette section en donne la justification.

L'analogie disciplinée. L'analogie est le moteur ordinaire de la découverte, en physique comme ailleurs. Maxwell a construit l'électromagnétisme sur l'analogie d'un fluide et de tourbillons [57] ; les équations sont restées, le modèle mécanique a été retiré. Poincaré [64] voyait dans les mathématiques « l'art de donner le même nom à des choses différentes », et Pólya [65] a montré que la découverte mathématique elle-même procède

grandeur	ce que dit le modèle	qui tranchera
boson de Higgs	composé ou collectif, non élémentaire : sa structure apparaîtrait à des énergies plus hautes que celles explorées (lecture du programme, traitée aux articles N_1 et N_2) ; sa place dans N_0 : les opérateurs à un mode d'isospin (§6.2)	les collisionneurs futurs
ordre des masses des neutrinos	normal , sans paramètre	JUNO, dans quelques années
spectre des neutrinos	$m_1 : m_2 : m_3 \approx 0,11 : 0,22 : 1$, rapport des écarts 0,035	oscillations : rapport à +2,8 erreurs ; $m_1 \approx 0,1 m_3$: $m_{\beta\beta} \approx 1,2 \text{ meV}$, quelle que soit la phase relative (C184) : pas de signal attendu en double bêta sans neutrinos
échelle des neutrinos	$\sum m_\nu \approx 1,26\text{--}1,37 m_{\nu_3} : 0,067 \text{ eV}$ à l'échelle des oscillations ; 0,066–0,086 eV avec KD, rapport calculé sur la plage (v136) (C198)	cosmologie ($\sum m_\nu$) : au-dessus de la borne ΛCDM actuelle ($< 0,064 \text{ eV}$ [16]) : tension déclarée ; les prochaines mesures trancheront
nature des neutrinos	Majorana	double désintégration bêta sans neutrino
état neutre S	un par génération, singulet du Modèle standard ; avec ν^c , une paire pseudo-Dirac à l'échelle $M = v_R$ ($\sim 10^9 \text{ GeV}$), séparée de $\mu = v_R e^{-F} \sim 10^5 \text{ GeV}$; instable par son mélange, ce n'est pas un candidat à la matière noire	hors de portée directe ; trace indirecte : l'échelle des neutrinos
désintégration du proton	$\tau(p \rightarrow e^+ \pi^0) \approx 2 \times 10^{36}$ ans avec KD (à un facteur 10 près), au-delà de Hyper-Kamiokande (C199)	Hyper-Kamiokande (signal <i>absent</i>)
phase CP des leptons	$\delta_{\text{CP}} = 347^\circ$ (-15°), $J_{\text{CP}} = -0,0080$; signe opposé à celui des quarks (signe relatif, fixé dans N_0 , seul prédit ; le signe global est une convention, fixée par la mesure côté quarks, $J_{\text{CKM}} > 0$, et non par le choix de $\pm i$ en N_1) (C166, C195)	DUNE, Hyper-Kamiokande : d'abord le signe ($\sin \delta < 0$, le côté que favorise T2K), puis la valeur ; dans l'intervalle à 3σ actuel, loin du meilleur ajustement ($\approx 180^\circ$)
bosons droits W_R, Z'	$\approx 3 \times 10^9 \text{ GeV}$ (deux boucles ; $4,3\text{--}5,1 \times 10^9$ si $m_{\nu_3} = 0,050 \text{ eV}$), $M_{Z'}^2/M_{W_R}^2 = 5$	hors de portée directe

Tableau 28: Ce que le modèle annonce, et ce qui pourra le réfuter.

par analogie et généralisation avant la démonstration ; Hofstadter et Sander [66] en font le mécanisme central de la pensée. La critique de Duhem [67] et l'« obstacle épistémologique » de Bachelard [68] visent l'analogie *non contrôlée*. La discipline est celle de Hesse [69] : séparer l'analogie *positive* (ce qui correspond), *négative* (ce qui ne correspond pas) et *neutre* (ce qui n'a pas été éprouvé) ; seule la part neutre est prédictive, et seule elle est mise à l'épreuve. C'est le sens de la convention de lecture de cet article (dérivé, posé ou conditionnel, ouvert ou réfuté) et de l'encadré « Les analogies N_4/N_0 ne sont pas des preuves » : une analogie y désigne où chercher, jamais ce qui est trouvé.

La remontée depuis les mesures. Partir de valeurs mesurées pour retrouver la logique qui les a produites est l'*abduction* de Peirce [70]. C'est la voie de Kepler [61] sur les données de Tycho Brahe, de Bohr [63] expliquant en 1913 la formule que Balmer [62] avait trouvée empiriquement en 1885, de Planck introduisant les quanta pour justifier une interpolation d'abord ajustée aux mesures du corps noir. Le risque est l'ajustement : avec assez de liberté, toute valeur se retrouve. La parade est le critère de Lakatos [71] : un programme est progressif si la logique trouvée prédit des faits qui n'ont pas servi à la trouver. D'où la règle suivie ici : critères fixés avant le calcul, verdicts publiés, réfutations comprises.

L'émergence interdit la dérivation intégrale. Si chaque niveau a des composantes émergentes — c'est une thèse du programme —, une dérivation complète depuis N_{-1} serait contradictoire avec elle. Anderson [72] et Laughlin [73] ont montré que les lois d'un niveau ne se déduisent pas, en pratique et parfois en principe, de celles du niveau inférieur : elles sont *protégées*, insensibles aux détails du dessous. La méthode qui respecte l'émergence est donc mixte : (a) dériver la *structure* — ici le groupe $\mathbb{Z}_4$, le cycle de Gray, l'assemblage du grain et de l'arène ; (b) fixer ce qui émerge par un *principe d'extremum* — ici le compromis entre complexité et entropie, la minimisation des contraintes spatiales et temporelles, la durabilité du vide — et le *calculer*. C'est le statut de la thermodynamique, qui ne se dérive pas de la mécanique des particules mais repose sur un principe d'extremum [74], et qu'on juge sur ses valeurs.

Ce que vaut la démarche en deux temps

Aux niveaux où l'émergence interdit la dérivation complète, la démarche en deux temps n'est pas un substitut affaibli de la dérivation : c'est la seule qui soit honnête. Sa force probante tient à la *convergence* de lignes indépendantes — la « consilience » de Whewell [75] — et aux prédictions risquées qui survivent. Elle approche celle d'une déduction quand trois conditions sont réunies :

1. la structure est fixée indépendamment des données ;
2. les valeurs sont calculées, non ajustées — à des paramètres réglés près, déclarés comme tels : ici le couplage J , dont la règle de durabilité fixe la zone et non la valeur ;
3. les prédictions sont écrites avant la mesure et peuvent échouer.

10.8 Positionnement et travaux voisins

Aucun cadre existant, à notre connaissance, ne part d'un même substrat discret pour aller à la fois aux rapports de masses des particules et aux formes d'échange des sociétés. Mais presque chacun des ingrédients du programme a des voisins, et il est utile de dire ce qu'il leur doit et ce qui l'en distingue.

La complexité comme produit. La mesure de López-Ruiz, Mancini et Calbet [29] définit la complexité comme le produit d'une entropie et d'un *déséquilibre* ; elle est nulle pour le cristal parfait comme pour le gaz parfait, maximale entre les deux. La complexité effective de Gell-Mann et Lloyd [30] et la complexité statistique de Crutchfield et Young [31] relèvent de la même intuition : ni l'ordre pur ni le hasard pur ne sont complexes. Le programme partage cette forme. Il s'en distingue sur deux points : la complexité est mesurée sur les *flux d'une membrane* (le produit des quatre fréquences de R, D, H, L), et la grandeur sélectionnée n'est pas la complexité seule mais la *durabilité*, produit de la complexité et de l'entropie (la liberté du réseau), dont le maximum fixe la zone du couplage.

Le bord de l'ordre. La criticité auto-organisée [32], le « bord du chaos » [33, 34] et les indices de criticité dans les systèmes biologiques [35] placent les systèmes complexes près d'un point critique. Ici, le vide ne se tient pas *au* seuil mais *juste au-dessus* ($J^* = 0,3454$ à $0,3458$ selon la taille, pour $J_c = 0,3395$, soit 1,7 à 1,9 %), et il y est placé par un maximum, non par une dynamique qui le ramène au seuil. Au seuil, rien ne dure ; juste au-dessus, une organisation est choisie et le réseau reste libre de se réarranger.

L'ordre payé par la dissipation. Depuis Prigogine [36], l'ordre loin de l'équilibre se paie par l'entropie exportée ; les principes de production maximale d'entropie [37] et l'adaptation par dissipation [38] en donnent des formes quantitatives. Le programme en retient la structure — un système ne dure qu'en rejetant au dehors ce qu'il ne peut garder — et la nomme : la rupture L^{-1} , le déchet sans identité, que l'environnement ne peut refuser. Le neutrino, lu comme ce déchet, en est à N_0 la seule forme calculée.

Une grandeur à travers les échelles. Chaisson [39] suit une même grandeur, la densité de flux d'énergie, des galaxies aux sociétés ; Odum [40], avec l'émergie et la transformité, établit de vrais taux de change entre formes d'énergie d'un niveau trophique à l'autre ; West, Brown et Enquist [41] rendent compte des lois d'échelle du vivant par la géométrie des réseaux. Le programme partage l'ambition d'une lecture d'un bout à l'autre de l'escalier, avec une différence de nature : son « capital » *change de forme* à chaque niveau (distinction, information, énergie, masse, forme ou agencement, sens), chaque passage ayant son taux de change ; il ne suit pas une seule grandeur.

La frontière. La « couverture de Markov » du principe d'énergie libre [42, 43] formalise ce qui sépare un système de son environnement tout en les couplant. La membrane du programme est de cette sorte : semi-perméable, définie par les liens qui la traversent ; les calculs C209 et C210 en ont montré une conséquence : la membrane ne fait durer un système que si l'environnement qu'elle borde est à la fois actif et couplé.

Les quatre formes d'échange. C'est ici que la parenté est la plus nette, et la plus éloignée de la physique. Fiske [44] propose quatre formes élémentaires de la relation sociale ; Polanyi [45] trois formes d'intégration de l'économie ; Karatani [46] quatre « modes d'échange » ; Mauss [47] fait du délai entre le don et le contre-don le ressort du lien. La correspondance avec les quatre fonctions est une *lecture*, non une identité :

	microGlobal	Fiske	Polanyi	Karatani
<i>H</i>	flux montant, contraignant	<i>authority ranking</i>	redistribution	prélèvement et redistribution
<i>D</i>	échange égal et immédiat, sans solde	<i>market pricing</i>	échange marchand	échange de marchandises
<i>L</i>	échange égal et différé, entre pairs	<i>equality matching</i>	réciprocité	réciprocité du don
<i>R</i>	identité proposée, que l'autre accepte ou refuse	—	—	—

Deux différences comptent. Le programme *dérive* les quatre fonctions d'un groupe, $\mathbb{Z}_4$, sélectionné à N_{-1} [2], au lieu de les relever dans l'observation ; et il les fait servir de règle de calcul à N_0 , où elles donnent des nombres.

L'espace à partir de relations discrètes. Le « it from bit » de Wheeler [48] — la chose vient du bit ; le programme fait un pas de plus en arrière : avant le bit, il y a le Dit —, les réseaux de spins [49], les ensembles causaux [50] et les modèles de réécriture de graphes [51] font naître l'espace de relations discrètes. Le niveau N_0 en est proche — il retrouve l'espace d'états cinématique de la gravité quantique à boucles [25], que celle-ci obtient en quantifiant la relativité générale, sans en retrouver la dynamique —, avec un grain tiré de deux bits et une organisation du vide qui donne trois familles. Ces approches restent dans la physique ; le programme les prolonge par la même grammaire au-delà.

Les théories générales. La théorie générale des systèmes [52], la cybernétique [53, 54], la pensée complexe de Morin [55] et, plus récemment, la théorie de l'assemblage [56] visent l'universalité. Elles restent qualitatives, ou limitées au vivant et au social ; aucune ne descend jusqu'aux masses des particules.

Ce que le programme ajoute, et ce qu'il n'établit pas. Il ajoute (i) une grammaire unique qui sert de *règle de calcul* à N_0 et de *grille de lecture* aux niveaux supérieurs ; (ii) la distinction entre la complexité, qui est un produit, et le capital, qui est une somme ; (iii) une pratique de critères fixés avant le calcul, qui rend la partie N_0 réfutable — et l'a effectivement réfutée plusieurs fois sur des points précis. Il n'établit pas que les correspondances entre niveaux soient plus que des analogies : seules les grandeurs calculées à N_0 (rapports de masses, angles de mélange, échelle des neutrinos) peuvent aujourd'hui être jugées selon les critères de la physique.

10.9 Conclusion

N_0 a été construit comme un système : des grains qui sont eux-mêmes la clôture de N_{-1} — l'issue unique d'un substrat clos sous la contrainte de sa saturation, porteurs de trois dimensions et d'un bit —, liés par la seule règle que le groupe $\mathbb{Z}_4$ autorise, organisés par la durabilité. Ce réseau contient la forme de la matière connue — une génération, ses symétries, trois familles — et sa durabilité fixe la zone de son couplage ; réglé dans cette zone sur les masses, ce seul paramètre donne une partie des nombres. Là où des règles ont été nécessaires, elles viennent du cadre conceptuel du programme ; la plupart ont été fixées avant le calcul, les autres sont signalées comme telles, et toutes sont recensées ; là où le modèle échoue, l'échec est dit.

Trois résultats paraissent porter au-delà de leur cas : **la famille est l'organisation d'un point**, et non d'un grain ; **le vide se place juste au-dessus du seuil de l'ordre**, là où la complexité et l'entropie s'équilibrent ; **le neutrino se lit comme un déchet** — ce qu'un système rejette sans contrepartie — et cette lecture donne l'échelle de sa masse. Ils viennent tous trois d'une même idée : qu'un niveau est un système d'éléments du niveau inférieur, et que ce qui dure est ce qui équilibre ses quatre flux. Le passage à N_1 — l'énergie, la chiralité, un L qui devient la liaison interne — est la suite naturelle.

A Reproductibilité

A.1 La version de travail

Chaque résultat de cet article renvoie à une section de la **version de travail complète** (« mG2 — N_0 », version 178 et suivantes, environ 330 pages ; ses sections CT1 à CT6 sont les contrôles indépendants ; CT7 est décrit à l'annexe A.4). Ses sections A à Z construisent le grain et l'arène et suivent la ligne de la gravitation ; les sections C1 à C154 suivent la ligne de la matière, dans l'ordre où les calculs ont été faits. Chaque section donne

la question, la règle fixée avant le calcul, le résultat, ce qu'il dit, une table N_4/N_0 , la liste des vérifications et le nom des scripts. Les corrections y sont intégrées : une section dépassée est remplacée par son résultat juste, et le tableau de suivi indique l'état de chaque voie. Une synthèse d'une quinzaine de pages l'accompagne.

Les résultats de structure. Les démonstrations complètes de la section 2 et leurs vérifications numériques (blocs de calcul indépendants, par énumération exacte ou en algèbre linéaire) sont dans la version longue consacrée au grain et à l'espace [3]. Sont refaits pour cet article : les dimensions des algèbres de commutateurs (Prop. 2, Thm. 4), la dimension du commutant (Prop. 5), les sommes de lignes de l'horloge (Thm. 9) et l'équation de comptage (5).

Conventions. Quatre conventions conditionnent la reproductibilité de la section 2. **(1)** XOR_{ij} lit b_i et écrit sur b_j ; sous la convention inverse, les valeurs de quatre paires sur six s'échangent, non le décompte final. **(2)** Les configurations sont rangées $|b_1b_0\rangle = 00, 01, 10, 11$. **(3)** Trois algèbres portent le même nom « engendrée » : par les matrices ($\mathfrak{gl}(3)$, dimension 9), par leurs commutateurs ($\mathfrak{so}(3)$, dimension 3), par les commutateurs complexifiés de leurs parties sans trace (dimension 8) ; seule la deuxième est celle de l'espace. **(4)** L'opérateur de volume orienté est $\hat{q} = \frac{\sqrt{3}}{4}\sigma_y$ dans une base orthonormée réelle de l'espace d'entrelaceurs (les deux canaux ne sont pas orthogonaux) ; l'équation (5) somme sur les demi-entiers $j \leq 200$.

A.2 Les scripts

Les calculs sont des scripts Python (NumPy, SciPy), regroupés dans deux dossiers : `couleur/` pour l'algèbre et les courses de couplages, `emergence/` pour le réseau des flux et ses simulations. Chaque script écrit sa sortie dans un fichier texte ; les simulations longues écrivent aussi leurs accumulateurs dans un fichier `.npy` et leur état dans un point de contrôle, d'où elles reprennent si elles sont interrompues.

A.3 Les simulations

Les réseaux comptent $6L^3$ grains avec conditions périodiques : $L = 4$ (384 grains), 8 (3072), 12 (10368) et, pour les contrôles, 16 (24576). La dynamique renverse des anneaux alternés avec la règle de Metropolis au poids $e^{JN_{acc}}$; un balayage tente autant de renversements qu'il y a d'anneaux. Les mesures commencent après une phase de mise en équilibre, donnée dans chaque script. Le rejet sans contrepartie est calculé exactement pour chaque configuration (produit sur les cycles réciproques, C132), dans le vide échantillonné sans biais ; la méthode de Wang–Landau, qui biaise la chaîne sur une seule variable, n'a servi qu'à la première traduction du rejet (C130) et à un contrôle des familles l (C134), et a été validée contre l'échantillonnage direct là où les deux se recouvrent. Les graines, tailles et nombres de balayages de chaque calcul sont donnés dans sa section et dans l'en-tête de son script.

A.4 Le contrôle CT7 : une reconstruction indépendante

Le réseau des flux a été reconstruit de zéro, sans aucun script de la version de travail, à partir du seul texte de cet article (dossier `mgsim/`). **L'arène** est la triangulation de Delaunay du réseau cubique centré sur L^3 mailles primitives (`arene.py`) : $6L^3$ grains, graphe biparti, 24 grains par point, 7 anneaux par maille (3 de 4 grains, 4 de 6), point de points de 192 grains et 96 liens de membrane, conformes à la section 3. **Les organisations** sont définies par transport plat (`transport.py` : aucune incohérence sur tout le réseau, l'appariement long formant à lui seul une classe) ; les trois organisations homogènes sont cohérentes, et les renversements d'anneaux font exactement ce que dit C79. **Le moteur** (`flux2.c`) renverse les anneaux alternés avec la règle de Metropolis au poids $e^{JN_{acc}}$; `flux3.c` et `flux4.c` y ajoutent le rejet sans contrepartie et les mesures des lectures de c .

Les cinq lectures de c . Chacune a été fixée par écrit avant sa mesure (fichiers `CRITERE_c.md` et `CRITERE_c_voies3.md`). La cible est celle de C182 : F_s^{gr} effectif plus bas d'environ 0,034 que la valeur du vide, soit c entre 0,02 et 0,07.

résultat de l'article	sections	scripts
règle de lien, $\mathbb{Z}_4$	C114	verif_C114.py
le nœud à cinq pattes	C17	couleur/verif_noeud5.py
organisations, réseau des flux	C78	verif_C78.py
le seuil J_c	C89, CT3	verif_C89.py, analyse_C89.py ; contrôle : controles/CT3_mc.c, CT3_analyse.py
complexité à la membrane, Φ	C92, C93, CT3	verif_C92.py, verif_C92b.py, analyse_C92b.py, verif_C93.py ; contrôle : CT3_complexite.py, CT3_phi.py
moteur de simulation	CT2	contrôle indépendant : controles/CT2_*
couleur, jauge, unification (contrôle)	CT5	controles/CT5_algebre.py, CT5_jauge_norm.py, CT5_jauge_mc.py, CT5_rg.py, CT5_rho.py
familles, masses, mélanges (contrôle)	CT4	controles/CT4_mc.c, CT4_analyse.py, CT4_chaine.py, CT4_offre.py
la seconde lecture (L interne)	C95	verif_C95b.py, analyse_C95b.py
famille au point, $T_d = T_e$	C86, C87	verif_C86b.py, verif_C87.py
quatre rapports	C88, C89, C115	verif_C88.py, verif_C89.py, analyse_C115.py
anneaux internes, $B - L$	C103, C106, C107	verif_C103.py, verif_C106.py, analyse_C107.py
mélanges, passages	C108–C110	analyse_C108.py, verif_C109.py, analyse_C110.py
« l naît de s »	C125–C127, C154	verif_C125.py, verif_C126.py, verif_C127.py, analyse_C127b.py ; forme locale : controles/CT4_mc.c, CT4_regle_test.py
couleur, isospin, mains $1/\alpha_0$	C116–C120 C66, C84, C85, CT5	analyse_C116.py, verif_C117.py à verif_C120.py verif_C85d.py (branches), verif_C85e.py (point d'équilibre), verif_C85_lien.py (normalisation d'un lien) ; contrôle : controles/CT5_jauge_norm.py, CT5_jauge_mc.py
échelles, tailles	C22, C122–C124	couleur/verif_echelle_refaite.py, verif_C122.py–verif_C124.py
neutrinos : rapports, mélanges	C128, C131	analyse_C128.py, analyse_C131.py
neutrinos : échelle	C129, C130, C132	analyse_C129.py, verif_C130b.py, verif_C132.py
facilités de rejet, moitié d'identité	C133–C136	verif_C133.py, verif_C134.py, verif_C136.py, analyse_C136b.py
lien direct du point au vide ($m_u, V_{ub} $)	C137	verif_C137.py, analyse_C137.py
indifférenciation, voisinage des états	C138, C140	verif_C140.py, analyse_C140.py
le neutrino compté en bits	C141	analyse_C141.py
le lien $M = v_R$, échelle de comparaison	C143, C144, C146	analyse_C144.py
spectre léger corrigé	C153	analyse_C153.py, controle_C151.py
le déchet sans identité, lu en sortie, reçu par le vide	C160–C164	controles/C160_R6.py, C161_echelle.py, C162_r.py, C164_R8.py
phases des leptons ; structure de l'arène	C151, C152	analyse_C151.py, analyse_C152.py
le neutrino comme déchet reçu par l'environnement	C155–C159	controles/C155_*, C157_*–C159_*
liens entre familles au grain	C149, C150	analyse_C149.py, verif_C150.py
neutrinos (contrôle) : mélanges, échelle, rejet	CT6	controles/CT6_nu.py, CT6_echelle.py, CT6_rejet.py
facilités de rejet définitives	C148	verif_C133.py, analyse_C133.py, analyse_C136b.py
liens de bord, lecture A (secteur d)	C145, C147	verif_C145.py, analyse_C145.py, analyse_C147.py

Tableau 29: Les principaux résultats et leurs scripts (dossier **emergence**/ sauf mention).

grandeur	conditions	CT7	article
cumulant de Binder	$8^3, J = 0,345$	0,486, 0,478	0,480
seuil de l'ordre	croisement 8^3 et 12^3	$\approx 0,339$	0,3395
F_s^{gr}	$12^3, J = 0,3454$	0,527	0,529
F_l^{gr}	$12^3, J \approx 0,3454$	2,27	2,274
F_s^{pt}	$12^3, J \approx 0,3454$	2,75	2,79
F_l^{pt}	$12^3, J = 0,345$	5,48	5,51
F_s^{pt} au grand réseau	$20^3, J = 0,3455$	2,86	2,86 (C203)
coût du rejet, point de points	$8^3, J = 0,3454$	9,30–9,32	9,31–9,36
coût du rejet, point	$8^3, J = 0,3454$	1,65	1,65
facilité de rejet r_s	$12^3, J = 0,3454$	1,32	$1,31 \pm 0,05$

Tableau 30: Le contrôle CT7 : valeurs de la reconstruction indépendante et de l'article.

lecture	mesure	verdict
taille finie ou valeur de J	20^3 et 24^3 convergés : $F_s^{\text{gr}} = 0,498, 0,517, 0,542$ à $J = 0,3445, 0,3450, 0,3455$; $\approx 0,52$ au J des masses, $\approx 0,53$ là où les leptons chargés tiennent	réfutée
poids de s dans les configurations qui rejettent	F_s^{gr} monte de 0,10 à 0,16 au lieu de baisser	réfutée
fraction des systèmes s qui peuvent émettre	6,8 % contre 10,3 % pour $a : c = 0,42 \pm 0,02$	réfutée
vide local (règle 4)	écart de +0,51	réfutée
poids au lien, $-\frac{1}{2} \ln(N_{ss}/N_{aa})$	écart de $-0,15$, quatre fois trop grand	réfutée

Tableau 31: Les cinq premières lectures de la valeur c de la règle 12, chacune fixée avant la mesure. Cinq autres ont suivi (axes du déchet, porteurs du rejet, valeur de r_l , symétrie du doublet), réfutées elles aussi ; la règle 12 a été retirée en v104.

A.5 Le contrôle CT8 : les entrées mesurées ensemble

Le moteur `flux7.c` mesure dans une même série, à chaque mesure (un balayage sur dix), les fractions de grains de chaque organisation (F^{gr}), les points uniformes (F^{pt}), les paires de points liés et le rejet par famille du point central (r_s, r_l). Deux points voisins partagent des grains (ce sont les arêtes de la triangulation) : ils ne peuvent pas être uniformes dans deux organisations différentes. Les *points liés* de la règle 8 sont donc les sommets opposés de deux grains qui partagent une face (douze voisins à $\sqrt{2}$, aucun grain commun). Cette définition a été fixée avant toute valeur, avec un critère : redonner le coût de C185. Elle le redonne : en 12^3 à $J = 0,3454$ (six graines), $\delta F = 0,479 \pm 0,016$ pour $0,483 \pm 0,04$. Les règles de décision sont dans `CRITERE_entrees_et_J.md` : le modèle « tient sans réglage » à $J = 0,3458$ si $\chi^2 \leq 27$ et qu'aucune grandeur ne dépasse trois erreurs.

J	F_s^{pt}	F_l^{pt}	F_s^{gr}	F_l^{gr}	δF	r_s	r_l	χ^2 (18)
0,3451	2,780	5,500	0,523	2,264	0,435	1,33	1,35	169
0,3453	2,829	5,531	0,534	2,275	0,453	1,37	1,12	51
0,3455	2,860	5,545	0,542	2,283	0,434	1,30	1,21	120
0,3458	2,916	5,575	0,555	2,297	0,441	1,33	1,17	978
erreur	0,007	0,007	0,002	0,001	0,008	0,03	0,10	

Tableau 32: Le contrôle CT8 : entrées mesurées ensemble en 20^3 (48 000 grains, six graines par J , 10^4 balayages de mise en équilibre et 4×10^4 de mesure), erreur par jackknife sur les graines, et χ^2 du modèle complet (règles de la v104, sans la règle 12) avec ces seules erreurs. Interpolées en J , les entrées donnent le minimum $\chi^2 = 61$ à $J = 0,34532$ (`scanJ.py`).

Verdicts. (1) Le modèle ne tient pas sans réglage : à $J = 0,3458$, $\chi^2 = 978$, sept grandeurs cèdent (leptons chargés à +24 et +15 erreurs, m_t/m_e , $|V_{cb}|$, $\sin 2\beta$, $|J_{\text{CKM}}|$, rapport des écarts) ; près du seuil, F_s^{pt} gagne 0,14 entre $J = 0,3451$ et 0,3458, et un écart de J de 0,0005 suffit à tout déplacer. (2) Au meilleur J , $\chi^2 = 61$ pour 18 ; restent $\sin 2\beta$ (+4,7), le rapport des écarts (+3,8) et $\ln(m_\tau/m_e)$ (−3,2), les quinze autres à moins de deux erreurs. (3) Le coût du lien direct ne dépend pas de J dans cette zone ($0,44 \pm 0,01$), et r_s non plus ($1,33 \pm 0,03$).

A.6 Épreuves écrites d'avance (v106, v107)

Les listes de variantes et les critères ont été écrits avant tout calcul (`CRITERE_sin2beta_B3_B4.md`, `CRITERE_demi_accord_d.md`) ; cadre : entrées de CT8 interpolées en J , seules erreurs des graines, J rebalayé pour chaque variante. Une variante « passe » si elle ramène $\sin 2\beta$ (et, pour le demi-accord, $|V_{cb}|$) sous deux erreurs, gagne au moins 9 sur le χ^2 et ne fait sortir aucune autre grandeur au-delà de trois erreurs.

Aucune ne passe.

variante	χ^2	$\sin 2\beta$	ce qui cède
<i>B3, phase du lien direct (avec B4 actuelle)</i>			
−19,47° (actuelle)	61	+4,7	rapport des écarts, m_τ/m_e
0°	65	+3,2	γ (+4,1)
+19,47° (angle dièdre)	102	−1,6	γ (+7,9)
+30°	165	−5,4	γ (+9,9)
−160,5°, −90°	> 1600	< −35	$ V_{ub} $, γ , $ J $
<i>B4, formatage (avec B3 actuelle)</i>			
0, $\frac{1}{2} \ln 2$, $2 \ln 2$	452, 173, 81	+18, +11, −4,1	m_t/m_u , $ V_{ub} $, $ J $
$\ln 2$ sur le lien direct	73	+3,8	m_t/m_u (−4,8)
meilleure combinaison croisée (+30°, $\ln 2$ sur le lien direct)	79	+0,2	γ (+4,6), m_t/m_u (−4,6)
<i>Demi-accord du secteur d (règle 9)</i>			
$e^{J/2}$ sur (a, s) et (s, l) (actuelle)	61	+4,7	$ V_{cb} $ à −1,9
e^J ; $e^{J/4}$; 1 ; $\sqrt{5/4}$	314 ; 238 ; 572 ; 168	−10 à +20	$ V_{us} $, $ V_{cb} $, m_b/m_d
$e^{J/2}$ sur (a, s) seul ; sur (s, l) seul	238 ; 272	+12	$ V_{us} $ ou $ V_{cb} $
$e^{J/2}$ sur (a, s), e^J sur (s, l)	121	−2,7	m_b/m_d (−5,7), $ V_{us} $ (+3,6)

Tableau 33: Épreuves écrites d'avance : χ^2 pour 18 grandeurs au meilleur J , écart de $\sin 2\beta$ en erreurs, et grandeurs qui cèdent (`C_s2b.py`, `C_kd.py`).

Lecture. Les trois règles posées en connaissant la cible (B3, B4, règle 9) sont chacune la meilleure de leur famille, et nettement : leur choix n'est pas un réglage caché. L'écart de $\sin 2\beta$ suit de la géométrie du triangle : β est fixé par γ et $|V_{ub}|/|V_{cb}|$; les phases qui le ferment font sortir γ . Un tirage des observables donne $\sin 2\beta = 0,738 \pm 0,042$ à partir de $|V_{ub}|$, $|V_{cb}|$ et γ seuls, à 0,6 erreur du modèle (`C_s2b_carte.py`). Ce qui manque est $|V_{cb}|$, trop bas de 6 %.

v107 : structure du secteur d , K4, anneaux, échelle. Règles dans CRITERE_Vcb_et_K4.md, CRITERE_couleur_anneaux.md, CRITERE_course.md.

épreuve	χ^2	résultat
<i>Secteur d : placement de $B - L$ et terme (s, l) au point (passe si V_{cb} sous une erreur)</i>		
lien $(s, l) \times \sqrt{3}, \times 3^{1/4}, \times 3^{-1/4}$	982, 264, 448	$m_b/m_d, V_{us} $ cèdent ; $ V_{cb} $ ne bouge pas
terme (s, l) au point, en phase	54	$\sin 2\beta$ à $+2,5$; $ V_{cb} $ inchangé ; gain de 7, sous le seuil
même terme sans phase ; avec $\ln 2$	62 ; 55	$ V_{cb} $ inchangé
$B - L$ aussi sur (a, s)	1092	$ V_{cb} $ à -14
<i>Quart d'accord K4 (passe si m_τ/m_e et m_τ/m_μ sous deux erreurs)</i>		
$e^{J/2}$; 1 ; $e^{J/8}$	764 ; 426 ; 112	leptons de 5 à 23 erreurs
$e^{J/2}$ et $e^{J/4}$ répartis sur $(a, s), (s, l)$	67 ; 720	m_τ/m_e ou tout le secteur
$e^{J/4}$ sur (s, l) seul	58	m_τ/m_e à $-2,5$; gain de 3
<i>Anneaux internes (flux8)</i>		
poids du triplet $q_3, 12^3$ et 20^3	—	exactement nul : un seul bit collectif ; singulet s/a à 0,994
<i>Triplet de couleur du point (flux9, v108)</i>		
points uniformes qui gardent $S_4, 12^3$ et 20^3	—	tous ($a : 4,0 \times 10^5$; $s : 2,4 \times 10^4$) : réfutée par rigidité
<i>Texture à l'ordre suivant (flux10, v109)</i>		
corrélations des points liés ; zéros (l, l) levés	807 ; 4330	$\delta_{as} = +1,18$: ne converge pas ; zéros structurels
<i>Environnement fini des quarks (v109 ; χ^2 des 17 grandeurs hors neutrinos)</i>		
réseau fermé 12^3 ; 16^3	26 ; 47	écart fermé à 12^3 seulement
région isolée (rayons 5,2 à 8,1)	> 5000	réfutée : F_s^{Pt} monte de 1,0
région dans un vide figé	22–54	non concluant : erreurs larges
moyenne de e^{-F} sur 30 environnements	25–42	décalage réel ($-0,01$ à $-0,05$) mais compensé
volume fermé de taille mesurée (loi en $1/L^3$)	53 (26*)	$N^* = 1,04 \times 10^4$ grains ; leptons au vide infini en tension (* leptons en 20^3 , après coup)
dimension des leptons ($24^3, 28^3, v110$)	75 ; 12	vide infini refusé ; meilleur couple au bord de la loi : non établi
mesures directes, quarks 8^3 ou 12^3 , leptons $\leq 20^3$	12–26	quarks : au plus 10^4 grains (après coup)
forme du volume (8 boîtes non cubiques, v111)	13–15	un seul côté court de 8 ; tubes : 28 à 439
épaisseur 4 à 16, côté jusqu'à 24 (v112)	13–1348	optimum à 8 ; taille latérale limitée (non indifférente)
orientation : axe du cube, diagonale, vecteurs primitifs (v112)	16 ; 23,5 ; 13	prédiction tétraédrique réfutée ; l'épaisseur en périodes gouverne
neutrinos dans chaque volume (A1, v113)	14–46	petits volumes ; modèle entier en 8^3 : $\chi^2(18) = 16,2$ (6 graines, exploration), 24,3 (24 graines, réplication v130)
amas s , domaines s , frustration (B1–B3, v113)	—	réfutés ; B4 partiel
épaisseurs 6 et 10 (plus petite dimension tolérée, v113)	—	retirée : liens incohérents (v115)
durabilité lue en 8^3 ($J_{\text{dur}} = 0,3452 \pm 0,0036$, v114)	54	réfutée : trop plate pour fixer J
période des trois vides parfaits (v115)	—	4, 4 et 2 : $\mathbb{Z}_4$ pour les vides courts seulement
ordre dans les épaisseurs décalées, départ sain (v115)	—	non concluante : $m \leq 0,11$ contre $\geq 0,22$
domaines $+/-$ dans les tubes (v116)	—	réfutée
flux moyens aux frontières par direction (v116)	—	réfutée (10^{-4})
corrélations des points s à une période (v116)	—	confirmée après réplication ($-10,6$ et $+9,5$ erreurs)
soutien S et F_s^{Pt} (v116)	—	réfutée par le signe : rang $-0,93$
bouchons dans les tubes (v117)	—	fondée : $E = 6,0$, P_b croissant, $8 \times 8 \times 32$ prédit
loi des bouchons, tubes 40–64 prédits (v117)	—	puissance $L^{1,2}$ retenue ; exponentielle réfutée
seuil de bouchons, sections 8×12 et 8×16 (v118)	—	non concluante : bouchons trop rares
effet de taille, cubes 8^3 à 20^3 (v118)	—	partielle : fluctuations de m
période 4, mode propre du socle désordonné (v118)	—	fondée : pic en $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ croissant vers J_c
classes de modes au point P (v119)	—	réfutée : un seul mode mou, singulet
épaisseur comme cavité du mode mou (v119)	—	réfutée : une période empêche l'ordre
<i>Échelle de comparaison (Modèle standard, une boucle)</i>		
écart $J_q - J_\ell$ à M_Z, M_R, M_U	61, 96, 129	$-0,00021, -0,00024, -0,00024$: réfutée

Tableau 34: Épreuves de la v107 à la v119 (C_vcb_k4.py, flux8.c, flux9.c, course.py, C_course.py) : aucune ne passe.

A.7 Ce qui est livré

Avec chaque version : les sources $\text{\LaTeX}$ de la version de travail et de la synthèse, et une archive contenant les PDF, tous les scripts, leurs sorties texte et les accumulateurs des simulations. L'archive est déposée sur un dépôt public pérenne, avec un identifiant DOI cité ici.

Références

- [1] Y. Kocher. Essay on a General Theory of Complexity: Foundations of the MicroGlobal Approach. *IPI Letters*, 4(2):O112–O166, 2026. ISSN 2976-730X. <https://doi.org/10.59973/ipi1.362>
- [2] Y. Kocher. Sélection du groupe $\mathbb{Z}_4$ par le code de Gray et verrou achiral sur l'orientation d'une boucle logique. Un substrat pré-physique et sa transition vers l'information. *IPI Letters*, 2026. <https://doi.org/10.59973/ipi1.440>
- [3] Y. Kocher. Émergence de l'espace-temps et de l'information : le grain, la dimension trois et l'intrication. Le niveau N_0 du modèle microGlobal. Version longue (démonstrations et vérifications), septembre 2026.
- [4] Y. Kocher. L'émergence du temps et de l'énergie : le niveau N_1 du modèle microGlobal. 2026.
- [5] Y. Kocher. Émergence de la masse et des particules : le niveau N_2 du modèle microGlobal. Version de travail, 2026.
- [6] P. Busch. Quantum states and generalized observables : a simple proof of Gleason's theorem. *Physical Review Letters*, 91(12) :120403, 2003.
- [7] A. M. Gleason. Measures on the closed subspaces of a Hilbert space. *Journal of Mathematics and Mechanics*, 6(6) :885–893, 1957.
- [8] B. S. DeWitt. Quantum theory of gravity. I. The canonical theory. *Physical Review*, 160(5) :1113–1148, 1967.
- [9] R. Landauer. Irreversibility and heat generation in the computing process. *IBM Journal of Research and Development*, 5(3) :183–191, 1961.
- [10] J. D. Bekenstein. Black holes and entropy. *Physical Review D*, 7(8) :2333–2346, 1973.
- [11] S. W. Hawking. Particle creation by black holes. *Communications in Mathematical Physics*, 43 :199–220, 1975.
- [12] G.-y. Huang, S. Zhou, *Precise values of running quark and lepton masses in the Standard Model*, Phys. Rev. D **103**, 016010 (2021), arXiv:2009.04851.
- [13] Particle Data Group, *Review of Particle Physics*, Prog. Theor. Exp. Phys. **2020**, 083C01 (2020), revue « CKM quark-mixing matrix ».
- [14] I. Esteban, M. C. Gonzalez-Garcia, M. Maltoni, I. Martinez-Soler, J. P. Pinheiro, T. Schwetz, *NuFit-6.0: updated global analysis of three-flavor neutrino oscillations*, JHEP **12** (2024) 216, arXiv:2410.05380.
- [15] Particle Data Group, *Review of Particle Physics*, Phys. Rev. D **110**, 030001 (2024), revue 76 « Semileptonic b -hadron decays, determination of V_{cb} , V_{ub} ».
- [16] DESI Collaboration, *Constraints on neutrino physics from DESI DR2 BAO and DR1 full shape*, 2025 : $\sum m_\nu < 0,0642$ eV (95 %, Λ CDM, avec Planck et ACT).
- [17] J. Charles *et al.* (CKMfitter), *2023 update of the extraction of the CKM matrix elements*, arXiv:2405.08046.
- [18] A. Ghosh, P. Mitra. An improved lower bound on black hole entropy in the quantum geometry approach. *Physics Letters B*, 616 :114–117, 2005.
- [19] A. Corichi, J. Díaz-Polo, E. Fernández-Borja. Entropy counting for microscopic black holes in LQG. arXiv :gr-qc/0605014, 2006.
- [20] M. Domagała, J. Lewandowski. Black-hole entropy from quantum geometry. *Classical and Quantum Gravity*, 21 :5233–5243, 2004.
- [21] K. A. Meissner. Black-hole entropy in loop quantum gravity. *Classical and Quantum Gravity*, 21 :5245–5251, 2004.

- [22] A. Ashtekar, J. Baez, A. Corichi, K. Krasnov. Quantum geometry and black hole entropy. *Physical Review Letters*, 80 :904–907, 1998.
- [23] I. Gel’fand, M. Naimark. On the imbedding of normed rings into the ring of operators in Hilbert space. *Matematicheskii Sbornik*, 12(2) :197–217, 1943.
- [24] F. Peter, H. Weyl. Die Vollständigkeit der primitiven Darstellungen einer geschlossenen kontinuierlichen Gruppe. *Mathematische Annalen*, 97 :737–755, 1927.
- [25] C. Rovelli. *Quantum Gravity*. Cambridge University Press, 2004.
- [26] L. Freidel, S. Speziale. Twisted geometries : a geometric parametrization of $SU(2)$ phase space. *Physical Review D*, 82 :084040, 2010.
- [27] T. Regge. General relativity without coordinates. *Il Nuovo Cimento*, 19(3) :558–571, 1961.
- [28] O. Delgado Friedrichs, M. O’Keeffe, O. M. Yaghi. Three-periodic nets and tilings : regular and quasiregular nets. *Acta Crystallographica A*, 59 :22–27, 2003.
- [29] R. López-Ruiz, H. L. Mancini, X. Calbet. A statistical measure of complexity. *Physics Letters A*, 209 :321–326, 1995.
- [30] M. Gell-Mann, S. Lloyd. Information measures, effective complexity, and total information. *Complexity*, 2(1) :44–52, 1996.
- [31] J. P. Crutchfield, K. Young. Inferring statistical complexity. *Physical Review Letters*, 63 :105–108, 1989.
- [32] P. Bak, C. Tang, K. Wiesenfeld. Self-organized criticality : an explanation of the $1/f$ noise. *Physical Review Letters*, 59 :381–384, 1987.
- [33] C. G. Langton. Computation at the edge of chaos : phase transitions and emergent computation. *Physica D*, 42 :12–37, 1990.
- [34] S. A. Kauffman. *The Origins of Order : Self-Organization and Selection in Evolution*. Oxford University Press, 1993.
- [35] T. Mora, W. Bialek. Are biological systems poised at criticality ? *Journal of Statistical Physics*, 144 :268–302, 2011.
- [36] G. Nicolis, I. Prigogine. *Self-Organization in Nonequilibrium Systems*. Wiley, 1977.
- [37] R. C. Dewar. Information theory explanation of the fluctuation theorem, maximum entropy production and self-organized criticality in non-equilibrium stationary states. *Journal of Physics A*, 36 :631–641, 2003.
- [38] J. L. England. Statistical physics of self-replication. *Journal of Chemical Physics*, 139 :121923, 2013.
- [39] E. J. Chaisson. *Cosmic Evolution : The Rise of Complexity in Nature*. Harvard University Press, 2001.
- [40] H. T. Odum. *Environmental Accounting : Emergy and Environmental Decision Making*. Wiley, 1996.
- [41] G. B. West, J. H. Brown, B. J. Enquist. A general model for the origin of allometric scaling laws in biology. *Science*, 276 :122–126, 1997.
- [42] K. Friston. The free-energy principle : a unified brain theory ? *Nature Reviews Neuroscience*, 11 :127–138, 2010.
- [43] M. Kirchhoff, T. Parr, E. Palacios, K. Friston, J. Kiverstein. The Markov blankets of life : autonomy, active inference and the free energy principle. *Journal of the Royal Society Interface*, 15 :20170792, 2018.
- [44] A. P. Fiske. The four elementary forms of sociality : framework for a unified theory of social relations. *Psychological Review*, 99 :689–723, 1992.
- [45] K. Polanyi. *The Great Transformation*. Farrar & Rinehart, 1944.
- [46] K. Karatani. *The Structure of World History : From Modes of Production to Modes of Exchange*. Duke University Press, 2014.
- [47] M. Mauss. Essai sur le don. Forme et raison de l’échange dans les sociétés archaïques. *L’Année sociologique*, nouvelle série, 1 :30–186, 1925.
- [48] J. A. Wheeler. Information, physics, quantum : the search for links. In W. H. Zurek (éd.), *Complexity, Entropy, and the Physics of Information*, Addison-Wesley, 1990.

- [49] C. Rovelli, L. Smolin. Spin networks and quantum gravity. *Physical Review D*, 52 :5743–5759, 1995.
- [50] L. Bombelli, J. Lee, D. Meyer, R. D. Sorkin. Space-time as a causal set. *Physical Review Letters*, 59 :521–524, 1987.
- [51] S. Wolfram. A class of models with the potential to represent fundamental physics. *Complex Systems*, 29(2) :107–536, 2020.
- [52] L. von Bertalanffy. *General System Theory*. George Braziller, 1968.
- [53] N. Wiener. *Cybernetics, or Control and Communication in the Animal and the Machine*. MIT Press, 1948.
- [54] W. R. Ashby. *An Introduction to Cybernetics*. Chapman & Hall, 1956.
- [55] E. Morin. *La Méthode*, 6 tomes. Seuil, 1977–2004.
- [56] A. Sharma, D. Czégel, M. Lachmann, C. P. Kempes, S. I. Walker, L. Cronin. Assembly theory explains and quantifies selection and evolution. *Nature*, 622 :321–328, 2023.
- [57] J.C. Maxwell. On physical lines of force. *Philosophical Magazine*, 21–23, 1861–1862.
- [58] T. Toffoli. Reversible computing. In *Automata, Languages and Programming (ICALP 1980)*, LNCS 85, Springer, 1980.
- [59] G. Spencer-Brown. *Laws of Form*. Allen & Unwin, Londres, 1969.
- [60] G. Boole. *An Investigation of the Laws of Thought*. Walton and Maberly, Londres, 1854.
- [61] J. Kepler. *Astronomia nova*. Heidelberg, 1609.
- [62] J. J. Balmer. Notiz über die Spectrallinien des Wasserstoffs. *Annalen der Physik*, 261 :80–87, 1885.
- [63] N. Bohr. On the constitution of atoms and molecules. *Philosophical Magazine*, 26 :1–25, 1913.
- [64] H. Poincaré. *Science et méthode*. Flammarion, Paris, 1908.
- [65] G. Pólya. *Mathematics and Plausible Reasoning*, 2 vol. Princeton University Press, 1954.
- [66] D. Hofstadter et E. Sander. *L’Analogie, cœur de la pensée*. Odile Jacob, Paris, 2013.
- [67] P. Duhem. *La Théorie physique, son objet et sa structure*. Chevalier et Rivière, Paris, 1906.
- [68] G. Bachelard. *La Formation de l’esprit scientifique*. Vrin, Paris, 1938.
- [69] M.B. Hesse. *Models and Analogies in Science*. Sheed and Ward, Londres, 1963.
- [70] C.S. Peirce. *Collected Papers*, vol. 5 : *Pragmatism and Pragmaticism*. Harvard University Press, 1934.
- [71] I. Lakatos. *The Methodology of Scientific Research Programmes*. Cambridge University Press, 1978.
- [72] P.W. Anderson. More is different. *Science*, 177:393–396, 1972.
- [73] R.B. Laughlin. *A Different Universe: Reinventing Physics from the Bottom Down*. Basic Books, New York, 2005.
- [74] E.T. Jaynes. Information theory and statistical mechanics. *Physical Review*, 106:620–630, 1957.
- [75] W. Whewell. *The Philosophy of the Inductive Sciences*. Parker, Londres, 1840.